

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой Математики

И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Тензорный и векторный анализ

Составитель	Шацков Д.О., к.ф.-м.н., доцент кафедры математики
Согласовано с работодателями:	Т.Е. Тихомирова, директор МБОУ «СОШ № 11 им. Г.А. Алиева» Е.А. Муравьева, директор «СОШ № 48»
Направление подготовки	44.03.05 педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) ОПОП	Математика и Информатика
Квалификация (степень)	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год приема (курс)	2026
Курс	5
Семестр(ы)	10

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1 Цели освоения дисциплины

формирование и развитие у обучающихся компетенций в области векторного и тензорного анализа и его приложений к физическим и техническим задачам.

1.2 Задачи освоения дисциплины (модуля): освоение основных понятий и идей, лежащих в основе современного тензорного анализа;

- овладение навыками и приёмами решения задач в области современной физики, связанных с использованием векторного и тензорного исчисления..

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Тензорный и векторный анализ» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений и осваивается в 10 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):

- математический анализ

Знания: алгебры, аналитической геометрии и математического анализа.

Умения: вычислять производные и интегралы.

Навыки: построение трехмерных фигур.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

- преддипломная практика

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

Таблица 1 - Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать	Уметь	Владеть
УК-1	УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	особенности системного и критического мышления, аргументированно формирующее собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	применять логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	способами анализа источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 3 зачетные единицы (108 часа).

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	21
- занятия лекционного типа, в том числе:	10
- практическая подготовка (если предусмотрена)	
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	10
- практическая подготовка (если предусмотрена)	2
- в ходе подготовки и защиты курсовой работы	
- консультация (предэкзаменационная)	1
- промежуточная аттестация по дисциплине	
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	87
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	экзамен – 10 семестр

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля) для очной формы обучения

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 3										
Раздел I. Тензорный анализ										
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	4		4	2			46	54	К/р	
Раздел II. Векторный анализ										
Тема 1. Векторная функция скалярного переменного.	2		2				14	18		
Тема 2. Скалярное поле.	2		2				14	18		
Тема 3. Векторное поле.	2		2				13	17	К/р	
Консультации									1	
Контроль промежуточной аттестации										Зачёт

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
ИТОГО за семестр:	10		10	2				87	108	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа, К/р – контрольная работа.

Таблица 3 - Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Разделы, темы дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Компетенции	
		УК-1	общее количество компетенций
<i>Раздел I. Тензорный анализ</i>	54	+	1
<i>Раздел II. Векторный анализ</i>	53	+	1
Консультации	1		
Итого	108		

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля).

Раздел I. Тензорный анализ

Тема 1. Элементы тензорной алгебры

Векторы. Ковекторы. Линейные операторы. Теория инвариантов оператора. Полилинейные функции (формы). Свойства полилинейных кососимметрических форм. Представления билинейных и трилинейных кососимметрических форм. Понятие тензора типа (p,q). Примеры.

Раздел II. Векторный анализ

Тема 1. Векторная функция скалярного переменного

Предел векторной функции скалярного переменного, формальные свойства. Непрерывность векторной функции скалярного переменного. Производная векторной функции скалярного переменного, выражение в координатах. Свойства производной. Годограф. Геометрический смысл производной векторной функции скалярного переменного. Понятие гладкой регулярной кривой. Длина дуги кривой. Длина дуги как натуральный параметр. Производная векторной функции по натуральному параметру. Векторная функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность. Элементы дифференциальной геометрии поверхности: нормали и касательные. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.

Тема 2. Скалярное поле

Поверхности и линии уровня скалярного поля. Дифференцируемость скалярного поля, градиент. Производная скалярного поля по направлению. Связь градиента с производной по направлению. Алгебраические и геометрические свойства градиента. Вычисления градиента и производной по направлению в координатах. Система обозначений Гамильтона.

Тема 3. Векторное поле

Дифференцируемость векторного поля, дифференциальный оператор. Матрица дифференциального оператора в декартовых координатах. Производная векторного поля по направлению. Дивергенция векторного поля, свойства, вычисление в координатах. Поток

векторного поля через поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Выражение дивергенции через поток. Соленоидальные векторного поля и их признаки. Ротор векторного поля, его выражение в декартовых координатах и через гамильтониан. Формальные свойства ротора. Теорема Стокса. Потенциальные векторные поля. Различные признаки потенциальности. Некоторые полезные вычислительные формулы векторного анализа, в частности: дивергенция и ротор векторного произведения векторных полей, градиент скалярного произведения векторных полей. Вычисления в криволинейных координатах.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты программ MathCad14. Данные программы, в частности, используются для иллюстрации конических сечений, метода сечений при изучении различных фигур в пространстве.

Методические указания для преподавателей по освоению дисциплины

Исходя из цели и задач дисциплины необходимо сформировать у студентов готовность к изучению математических дисциплин в вузе, которая включает мотивационно-ценностный (учебная мотивация, осознание необходимости и ценности математических знаний для будущей профессиональной деятельности), содержательный (математические знания школьного курса математики, необходимые для изучения математических дисциплин в вузе), инструментальный (математические методы решения типовых задач школьного курса математики) и личностный (способность к коммуникации в совместной учебно-познавательной деятельности, упорство и способность к творчеству при решении математических задач) компоненты. В связи с этим:

1. Изучение дисциплины предваряет входное тестирование по математическому анализу, целью которого является выявление начального уровня готовности к изучению данной дисциплины и наиболее «проблемных» тем.
2. Ведущая роль отводится практическим занятиям (2 часа подряд еженедельно), на которых следует использовать интерактивные методы обучения: работа в малых группах, «равные обучают равных», «мозговой штурм», викторины, квесты и др.
3. Применять рейтинговую систему оценивания. После каждой контрольной работы доводить до сведения студентов их текущий рейтинг.
4. Завершается изучение дисциплины итоговым компьютерным тестированием, которое позволяет провести анализ достигнутого студентами уровня готовности к изучению математических дисциплин в вузе и в сравнении с результатами входного тестирования сделать вывод об эффективности обучения.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Для освоения дисциплины «Тензорный и векторный анализ» обучающемуся необходимо:

1. Уделять особое внимание работе на практических занятиях: участвовать в дискуссиях, работе в малых группах, добросовестно выполнять предлагаемые преподавателем упражнения и кейсы, проявлять творчество и инициативу.
2. Выполнять домашнюю работу по обобщению материала каждой изученной темы, составляя схемы и ментальные карты с помощью индивидуально разработанных средств кодирования информации.
3. Выполнять самостоятельную работу по дисциплине, которая заключается в выполнении домашних заданий в Рабочей тетради.

Таблица 4 - Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Раздел I. Тензорный анализ</i>	46	чтение учебной литературы
<i>Раздел II. Векторный анализ</i>	41	чтение учебной литературы

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

Не предусмотрено.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

интерактивные лекции, групповые дискуссии

анализ ситуаций и имитационных моделей, равный обучает равного

проектные семинары

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<i>Раздел I. Тензорный анализ</i>			
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<i>Раздел II. Векторный анализ</i>			
Тема 1. Векторная функция скалярного переменного.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 2. Скалярное поле.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 3. Векторное поле.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций</i>	<i>Не предусмотрено</i>

6.2. Информационные технологии

- использование Интернета

- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронные библиотеки, журналы и т.д.) как источник информации

- использование возможностей электронной почты преподавателя
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т.д.)
- использование интерактивных средств взаимодействия участников образовательного процесса (технологии дистанционного или открытого обучения в глобальной сети (веб-конференции, форумы, учебно-методические материалы и др.))
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т.е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс)]

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Moodle	Образовательный портал ФГБОУ ВО «АГУ»
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

<i>Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем</i>
Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО «ИВИС» http://dlib.eastview.com <i>Имя пользователя: AstrGU</i> <i>Пароль: AstrGU</i>
Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов www.polpred.com
Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем» https://library.asu-edu.ru/catalog/
Электронный каталог «Научные журналы АГУ» https://asu-edu.ru/issledovaniya-i-innovacii/11745-nauchnye-jurnaly-agu.html

*Наименование современных профессиональных баз данных,
информационных справочных систем*

Информационная система электронного читального зала ФГБУ «Президентская библиотека имени Б. Н. Ельцина» https://www.prlib.ru
Виртуальный читальный зал Российской государственной библиотеки (доступ к базе данных диссертаций РГБ) https://diss.rsl.ru
Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) – сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. http://mars.arbicon.ru
Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержит огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. http://www.consultant.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Тензорный и векторный анализ» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 - Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тензорный анализ	УК-1	Контрольная работа
Векторный анализ	УК-1	Контрольная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 - Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении

	примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 - Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Примерные варианты контрольной работы Раздел «Векторная функция скалярного переменного».

Вариант 0

- 1). Продифференцировать векторную функцию $r(t)$: $\bar{r}(t) = [\bar{a}e^{at} + \bar{b}, \omega e^{at} \bar{a}]$, \bar{a}, \bar{b} - постоянные векторы
- 2). Найти производную при $t = 0$ векторной функции $r(t): \bar{r}(\sin t, \cos t, t)$
- 3). Найти градиент скалярного поля $\Phi: \Phi = \bar{r}^2(\bar{a}\bar{r})$
- 4). Найти производную в точке M_0 по направлению к точке M_1 скалярного поля $\Phi: \Phi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $M_0(1,1,1)$, $M_1(3,2,1)$
- 5). Найти ротор векторного поля $\bar{V} = \bar{a}(\bar{b}\bar{r})$, \bar{a}, \bar{b} - постоянные векторы
- 6). Является ли следующее поле соленоидальным? $\bar{V}(2y, -z, 2x)$

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
1.	Задание закрытого типа	Чему равен предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin(5x) / x)$?	в	1

		а) 0 б) 1 в) 5 г) Не существует		
2.		Как называется ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (1/n^p)$? а) Гармонический ряд б) Знакопередающийся ряд в) Обобщённый гармонический ряд (ряд Дирихле) г) Ряд геометрической прогрессии	в	1
3.		Чему равна производная функции $f(x) = x \cdot e^x$ в точке $x=0$? а) 0 б) 1 в) e г) $e+1$	б	1
4.		Какое из данных уравнений является уравнением плоскости в трёхмерном пространстве? а) $2x-3y+5=0$ б) $x+y^2+z^2=1$ в) $3x+y-2z+7=0$ г) $x/2 = (y-1)/3 = (z+4)/(-1)$	в	1
5.		Чему равен модуль комплексного числа $z=-3+4i$? а) 5 б) 7 в) -3 г) 4	а	1
6.	Задание открытого типа	Найти общее решение дифференциальных уравнений. $(xy + y)dx + (xy + x)dy = 0$	Попробуем разделить переменные интегрирования. Для этого вынесем за скобки общий множитель: $y(x+1)dx + x(y+1)dy = 0$, разнесем слагаемые: $y(x+1)dx = -x(y+1)dy$; выражая $\frac{dy}{dx}$ из полученного уравнения убедимся в том, что $\frac{dy}{dx} = f_1(x) \cdot f_2(y)$ и, значит, наше уравнение является дифференциальным уравнением в разделяющихся переменных.	5

			<p>Разделим переменные.</p> $\left(\frac{1}{x} + 1\right) dx = -\left(\frac{1}{y} + 1\right) dy.$ <p>Проинтегрируем получившееся выражение по соответствующим переменным:</p> $\int \left(\frac{1}{x} + 1\right) dx = -\int \left(\frac{1}{y} + 1\right) dy.$ <p>Получим $\ln x + x = -\ln y - y + \ln C$, $\Rightarrow \ln xy + \ln e^{x+y} = \ln C$.</p> <p>Таким образом, мы убедились в том, что $xye^{x+y} = C$ - общий интеграл заданного уравнения.</p>	
7.		<p>Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям</p> $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ $y(0) = 1; y'(0) = 1$	<p>$y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ - неоднородное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами 2-ого порядка. Решение будем искать в виде суммы решений: общего решения однородного уравнения \bar{y} и частного решения неоднородного уравнения y^*, которое будем искать по виду правой части. Начнем с отыскания \bar{y}.</p> $y'' + 2y' - 3 = 0$ <p>Составим характеристическое уравнение: $k^2 + 2k - 3 = 0; k_1 = 1; k_2 = -3$.</p> <p>Следовательно, общее решение однородного уравнения: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$.</p> <p>$y^*$ будем искать в виде $A \cdot e^{2x}$. y^* - частное решение уравнения, поэтому оно превращает его в верное числовое тождество. Подставим его в уравнение и вычислим A.</p> $(y^*)' = 2Ae^{2x}; (y^*)'' = 4Ae^{2x}.$ $4Ae^{2x} + 4Ae^{2x} - 3Ae^{2x} = e^{2x} \Rightarrow A = 0,2.$ <p>Значит $y^* = 0,2e^{2x}$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения $y = \bar{y} + y^* = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + 0,2e^{2x}$. Для вычисления частного решения определим значения констант исходя из начальных условий:</p> $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + 0,2e^{2x};$ $y' = C_1 e^x - 3C_2 e^{-3x} + 0,4e^{2x};$ $y(0) = 1; y'(0) = 1;$ $1 = C_1 e^0 + C_2 e^{-3 \cdot 0} + 0,2e^{2 \cdot 0};$ $1 = C_1 e^0 - 3C_2 e^{-3 \cdot 0} + 0,4e^{2 \cdot 0};$	5

		$\begin{cases} 1 = C_1 + C_2 + 0,2 \\ 1 = C_1 - 3C_2 + 0,4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 0.75 \\ C_2 = 0.05 \end{cases}$ <p>Ответ: $y = 0.75e^x + 0.05e^{-3x} + 0,2e^{2x}$.</p>	
8.	<p>Вычислить $\int_K (x + y)dL$,</p> <p>где (K) контур треугольника с вершинами $a(1, 0)$, $b(0, 1)$, $o(0,0)$</p>	<p>контур интегрирования (K) разбит на три части oa, av, vo, тогда криволинейный интеграл по данному контуру будет равен:</p> $J = \int_K (x + y)dL = \int_{OA} (x + y)dL + \int_{AB} (x + y)dL + \int_{BO} (x + y)dL$ <p>УРАВНЕНИЕ (OA): $y = 0 \Rightarrow \dot{y} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$</p> <p>УРАВНЕНИЕ ($AB$): $y = 1 - x \Rightarrow \dot{y} = -1, \quad 0 \leq x \leq 1$</p> <p>УРАВНЕНИЕ ($BO$) $x = 0 \Rightarrow \dot{x} = 0, \quad 0 \leq y \leq 1$</p> $J = \int_0^1 (x + 0)\sqrt{1+0} dx + \int_0^1 (x + 1 - x)\sqrt{1+(-1)^2} dx + \int_0^1 (0 + y)\sqrt{1+0} dy =$ $= \int_0^1 x dx + \sqrt{2} \cdot \int_0^1 dx + \int_0^1 y dy = \frac{x^2}{2} \Big _0^1 + \sqrt{2} \cdot x \Big _0^1 + \frac{y^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2} + \sqrt{2} + \frac{1}{2} = \sqrt{2} + 1.$ <p>ОТВЕТ: $\int_K (x + y)dL = \sqrt{2} + 1.$</p>	5
9.	<p>ВЫЧИСЛИТЬ ИНТЕГРАЛ $\oint_L 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 dy$ ДВУМЯ СПОСОБАМИ: НЕПОСРЕДСТВЕННО И ПО ФОРМУЛЕ ГРИНА. L – КОНТУР МНОГОУГОЛЬНИКА $ABCA: A(1; 1), B(2; 2), C(1; 3)$</p>	<p>В НАШЕМ ПРИМЕРЕ $P(x, y) = 2(x^2 + y^2), \quad Q(x, y) = (x + y)^2,$ ТОГДА $\frac{\partial P}{\partial y} = 4y, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = 2(x + y).$</p> <p>ПОЛУЧАЕМ, ЧТО $J = \int_{ABCA} 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 = \iint_D (2(x - y))dx dy$</p> <p>ГДЕ ОБЛАСТЬ ($D$) – ТРЕУГОЛЬНИК ABC.</p>	5

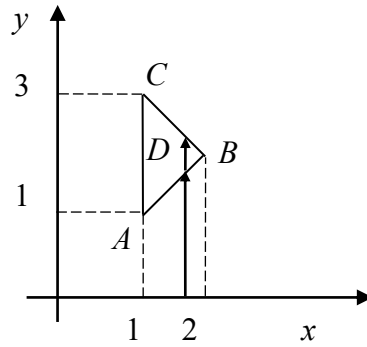


Рис. 6

**ЗАПИШЕМ УРАВНЕНИЕ СТОРОН
ТРЕУГОЛЬНИКА ABC .**

$$(AB): y = x, \quad (BC): y = 4 - x,$$

$$(CA): x = 1$$

**ВЫЧИСЛИМ ДВОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ ПО
ДАННОЙ ОБЛАСТИ (D):**

$$J = 2 \cdot \int_1^2 dx \int_x^{4-x} (x-y) dy = 2 \cdot \int_1^2 \left(xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_x^{4-x} dx =$$

$$4 \cdot \int_1^2 (4x - x^2 - 4) dx =$$

$$= 4 \cdot \left(2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 4x \right) \Big|_1^2 = -\frac{4}{3}$$

**ВЫЧИСЛИМ ТЕПЕРЬ
НЕПОСРЕДСТВЕННО
КРИВОЛИНЕЙНЫЙ ИНТЕГРАЛ ПО
КОНТУРУ ТРЕУГОЛЬНИКА ABC ,
СОСТОЯЩЕМУ ИЗ ЗВЕНЬЕВ: AB , BC ,
 CA .**

$$J = \int_{AB} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x+y)^2 dy + \int_{BC} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x+y)^2 dy +$$

$$+ \int_{CA} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x+y)^2 dy$$

УРАВНЕНИЕ (AB):

$$y = x \Rightarrow dy = dx, \quad 1 \leq x \leq 2$$

УРАВНЕНИЕ (BC):

$$y = 4 - x \Rightarrow dy = -dx, \quad 2 \geq x \geq 1$$

УРАВНЕНИЕ (CA):

$$x = 1 \Rightarrow dx = 0, \quad 3 \geq y \geq 1$$

ТАКИМ ОБРАЗОМ,

			$J = \int_1^2 8x^2 dx + \int_2^1 (4x^2 - 16x + 16) dx + \int_3^1 (1+y)^2 dy =$ $= \frac{56}{3} - \frac{4}{3} - \frac{56}{3} = -\frac{4}{3}$ <p>РЕЗУЛЬТАТЫ ОДИНАКОВЫ.</p> <p>ОТВЕТ: $J = -\frac{4}{3}$.</p>	
10.		Функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой, и её производная $f'(x)=(x-1)^2(x+2)$. В какой точке эта функция имеет локальный экстремум?	а Точка $x=-2$ является точкой смены знака производной с «+» на «-», что является необходимым и достаточным условием для локального максимума. В точке $x=1$ производная не меняет знак (остаётся положительной), поэтому экстремума там нет.	5
11.	Задание комбинированного типа	<p><i>Какая из перечисленных характеристик отличает тензор от вектора в общем случае? Обоснуйте ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Тензор всегда имеет размерность 3×3, а вектор — 3×1 2. Вектор является частным случаем тензора первого ранга, а тензор может иметь ранг выше 3. Тензор не зависит от выбора системы координат, а вектор зависит 4. Тензоры нельзя складывать, а векторы можно 	<p>Ответ: 2, обоснование: вектор — это тензор ранга 1, а тензоры более высоких рангов (например, матрица — тензор ранга 2) описывают более сложные объекты, закон преобразования компонент которых обобщает закон для векторов.</p>	5
12.		<p><i>Какое физическое явление естественно описывается с помощью вихря (ротора) векторного поля? Обоснуйте ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Распределение температуры в комнате 2. Течение жидкости, имеющей замкнутые круговые линии тока 3. Электростатическое поле точечного заряда 4. Поле скорости равномерно движущейся жидкости 	<p>Ответ: 2, обоснование: ротор характеризует завихренность поля, поэтому для описания вихревого течения (например, водоворота) используется именно эта операция, тогда как потенциальные поля (электростатика, равномерный поток) имеют нулевой ротор.</p>	5

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	<i>Ответ на занятия</i>	3/1	3	в течении семестра
2.	<i>Выполнение практического задания</i>	7/1	7	в течении семестра
3.	<i>Выполнение контрольных работ</i>	3/10	30	в течении семестра
Всего			40	-
Блок бонусов				
4.	<i>Посещение занятий</i>		5	
5.	<i>Своевременное выполнение всех заданий</i>		5	
Всего			10	
6.	<i>Экзамен</i>		50	
Всего			50	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-1
<i>Неготовность к занятию</i>	-1
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Акивис М.А., Тензорное исчисление [Электронный ресурс]: Учеб. пособ. / Акивис М. А., Гольдберг В. В. - 3-е изд., перераб - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 304 с. - ISBN 5-9221-0424-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104241.html>

2. **Краснов М.Л.** Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями: книга была допущена М-вом высшего и среднего специального образования СССР в качестве учеб. пособ. для вузов . - изд. 2-е ; испр. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 144 с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 5-354-00014-9 : 107-50. (14 экз)

8.2. Дополнительная литература

1. Киреев И.В., Тензорный анализ и дифференциальная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин - Красноярск : СФУ, 2017. - 102 с. - ISBN 978-5-7638-3622-6 - Режим доступа:
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763836226.html>

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.studentlibrary.ru>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости

осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).