

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОПОП

И.А. Байгушева

«11» марта 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой математики

И.А. Байгушева

«11» марта 2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

Составитель(и) **Захаров С.А., доцент кафедры математики;**  
Согласовано с работодателями: **Тихомирова Т.Е., директор МБОУ г. Астрахани**  
**«СОШ № 11 им. Гейдара Алиева»;**  
**Воробьев П.Г., директор МБОУ г. Астрахани «СОШ № 1»;**

Направление подготовки / **44.03.05 Педагогическое образование**  
специальность **(с двумя профилями подготовки)**  
Направленность (профиль) / **Математика и Информатика**  
специализация ОПОП

Квалификация (степень)	<b>бакалавр</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Год приёма	<b>2026</b>
Курс	<b>4</b>
Семестр	<b>8</b>

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1. Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»** являются сформировать представление о методологии и методах математики; научить логически мыслить, разбираться в логических конструкциях математических теорий, привить навык абстрактно-дедуктивного мышления; выработать необходимые практические навыки решения математических задач; научить грамотно выражать свою мысль в устном и письменном изложении математического материала.

**1.2. Задачи освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:** сформировать основные понятия и методы теории функций комплексного переменного, подготовить к изучению других дисциплин.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

**2.1. Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного»** относится к обязательной части и осваивается в 8 семестре.

**2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами:** Математический анализ, Алгебра, Геометрия.

Знания: основных понятий и теорем математического анализа и линейной алгебры.

Умения: проводить рассуждения при доказательстве утверждений.

Навыки: решать стандартные задачи математического анализа и алгебры.

**2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:** математическая статистика, теория функций действительного переменного, тензорный и векторный анализ.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующей компетенции в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

**Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения**

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-8	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической	Методологию анализа педагогической ситуации.	Проводить системный анализ педагогической ситуации.	Навыками (техниками) рефлексии и анализа.

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
	ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области	Теоретические основы профессиональной рефлексии. Научные знания, выступающие основой для анализа	Осуществлять профессиональную рефлексию. Синтезировать выводы и проектировать решения	Инструментарием сбора данных для анализа. Научным языком и категориальным аппаратом
	ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса	Закономерности и принципы организации образовательного процесса. Теории и модели педагогического проектирования. Арсенал научно-обоснованных методов и технологий.	Проектировать элементы и целостный учебно-воспитательный процесс. Осуществлять запроецированный процесс, опираясь на научные знания.	Осуществлять запроецированный процесс, опираясь на научные знания. Методическим инструментарием реализации. Критериальным аппаратом для анализа и коррекции

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 3 зачетные единицы (108 часа).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения приведена в таблице 2.1.

**Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения**

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	57
- занятия лекционного типа, в том числе:	28
- практическая подготовка (если	-

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
предусмотрена)	
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	28
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- консультация (предэкзаменационная)	1
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	51
Форма промежуточной аттестации обучающегося	экзамен – 8 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

**Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины**

Тема дисциплины	Контактная работа, час.		Самостоятельная работа	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости
	Л	ПЗ			
		4			
		4			
		4			
		4			
		4			
		4			
<b>Итого за весь период</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>51</b>	<b>107</b>	<b>Экзамен</b>

*для очной формы обучения*

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>Семестр 8.</b>										
<i>Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.</i>	4		4					7	15	контрольная работа № 1
<i>Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная</i>	4		4					7	15	контрольная работа № 2,
<i>Тема 3. Простейшие элементарные функции</i>	4		4					7	15	коллоквиум № 1
<i>Тема 4. Интеграл функции</i>	4		4					7	15	контрольная

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам ]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	В т.ч. ПП	ПЗ	В т.ч. ПП	ЛР	В т.ч. ПП				
<i>комплексной переменной</i>										работа № 3, коллоквиум № 2
<i>Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана</i>	4		4				7	15		
<i>Тема 6. Теория вычетов</i>	4		4				7	15		
<i>Тема 7. Конформные отображения. Операционное исчисление</i>	4		4				9	17		
<b>Консультации</b>									<b>1</b>	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>										<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>28</b>		<b>28</b>				<b>51</b>	<b>72</b>		
<b>Итого за весь период</b>	<b>28</b>		<b>28</b>				<b>51</b>	<b>72</b>		

**Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины и формируемых компетенций**

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	ОПК-8	Общее количество компетенций
Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.	15	+	1
Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная	15	+	1
Тема 3. Простейшие элементарные функции	15	+	1
Тема 4. Интеграл функции комплексной переменной	15	+	1
Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана	15	+	1
Тема 6. Теория вычетов	15	+	1
Тема 7. Конформные отображения. Операционное исчисление	17	+	1
<b>Итого за весь период</b>	<b>107</b>		

#### **Краткое содержание каждой темы дисциплины**

**Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.** Алгебраическая и тригонометрическая формы. Корень  $n$ -ой степени. Сходящиеся последовательности комплексных чисел: критерий Коши, расширенная комплексная плоскость (сфера Римана).

**Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная.** Функции комплексного переменного, предел и непрерывность функции в точке. Производная функции комплексного переменного. Аналитические функции. Условия Коши-Римана и гармонические функции. Дифференцирование элементарных функций.

**Тема 3. Простейшие элементарные функции.** Линейная функции, дробно-линейная функция, показательная и логарифмическая функции, тригонометрические функции, степенная функция, функция Жуковского.

**Тема 4. Интеграл функции комплексного переменного.** Интеграл Коши и интегральная формула Коши.

**Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.** Степенные ряды: аналитические функции и их разложения в степенные ряды. Свойства максимума модуля аналитических и гармонических функций. Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация. Ряд Лорана. Изучение аналитических функций в окрестности бесконечно удаленной точки.

**Тема 6. Теория вычетов.** Вычеты, их применение. Вычеты и основная теорема о вычетах. Применения к вычислению интегралов. Лемма Жордана.

**Тема 7. Конформные отображения односвязных областей.** Теорема Римана (без доказательства). Преобразование Лапласа и понятие об операционном исчислении.

...

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)**

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать в себя следующие этапы:

1. Формулировку темы лекции.
2. Указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение.
3. Изложение вводной части.
4. Изложение основной части лекции.
5. Краткие выводы по каждому из вопросов.
6. Заключение.
7. Рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

### **5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)**

Успешное освоение дисциплины требует напряжённой работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала и на освоение методики решения практических задач.

Самостоятельная работа включает в себя:

проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);  
подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<b>Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.</b> Критерий Коши. Сфера Римана	7	Работа с литературой. Решение задач.
<b>Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная.</b> Условия Коши-Римана и гармонические функции. Дифференцирование элементарных функций.	7	
<b>Тема 3. Простейшие элементарные функции.</b> Линейная функции, дробно-линейная функция, показательная и логарифмическая функции.	7	
<b>Тема 4. Интеграл функции комплексной переменной.</b> Интеграл типа Коши и интегральная формула Коши.	7	
<b>Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.</b> Изучение аналитических функций в окрестности бесконечно удаленной точки.	7	
<b>Тема 6.</b> Теория вычетов	7	
<b>Тема 7. Конформные отображения. Операционное исчисление.</b> Конформные отображения односвязных областей. Теорема Римана	9	

### 5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно

Письменные работы, самостоятельно выполняемые обучающимися (курсовая работа / курсовой проект, реферат, доклад и т.п.) учебным планом и рабочей программой при освоении дисциплины, не предусмотрены.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 6.1. Образовательные технологии

Таблица 5. Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<b>Тема 1. Последовательности и</b>	Лекция-визуализация,	Фронтальный опрос, выполнение	Не предусмотрено

<b>ряды комплексных чисел.</b>	лекция-беседа, проблемная лекция	практических заданий, тематические дискуссии	
<b>Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная.</b>	Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
<b>Тема 3. Простейшие элементарные функции..</b>	Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
<b>Тема 4. Интеграл функции комплексной переменной.</b>	Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
<b>Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.</b>	Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено
<b>Тема 6. Теория вычетов</b>	Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено
<b>Тема 7. Конформные отображения. Операционное исчисление.</b>	Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено

### 6.2. Информационные технологии

использование возможностей интернета в учебном процессе (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.);

использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;

использование возможностей электронной почты преподавателя;

использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);

использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);

использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

### 6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

#### 6.3.1. Программное обеспечение

##### Перечень программного обеспечения на 2026–2027 учебный год

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Google Chrome	Браузер
Notepad++	Текстовый редактор

#### 6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

##### Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем на 2026–2027 учебный год

<i>Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем</i>
<a href="http://dlib.eastview.com">Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО «ИВИС»</a> <a href="http://dlib.eastview.com">http://dlib.eastview.com</a> Имя пользователя: AstrGU Пароль: AstrGU
Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов <a href="http://www.polpred.com">www.polpred.com</a>
Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»

<i>Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем</i>
<a href="https://library.asu-edu.ru/catalog/">https://library.asu-edu.ru/catalog/</a>
Электронный каталог «Научные журналы АГУ» <a href="https://asu-edu.ru/issledovaniya-i-innovacii/11745-nauchnye-jurnaly-agu.html">https://asu-edu.ru/issledovaniya-i-innovacii/11745-nauchnye-jurnaly-agu.html</a>
Информационная система электронного читального зала ФГБУ «Президентская библиотека имени Б. Н. Ельцина» <a href="https://www.prlib.ru">https://www.prlib.ru</a>
Виртуальный читальный зал Российской государственной библиотеки (доступ к базе данных диссертаций РГБ) <a href="https://diss.rsl.ru">https://diss.rsl.ru</a>

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

Контролируемая тема дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
<b>Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.</b>	ОПК-8	Коллоквиум, контрольная работа
<b>Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная.</b>	ОПК-8	
<b>Тема 3. Простейшие элементарные функции.</b>	ОПК-8	
<b>Тема 4. Интеграл функции комплексной переменной.</b>	ОПК-8	
<b>Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.</b>	ОПК-8	
<b>Тема 6. Теория вычетов</b>	ОПК-8	
<b>Тема 7. Конформные отображения. Операционное исчисление.</b>	ОПК-8	

### 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

[В таблицах 7–8 приводятся примерные показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания]

**Таблица 7. Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8. Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

**7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)**

**Тема 1. Последовательности и ряды комплексных чисел.**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1**

1. Вычислить а)  $\frac{(1+i)^5}{(2-3i)^3}$ , б)  $\sqrt[3]{-2+2i}$ .

2. Вычислить сумму  $\cos \alpha - \cos 2\alpha + \cos 3\alpha - \dots + \cos 99\alpha$ .

3. Используя определение доказать, что последовательность  $(z_n)$ ,  $z_n = \frac{n^2 + 3i}{n^2 - 2i}$  имеет предел  $c = 1$

4. Установить является ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3i)^n}$  сходящимся, абсолютно сходящимся.
5. Найти сумму ряда  $\frac{1}{3} \sin \alpha + \frac{1}{9} \sin 3\alpha + \frac{1}{27} \sin 5\alpha + \dots$

**Тема 2. Функции комплексной переменной. Производная.**

**Тема 3. Простейшие элементарные функции.**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2**

1. В каких точках комплексной плоскости функция  $w = \cos x + i \sin y$  имеет производную? Найдите эту производную.
2. Дана функция  $f(z) = z^3$ . Вычислить значение  $f'(z)$  в точке  $z_0 = 1+i$ , ее модуль и аргумент.
3. Исследование дифференцируемости функции, вычисление производной.

**КОЛЛОКВИУМ №1**

1. Функции комплексного переменного как две вещественные функции двух вещественных переменных.
2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного в точке.
3. Простейшие элементарные функции: линейная функции.
4. Простейшие элементарные функции: дробно-линейная функция.
5. Простейшие элементарные функции: показательная и логарифмическая функции.
6. Простейшие элементарные функции: степенная функция, функция Жуковского.
7. Производная функция комплексного переменного.
8. Аналитические функции. Условия Коши-Римана и гармонические функции.

Дифференцирование элементарных функций.

**Тема 4. Интеграл функции комплексного переменного.**

**Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.**

**Тема 6. Теория вычетов.**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3**

1. Дана функция  $f(z) = e^z$ .

Вычислить интеграл,  $\int_l \operatorname{Re}(z) dz$

где:

- а)  $l$  - прямая, соединяющая точки  $z_1 = 0$  и  $z_2 = 1+i$ ;
- б)  $l$  - ломаная  $OBA$ ,  $O(0,0)$ ,  $B(1,0)$ ,  $A(1,1)$ .

2. Вычислить интеграл от аналитической функции  $\int_0^i \sin^2 z dz$ .

$$f(z) = \frac{z^3 - 1}{(z^3 + 1)(z^3 + i)}$$

3. Найти все конечные особые точки функции

4. Разложить по степеням  $(z-3)$  функцию  $f(z) = \sin z$ .

$$f(z) = \frac{z + 2}{z^2 - 2z - 3}$$

5. Разложить функцию в ряд Лорана по степеням  $z$ .

$$f(z) = \frac{\sin z}{z}$$

6. Вычислить вычет функции  $f(z)$  в точке  $z = 0$ ,

$$\oint_{|z-1|=1} \frac{z}{e^z - i} dz.$$

7. Вычислить интеграл

8. Найти изображения заданных функций-оригиналов  $f(x) = ax$  и  $f(x) = \exp(-x)$ .

## КОЛЛОКВИУМ №2

1. Интеграл от функции комплексного переменного.
2. Интеграл Коши и интегральная формула Коши.
3. Степенные ряды: аналитические функции и их разложения в степенные ряды.
4. Свойства максимума модуля аналитических и гармонических функций.
5. Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация.
6. Ряд Лорана.
7. Изучение аналитических функций в окрестности бесконечно удаленной точки.
8. Вычеты и основная теорема о вычетах. Применения к вычислению интегралов. Лемма Жордана.
9. Конформные отображения односвязных областей. Теорема Римана (без доказательства).
10. Преобразование Лапласа и понятие об операционном исчислении.

### Перечень вопросов и заданий, выносимых на экзамен

1. Функции комплексного переменного: функции комплексного переменного.
2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного в точке.
3. Простейшие элементарные функции: линейная функции.
4. Простейшие элементарные функции: дробно-линейная функция.

5. Простейшие элементарные функции: показательная и логарифмическая функции.
6. Простейшие элементарные функции: степенная функция, функция Жуковского.
7. Производная функция комплексного переменного.
8. Аналитические функции. Условия Коши-Римана и гармонические функции.
9. Дифференцирование элементарных функций.
10. Интеграл от функции комплексного переменного.
11. Интеграл Коши и интегральная формула Коши.
12. Степенные ряды: аналитические функции и их разложения в степенные ряды.
13. Свойства максимума модуля аналитических и гармонических функций.
14. Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация.
15. Ряд Лорана.
16. Изучение аналитических функций в окрестности бесконечно удаленной точки.
17. Вычеты и основная теорема о вычетах. Применения к вычислению интегралов. Лемма Жордана.
18. Конформные отображения односвязных областей. Теорема Римана (без доказательства).
19. Преобразование Лапласа и понятие об операционном исчислении.

**Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов**

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний				
1.	Задание закрытого типа	Найти модуль и аргумент числа $-3 + i\sqrt{3}$ . 1) $-6, \pi$ 2) $2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6}$ 3) $3\sqrt{3}, \frac{\pi}{12}$	2	5
2.		Найти множество точек на комплексной $z$ -плоскости, удовлетворяющих условию $ z+1-i =1$ . 1) Горизонтальная прямая, проходящая через точку $1-i$ 2) Круг радиуса 1 с центром в точке $-1+i$ 3) Окружность радиуса 1 с центром в точке $-1+i$	3	3
3.		Записать число $-1 - i\sqrt{3}$ в показательной форме.	1	10

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		1) $2 \exp\left(-\frac{i\pi}{3}\right)$ 2) $-2 \exp i$ 3) $\sqrt{2} \exp\left(-\frac{i3\pi}{4}\right)$		
4.		Вычислить интеграл $\int_C \bar{z} dz$ по отрезку $C$ прямой, соединяющей точки $0$ и $z = 3 + 2i$ . 1) $6i$ , 2) $\frac{13}{2}$ , 3) $0$ .	2	15
5.		Найти изолированные особые точки функции $\frac{1}{z^2 + 4}$ и выяснить их характер 1) Существенно особые точки $0$ и $1$ . 2) Устранимые особые точки $z_1 = 2i, z_2 = -2i$ 3) Простые полюсы $z_1 = 2i, z_2 = -2i$	3	15
6.	Задание открытого типа	Справедливо ли равенство $\operatorname{Ln} z + \operatorname{Ln} z = 2\operatorname{Ln} z$ ?	Нет, не справедливо. $\operatorname{Ln} z$ - это бесконечное числовое множество и поэтому левая сторона - это множество, каждое число которого есть сумма произвольного числа из первого слагаемого и произвольного (вообще говоря, другого) числа из второго. А правая сторона равенства получается сложением равных чисел.	20
7.		Найти радиус сходимости ряда Тейлора по степеням $z - 2$ функции $\frac{1}{z}$ .	Эта функция аналитична в точке $z = 2$ , а ближайшей особой точкой является точка $z = 0$ . Расстояние между этими точками равно $2$ . Поэтому $R = 2$ .	15
8.		Существует ли логарифм числа нуль и логарифм	Логарифм числа $w$ - это множество	15

		отрицательного числа? Сколько значений он имеет?	решений уравнения $\exp z = w$ . Комплексная экспонента принимает все комплексные значения, кроме нуля. Поэтому логарифм нуля не существует, а логарифм отрицательного числа, как и любого ненулевого комплексного числа, существует. Так как экспонента - это периодическая функция, то логарифм имеет бесконечно много значений.	
9.	Задание открытого типа	В каких точках комплексной плоскости не существует предел функции $\arg z$ (главное значение аргумента)?	В вещественных точках $z \leq 0$ . Действительно, предел в точке $z=0$ зависит от направления, по которому идёт приближение к нулю. Это противоречит определению предела. Для отрицательных $z$ предел аргумента равен $\pi$ , если приближение происходит из верхней полуплоскости, и равен $-\pi$ , если из нижней. Это несовместимо с пониманием предела.	15
10.		Комплексные $\sin z$ и $\cos z$ неограниченные функции. Не противоречит ли это тождеству $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$ ?	Противоречие не возникает. Слагаемые в левой стороне - это комплексные числа $c$ , быть может, большими модулями. Они изображаются векторами большой длины. Эти вектора складываются по правилу параллелограмма. При этом диагональ его имеет длину 1.	10

11.	Задания комбинированного типа	Исследовать поведение ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$ на границе круга сходимости. 1) Всюду на границе сходится. 2) Всюду расходится. 3) Сходится в точке $z = -1$ , в остальных расходится. 4) Расходится в точке $z = 1$ , в остальных сходится. Обоснуйте ответ	4 При $ z =1, z \neq 1$ , ряд сходится по признаку Дирихле (частичные суммы $\sum$ от $(k=1)$ до $n$ ( $zk$ ) ограничены, $1/n \rightarrow 0$ монотонно), а при $z=1$ получается гармонический ряд, который расходится.	15
12.		Найти особые точки функции $\frac{1-\cos z}{z^2}$ . 1) $z = 0$ - полюс кратности 2. 2) $z = 0$ - простой полюс. 3) $z = 0$ - устранимая особая точка. Обоснуйте ответ	3 Разложение $\cos z = 1 - z^2/2 + z^4/24 + \dots$ даёт $1 - \cos z = z^2/2 + z^4/24 + \dots$ , тогда $f(z) = 1/2 - z^2/24 + \dots$ — аналитична в $z=0$ после доопределения.	10

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля).

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

**Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)**

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
<b>Основной блок</b>				
1.	Ответ на занятии	3/1	3	в течение семестра
2.	Выполнение практического задания	7/1	7	в течение семестра
3.	Выполнение контрольных работ	3/10	30	в течение семестра
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
4.	<i>Посещение занятий</i>		5	в течение семестра
5.	<i>Своевременное выполнение всех</i>		5	в течение

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
	<i>заданий</i>			семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	-
<b>Дополнительный блок</b>				
б.	<i>Экзамен</i>			
<b>Всего</b>			<b>50</b>	-
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	-

**Таблица 11. Система штрафов (для одного занятия)**

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-1
<i>Неготовность к занятию</i>	-1
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1

**Таблица 12. Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1. Основная литература**

1. Краснов М.Л. Функции комплексного переменного: Задачи и примеры с подробными решениями: доп. М-вом высшего и среднего специального образования СССР в качестве учеб. пособ. для вузов / М. Л. Краснов, Киселев, А.И. Макаренко, Г.И. - изд. 4-е ; испр. - М. : Ком Книга, 2006. - 208 с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 5-484-00462-4: 124-70. – 124.
2. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями. Издательский дом МЭИ. 2019. URL: [http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2017-071.html](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2017-071.html) (ЭБС «Политехресурс» «Консультант студента»)

3. Курс высшей математики: Теория функций комплексной переменной: учеб. пособ.: лекции и практикум. - под общ. ред. И.М. Петрушко. - СПб.: Лань, 2010. - 368 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-1064-4: 419-98.
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного: : учебник для вузов / И. И. Привалов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 402 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-01450-1.

## 8.2. Дополнительная литература

5. Лунц Г.Л. Функции комплексного переменного с элементами операционного исчисления / Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц. - СПб.: Лань, 2002. - 304 с. - ISBN 5-8114-0457-3: 75-00.
6. Половинкин Е.С. Курс лекций по теории функций комплексного переменного / Е. С. Половинкин. - М.: Физматкнига; МФТИ, 2003. - 208 с. - ISBN 5-89155-115-9 : 121-00.
7. Сидоров Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного: Учебник для студ. физ.-математич. спец. вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: Наука, 1982. - 488 с. - 1-20.
8. Теория функций комплексной переменной: учебник, авторы: Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2010 г.
9. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2-х ч. Ч.1. Функции одного переменного: Рек. УМС по математике УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для ун-тов «Математика», «Механика» / Б. В. Шабат. - 4-е изд.; стеротип. - СПб.: Лань, 2005. - 336 с. - (Классический университетский учебник. МГУ им. М.В. Ломоносова). - ISBN 5-8114-0568-5: 341-00.
10. Шабунин М. Теория функций комплексного переменного: Рек. М-вом образования РФ в качестве учеб. для вузов / М. Шабунин, Ю. Сидоров. - М.: ЛБЗ Юнимедиастилл, 2002. - 248 с. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-005-2 : 81-56.

## 8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины

1. \_\_\_\_\_  
Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. \_\_\_\_\_  
Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для освоения дисциплины необходима аудитория с хорошей доской.

## 10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные

психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).