

РАЗРАБОТАНА

кафедрой прикладной математики
и информатики

6 сентября 2018 г., протокол № 1

УТВЕРЖДЕНА

Ученым советом факультета
математики и информационных
технологий

протокол №2 от 13.09.2018

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**для поступающих на обучение по программам подготовки научно-
педагогических кадров в аспирантуре в 2019 году**

**Направление подготовки
02.06.01 Компьютерные и информационные науки**

**Профиль подготовки
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ»**

Астрахань — 2018 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа включает общий раздел по математике в объеме университетского курса и специальные вопросы, включая численные методы, математическое моделирование и программирование. При ответе на вопрос общего раздела, прежде всего, оценивается практическое владение материалом, то есть умение решать задачи. В связи с этим, вопросы по математике являются задачами. Уровень сложности задач соответствует стандартным университетским задачникам.

Библиографический список (основная литература)

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. — 7-е изд., стер. — М.: Физматлит, 2012. — 223 с. ISBN 978-5-9221-0511-8.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. — 6-е изд., стер. — М.: Физматлит, 2014. — 280 с. ISBN 978-5-9221-0481-4.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — 6-е изд., стер. — М.: Высшая школа, 2010. — 383 с. ISBN 978-5-06-006218-2.
4. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях. Ч. 1.: учебник для вузов : в 2 ч. — 7-е изд., стер. — М.: Физматлит, 2009. — 646 с. ISBN 978-5-9221-0902-4.
5. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях. Том 2 Учебное пособие для ВУЗов. изд.5: Физматлит, 2009. — 464 с. ISBN 5-9221-0537-X.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления Т. 1. учебник: в 3 т. 9-е изд., стер. — СПб. и др.: Лань, 2009. — 607 с. ISBN 978-5-8114-0673-9
7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. в 3-х т, Т-2 — М.: Физматлит, 2006. — 864 с. ISBN 978-5-9221-0466-1.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. в 3-х т, Т-3 — М.: Физматлит, 2008. — 728 с. ISBN 5-9221-0737-2.
9. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. 6-е изд., стер. — М.: Лань, 2002. — 688 с. ISBN 5-9511-0014-3.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. 7-е изд. — М.: Изд-во МГУ; Изд-во «Наука», 2004. — 798 с. ISBN 5-211-04843-1.
11. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — М.: АСТ, 2010. — 558 с. ISBN 978-5-17-010062-0.
12. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. 10-е изд., доп. — М.: Либроком, 2011. — 481 с. ISBN 978-5-397-01474-8.
13. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 11-е изд., стер. — М.: Кнорус, 2010. — 658 с. ISBN 978-5-406-00476-0.
14. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа 7-е изд. — М.: Физматлит, 2012. — 570 с. ISBN 978-5-9221-0266-7.
15. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. 5-е изд. — М.: URSS, 2013. — 240 с. ISBN 978-5-397-03636-8.
16. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. 7-е изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 636 с. ISBN 978-5-9963-0449-3.
17. Тарасевич Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование: Вводный курс: Учеб. пособ. для студентов естественно-математических спец. 6-е изд. — М.: URSS, 2013. — 152 с. ISBN 978-5-397-03828-7.
18. Исаев Г.Н. Информационные технологии: учебное пособие. 2-е изд., стер. — М.: Омега-Л, 2013. — 464 с. ISBN 978-5-370-02399-6.

Основные критерии оценивания ответа поступающего в аспирантуру

Оценка 5 («отлично») выставляется абитуриентам, которые при ответе:

- обнаруживают всестороннее систематическое и глубокое знание материала;
- демонстрируют знание современной учебной и научной литературы;
- способны творчески применять знание теории к решению профессиональных задач;
- владеют понятийным аппаратом;
- демонстрируют способность к анализу и сопоставлению различных подходов к решению заявленной в билете проблематики;
- демонстрируют способность применять математический аппарат на практике.

Ответы на поставленные вопросы в билете излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых знаний в области математики, информационных технологий, математического моделирования. При ответе соблюдаются нормы литературной речи. Недопустимо зачитывание ответов.

Ответ на каждый вопрос билета должен быть развернутым, уверенным, содержать достаточно формулировки. Ответ должен продемонстрировать знание материала лекций, базового учебника и дополнительной литературы. Оценка выставляется только при полных ответах на все основные и дополнительные вопросы.

Оценка 4 («хорошо») выставляется абитуриентам, которые при ответе:

- обнаруживают твёрдое знание программного материала;
- усвоили основную и наиболее значимую дополнительную литературу;
- способны применять знание теории к решению задач профессионального характера;
- демонстрируют способность применять математический аппарат на практике;
- допускают отдельные погрешности и неточности при ответе.

Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Материал излагается уверенно. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. При ответе соблюдаются нормы литературной речи.

Оценка 3 («удовлетворительно») выставляется абитуриентам, которые при ответе:

- в основном знают программный материал;
- в целом усвоили основную литературу;
- демонстрируют способность применять математический аппарат на практике;
- допускают существенные погрешности в ответе на вопросы экзаменационного билета.

При ответе допускаются нарушения в последовательности изложения, демонстрируются поверхностные знания вопроса, имеются затруднения с выводами, допускаются нарушения норм литературной речи.

Оценка «удовлетворительно» предполагает знание сущности основных категорий. Как правило, такой ответ краток, приводимые формулировки являются недостаточно четкими, нечеткими, в ответах допускаются неточности.

Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.

Оценка 2 («неудовлетворительно») выставляется абитуриентам, которые при ответе:

- обнаруживают значительные пробелы в знаниях основного программного материала;

- допускают принципиальные ошибки в ответе на вопросы экзаменационного билета;
- не могут адекватно реагировать на наводящие вопросы;
- не демонстрируют способность применять математический аппарат на практике.

Перечень вопросов к вступительному испытанию

Математика

- Задача по линейной алгебре.** Найти собственные значения и нормированные собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- Задача на полное исследование функции.** Провести полное исследование функции и построить ее график по характерным точкам $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.
- Задача по дифференциальному исчислению функции одной переменной.** Найти $y' = \frac{dy}{dx}$, если $x = a \cos t$, $y = a \sin t$.
- Задача по интегральному исчислению функции одной переменной.** Найти интеграл $I = \int e^x \sin x dx$.
- Задача по дифференциальному исчислению функции нескольких переменных.** Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = y \ln x$.
- Задача на числовые и функциональные ряды.** Разложить e^{-x^2} в ряд по степеням x .
- Задача по гармоническому анализу.** Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом 2, заданную на сегменте $[-1; 1]$ уравнением $f(x) = x^2$.
- Задача на вычисление кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.** Применяя формулу Грина, вычислить $\oint_C \sqrt{x^2 + y^2} dx + y \left(xy + \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2} \right) \right) dy$, где C — контур прямоугольника $1, x, 4, 0, y, 2$.
- Задача по теории поля.** Найти ротор и дивергенцию векторного поля \mathbf{u} , если $\mathbf{u} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.
- Задача на решение обыкновенных дифференциальных уравнений.** Найти общее решение уравнения $y'' - 4y' + 13y = 0$.
- Задача по теории функций комплексной переменной.** Используя теорию вычетов, вычислить интеграл $\int_0^\infty \frac{x \sin ax}{x^2 + k^2} dx$ ($a > 0, k > 0$).
- Задача по аналитической геометрии.** Записать уравнение кривой $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$ в полярных координатах.
- Задача по уравнениям математической физики.** Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если $u|_{t=0} = x(1-x)$, $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$.
- Задача по теории вероятностей и математической статистике.** Найти математическое ожидание случайной величины x , если функция распределения имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{їдє } x < 0, \\ 1 - e^{-0.25x} & \text{їдє } x \geq 0. \end{cases}$

15. **Задача по основам дискретной математики.** Найти производящую функцию для числовой последовательности, заданной рекуррентным соотношением $a_{n+2} - 7a_{n+1} + 12a_n = 0$, если $a_0 = 5$, $a_1 = 6$.
16. **Задача по методам оптимизации.** Найти экстремум функции $z = xy$ при условии, что x и y связаны уравнением $2x + 3y - 5 = 0$.

Специальные разделы

1. Математические модели естествознания

- 1.1. **Задачи математического моделирования; этапы математического моделирования.** «Жесткие» и «мягкие» математические модели. Приведение уравнений к безразмерному виду. Анализ размерностей. Качественное исследование динамических систем.
- 1.2. **Динамика биологических популяций.** Модель Мальтуса. Логистическое уравнение. Модель Вольтерры. Модификации модели Вольтерры. Межвидовая конкуренция.
- 1.3. **Колебательные процессы в химии.** Модель Лотки. Затухающие колебания. Незатухающие колебания.
- 1.4. **Предельные циклы и автоколебания.** Классификация предельных циклов. Автоколебания в физических, химических и биологических системах. Качественное рассмотрение автоколебательных систем. Количественное рассмотрение автоколебаний. Модели, демонстрирующие автоколебательные режимы.
- 1.5. **Бифуркации и катастрофы.** Бифуркации. Бифуркации на плоскости. Элементы теории катастроф. Качалка. Машина катастроф Зимана. Классификация катастроф.
- 1.6. **Хаотическое поведение динамических систем.** Универсальность Фейгенбаума. Система уравнений Лоренца. Аттрактор Рёсслера. Фракталы. Размерности. Странный аттрактор.
- 1.7. Уравнения с запаздыванием, моделирующие изменение численности популяции. Дифференциальные уравнения с отклоняющимися аргументами. Уравнение Хатчинсона.
- 1.8. **Распределенные системы.** Автомодельные решения. Решения в виде бегущей волны. Неустойчивость Тьюринга. Уравнения реакция-диффузия. Самоорганизация и образование структур. Брюсселятор.
- 1.9. **Динамические системы с дискретным временем.** Логистическое отображение. Отображение Эно.
- 1.10. **Модели с дискретным пространством.** Клеточные автоматы. Игра «Жизнь». Модель Винера–Розенблюта. Модель Ва-Тор.
- 1.11. **Модели температурных и геометрических фазовых переходов** (на примере модели Изинга и теории перколяции). Критические показатели и масштабная инвариантность. Алгоритм Метрополиса. Алгоритм Хошена–Копельмана.

2. Информационные технологии

- 2.1. **Арифметика ЭВМ.** Двоичная арифметика. Причины ее преимущественного применения.
- 2.2. **Основные этапы решения задачи на ЭВМ.** Понятие вычислительного эксперимента. Построение модели. Разработка метода и алгоритма решения задачи. Программирование. Отладка программы. Подготовка и ввод исходных данных.
- 2.3. **Организация памяти во время выполнения программы.** Области данных. Описатели. Память для элементарных типов данных. Память для массивов, строк. Форматы представления данных. Файлы.
- 2.4. **Алгоритмические языки (на выбор).** Назначение и структура языка, основные операторы, приемы программирования.

- 2.5. **Программирование.** Структурное и модульное программирование. Объектно-ориентированное программирование. Библиотеки подпрограмм, работа с подпрограммами. Библиотеки классов.
 - 2.6. **Операционная система.** Структура, назначение, характеристики. Интегрированные оболочки, многозадачные среды.
 - 2.7. **Пакеты прикладных программ.** Основные понятия и характеристики. Проблемно-ориентированные ППП. Структура ППП для решения научно-технических задач.
 - 2.8. **Универсальные математические системы.** Вычислительные пакеты. Системы аналитических вычислений (на выбор).
3. **Методы вычислений**
- 3.1. **Основы теории погрешностей.** Точные и приближенные значения величин, точные и приближенные числа. Оценка погрешностей вычислений, возникающих в ЭВМ.
 - 3.2. **Численные методы решения скалярных уравнений.** Отделение корней. Приближенное вычисление корня уравнения с заданной точностью методом: половинного деления, хорд, Ньютона, секущих. Метод простой итерации численного решения уравнений. Условия сходимости итерационной последовательности.
 - 3.3. **Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений.** Точные и приближенные методы решения систем линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Метод простых итераций, метод Зейделя.
 - 3.4. **Методы решения экстремальных задач.** Метод последовательных приближений, метод золотого сечения, метод квадратичной интерполяции–экстраполяции. Покоординатные и градиентные методы спуска.
 - 3.5. **Алгебраическая проблема собственных значений.** Метод плоских вращений Якоби. Метод Гивенса. Метод Хаусхолдера. QR и QL-алгоритмы. Определение собственных значений с использованием свойств последовательности Штурма.
 - 3.6. **Вычисление определенных интегралов.** Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод Ромберга. Метод Симпсона. Применение метода Монте–Карло для вычисления кратных интегралов.
 - 3.7. **Аппроксимация и интерполяция функций.** Задачи, приводящие к аппроксимации одной функции другой. Алгебраический интерполяционный многочлен: единственность, форма Лагранжа. Схема Эйткена. Разделенные разности. Многочлен Ньютона. Связь разделенной разности и производной. Сплайн–интерполяция. Построение кубического интерполяционного сплайна. Метод наименьших квадратов.
 - 3.8. **Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.** Метод Эйлера. Проблема устойчивости вычислительных схем. Многошаговые методы. Метод Рунге–Кутты 2-го порядка. Метод Рунге–Кутты 4-го порядка. Проблема устойчивости вычислительных методов при решении систем дифференциальных уравнений. Жесткие системы.
 - 3.9. **Численные методы решения уравнений в частных производных.** Сеточные методы.

Содержание программы

Математика

1. Дискретная математика
2. Линейная алгебра
3. Аналитическая геометрия
4. Математический анализ
5. Теория поля
6. Обыкновенные дифференциальные уравнения
7. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений
8. Теория функций комплексной переменной
9. Уравнения математической физики
10. Теория вероятностей
11. Математическая статистика
12. Методы оптимизации
13. Функциональный анализ

Математические модели естествознания

1. Задачи и методы математического моделирования.
2. Качественная теория динамических систем.
3. Анализ размерностей. Приведение уравнений к безразмерному виду.
4. Динамика биологических популяций.
5. Колебательные процессы в химии.
6. Предельные циклы и автоколебания.
7. Бифуркации и катастрофы.
8. Системы с дискретным временем.
9. Хаотическое поведение динамических систем.
10. Учет запаздывания. Модели, описываемые дифференциальными уравнениями с отклоняющимися аргументами.
11. Самоорганизация и образование структур.
12. Системы с дискретным пространством. Клеточные автоматы.

Информационные технологии

1. Арифметика ЭВМ.
2. Основные этапы решения задачи на ЭВМ.
3. Организация памяти во время выполнения программы.
4. Алгоритмические языки.
5. Программирование.
6. Операционная система.
7. Пакеты прикладных программ.
8. Универсальные математические системы.

Методы вычислений

1. Основы теории погрешностей.
2. Численные методы решения скалярных уравнений.
3. Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений
4. Методы решения экстремальных задач.
5. Алгебраическая проблема собственных значений.
6. Вычисление определенных интегралов.
7. Аппроксимация и интерполяция функций.
8. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Численные методы решения уравнений в частных производных.

Рекомендуемая дополнительная литература

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2005. — 316 с. ISBN 5-9221-0120-X.
2. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. 2-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 296 с.
3. Введение в математическое моделирование. Учебное пособие. Под ред. П.В. Трусова. — М.: Унив. книга, Логос, 2007. — 440 с. ISBN 978-5-98704-037-1.