

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП
И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой математики
И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

“ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ”

Составитель(-и)	Шацков Д.О., к ф.-м. н., доцент кафедры математики
Согласовано с работодателями	Т.Е. Тихомирова, директор МБОУ «СОШ № 11 им. Г.А. Алиева» Е.А. Муравьева, директор «СОШ № 48»
Направление подготовки / специальность	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) ОПОП	Математика и Информатика
Квалификация (степень)	Бакалавр
Форма обучения	Очная
Год приема (курс)	2026
Курс	5
Семестр(ы)	10

Астрахань – 2026 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целями освоения дисциплины (модуля) «олимпиадные задачи по математике» являются

сформировать навыки и умения решения основных типов олимпиадных математических задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля) «олимпиадные задачи по математике» определяются поставленной целью:

- формирование системы умений, связанных с практикой решения олимпиадных задач по математике для 8-9 классов;

- ознакомление студентов с содержанием различных систем олимпиадных задач по математике;

- формирование представлений о видах олимпиадных задач, в решении которых применяются теоретико-числовые методы;

- актуализация межпредметных знаний, способствующих пониманию содержания математической задачи и процесса ее решения;

- обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирования у них опыта математической деятельности в ходе решения олимпиадных задач по математике;

- создание условий для организации образовательного процесса на основе использования педагогических технологий и форм взаимодействия, способствующих формированию основы для развития профессиональных компетенций, связанных с подготовкой учащихся к решению олимпиадных задач по математике;

- стимулирование к самостоятельной деятельности по освоению содержания

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Подготовка учащихся к итоговой аттестации по математике» относится к *части, формируемой участниками образовательных отношений*, и изучается в 10 семестре. Логически и содержательно-методически данная дисциплина связана с базовыми курсами: «Математика», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ». Дисциплина встраивается в структуру ОПОП (последовательность дисциплин в учебном плане) как с точки зрения преемственности содержания, так и с точки зрения непрерывности процесса формирования компетенций выпускника.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):

«Математика», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ».

Знания: алгебры, аналитической геометрии и математического анализа.

Умения: вычислять производные и интегралы.

Навыки: решение уравнений.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

Преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки

(специальности).

Профессиональные компетенции:

Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности (ПК-1).

Таблица 1 - Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты освоения дисциплины		
		Знать	Уметь	Владеть
ПК-1	ПК-.1.1. Знать содержание, сущность, закономерности, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету	основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач (педагогика, психология, возрастная физиология; школьная гигиена; методика преподавания предмета).	анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов.	навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 2 зачетные единицы (72 часа).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	2
Объем дисциплины в академических часах	72
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	40
- занятия лекционного типа, в том числе:	

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
- практическая подготовка (если предусмотрена)	
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	40
- практическая подготовка (если предусмотрена)	2
- в ходе подготовки и защиты курсовой работы	
- консультация (предэкзаменационная)	
- промежуточная аттестация по дисциплине	
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	32
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	зачет – 10 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

для очной формы обучения

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости и, форма промежуточной аттестации <i>[по семестрам]</i>
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 10.										
<i>Тема 1. Алгебра</i>			20	1				16	36	Кр1
<i>Тема 2. Геометрия</i>			20	1				16	36	Кр2
Консультации										

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости и, форма промежуточ ной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Контроль промежуточной аттестации									Зачёт	
ИТОГО за семестр:			40	2				32	72	
Итого за весь период			40	2				32	72	

Таблица 3 - Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Компетенции	
		ПК 1	общее количество компетенций
<i>Тема 1. Алгебра</i>	36	+	1
<i>Тема 2. Геометрия</i>	36	+	1
Итого	72		

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Математические задачи олимпиадного типа, их классификация и основные методы решения.
 Формы организации внеучебной деятельности школьников, способствующие развитию интереса к математике, выявлению одаренных детей и развитию их математических способностей.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

Порядок проведения лекционного занятия.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

- 1 формулировку темы лекции;
- 2 указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- 3 изложение вводной части;
- 4 изложение основной части лекции;
- 5 краткие выводы по каждому из вопросов;
- 6 заключение;
- 7 рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Методические рекомендации для студентов

Организация самостоятельной работы

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

Таблица 4 - Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Тема 1. Алгебра	16	Изучение учебной литературы и решение практических задач
Тема 2. Геометрия	16	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

В дисциплине выполнение письменных работ, таких как курсовая работа, эссе, реферат, доклад и т.п. не предусматривается.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Алгебра	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии, практическая подготовка</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 2. Геометрия	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций, практическая подготовка</i>	<i>Не предусмотрено</i>

6.2. Информационные технологии

№	Формы	Описание
1	Применение интерактивной доски	Использование интерактивных технологий при демонстрации результатов моделирования задачных ситуаций
2	Создание презентаций	Сообщение, сопровождаемое авторской презентацией
3	Использование возможностей компьютера	Использование интерактивных технологий при выступлении
4	Рассылка заданий	Получение студентами дополнительных (уточняющих) заданий
5	Ответы на вопросы	Получение студентами индивидуальных консультаций
6	Ознакомление студентов с оценками	Обращается внимание на допущенные ошибки и недостатки выполненной работы, отмечаются положительные моменты
7	Предоставление выполненных работ	Студенты присылают работы на электронную почту преподавателя
8	Использование возможностей электронной почты преподавателя	Уточнение заданий, получение консультаций, устранение ошибок

6.3. Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
(LMS Moodle «Электронное образование»)	Образовательный портал ФГБОУ ВО «АГУ» имени В. Н. Татищева
Mozilla FireFox	Браузер

Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

<i>Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем</i>
Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». https://library.asu.edu.ru
Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: http://journal.asu.edu.ru/ Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО "ИВИС". http://dlib.eastview.com <i>Имя пользователя: AstrGU</i> <i>Пароль: AstrGU</i>
Электронно-библиотечная система elibrary. http://elibrary.ru
Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ). http://dvs.rsl.ru
Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) - сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. http://mars.arbicon.ru
Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержится огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. http://www.consultant.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Олимпиадные задачи по математике» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы

определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 1. Алгебра	ПК-1	Контрольная работа
Тема 2. Геометрия	ПК-1	Контрольная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Итоговая оценка успеваемости студентов по дисциплине производится согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценки учебных достижений студентов.

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

5 «отлично»	-дается комплексная оценка предложенной ситуации; -демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять; - последовательное, правильное выполнение всех заданий; -умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы.
4 «хорошо»	-дается комплексная оценка предложенной ситуации; -демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять; - последовательное, правильное выполнение всех заданий; -возможны единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя; -умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы.
3 «удовлетворительно»	-затруднения с комплексной оценкой предложенной ситуации; -неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя; -выполнение заданий при подсказке преподавателя; - затруднения в формулировке выводов.
2 «неудовлетворительно»	- неправильная оценка предложенной ситуации; -отсутствие теоретического обоснования выполнения заданий.

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя

Шкала оценивания	Критерии оценивания
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Контрольная №1

1. Запишите данные систематические дроби в виде обыкновенных в той же системе счисления:
а) $0,87(102)_9$ б) $0,7(5)_8$
2. Найдите наибольший общий делитель чисел 4081, 4972, 3377.
3. Найдите действительное число α , которое обращается в цепную дробь $[(1;3)]$.
4. Для перевозки зерна имеются мешки вместимостью 60кг и 80 кг. Определите, какое количество мешков одной и другой вместимости необходимо для перевозки 440 кг зерна.

Контрольная №2

1. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Докажите, что биссектрисы углов ABD и ACD пересекаются на этой же окружности.
2. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ описан около окружности. Углы при его вершинах A , C и E равны 100° . Найдите угол ACE .
3. Дан четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle ABD = \angle DBC = 60^\circ$, $\angle ADB = 40^\circ$, а $\angle BDC = 70^\circ$. Найдите угол между его диагоналями.

Перечень вопросов и заданий, выносимых на экзамен

1. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел.
2. Разложение целых чисел на простые множители и его единственность. Основное свойство простого числа.
3. Распределение простых чисел, неравенство Чебышева.
4. Понятие об асимптотическом законе распределения простых чисел. Простые числа в арифметических прогрессиях.
5. Сравнения по натуральному модулю, их свойства.
6. Классы целых чисел по данному модулю.
7. Аддитивная группа классов вычетов. Кольцо классов вычетов.
8. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю.
9. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
10. Теорема Эйлера и Ферма. Арифметические приложения теории сравнения.
11. Сравнения первой степени. Теорема о числе решений сравнения первой степени. Способы решения сравнения первой степени.

12. Неопределённые уравнения первой степени. Система сравнения первой степени.
13. Китайская теорема об остатках.
14. Сравнения по простому модулю. Теоремы о числе решений и понижении степени.
15. Теорема Вильсона. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого и к простому модулю.
16. Сравнения второй степени. Квадратичные вычеты и невычеты.
17. Символ Лежандра и его свойства. Критерий Эйлера. Квадратичный закон взаимности. Приложения символа Лежандра.
18. Показатель числа класса по данному модулю. Свойства показателей. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю.
19. Индексы, общие свойства. Индексы по простому модулю. Индексы по составным модулям. Длина периода разложения обыкновенной дроби в десятичную. Двучленные сравнения.
20. Представления чисел цепными дробями. Подходящие дроби и их свойства.
21. Представление действительных чисел цепными дробями. Приближение действительных чисел подходящими дробями.
22. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел обыкновенными дробями с заданным ограничением для знаменателей.
23. Приложение теоремы Дирихле к представлению простого числа в виде суммы двух квадратов.
24. Квадратичские иррациональности и периодические цепные дроби.
25. Теорема Лагранжа о квадратичской иррациональности. Решение диофантовых уравнений с помощью цепных дробей.
26. Алгебраические и трансцендентные числа. Теорема Лиувилля.
27. Построение трансцендентных чисел. Иррациональность чисел e и π .

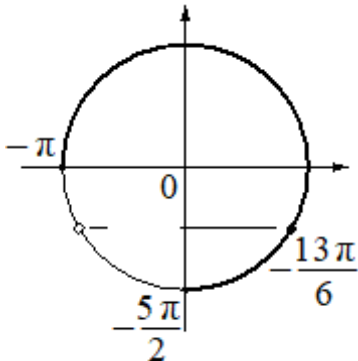
7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Итоговая оценка успеваемости студентов по дисциплине производится согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценки учебных достижений студентов, утвержденного Ученым советом АГУ от 30.12.2013 г.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-1. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности				
1.	Задание закрытого типа	Доллар стоит 80 рублей. Какое наибольшее количество долларов можно купить на 1500 рублей? 1) 18 2) 19 3) 20	1	5
2.		В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 15$, $tg A = 0,75$. Найдите AC . 1) 10	2	5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		2) 20 3) 30		
3.		Смешали 4 л 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 л 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? 1) 100% 2) 20% 3) 21%	3	5
4.		Первая труба пропускает на 5 л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объёмом 500 л она заполняет на 5 мин дольше, чем вторая труба? 1) 40 2) 20 3) 50	2	5
5.		Аквариум размерами 80 см × 30 см × 40 см имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Сколько литров составляет объём аквариума, если в одном литре 1000 кубических сантиметров? 1) 80 2) 240 3) 96	3	5
6.	Задание открытого и комбинированного типа	<i>Вкладчик внес в банк 12000 р. Банк выплачивает 3% годовых. Через 2 года 3 месяца и 7 дней вкладчик закрыл счет. Какая сумма будет на счёте на момент его закрытия? Приведите решение и выберите вариант ответа, наиболее близкий к верному</i> 1) 12820 2) 12730 3) 12680	1	5
7.		а) Решите уравнение $6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$.	Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде: $6 - 6 \sin^2 x + 5 \sin x - 2 = 0$; $(2 \sin x + 1)(3 \sin x - 4) = 0$.	5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		<p>б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.</p>	<p>Значит, $\sin x = -\frac{1}{2}$, откуда</p> $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ или}$ $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$ <p>Уравнение $\sin x = \frac{4}{3}$ корней не имеет.</p> <p>б) С помощью числовой окружности отберём корни,</p>  <p>принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.</p> <p>Получим число $-\frac{13\pi}{6}$.</p> <p>Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$</p> <p>б) $-\frac{13\pi}{6}$.</p>	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
8.		<p>Решите неравенство</p> $\frac{3^x - 1}{3^x - 3} \leq 1 + \frac{1}{3^x - 2}.$	<p>Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:</p> $\frac{t-1}{t-3} \leq 1 + \frac{1}{t-2}; \frac{t-1}{(t-2)(t-3)} \leq 0,$ <p>откуда $t \leq 1; 2 < t < 3$.</p> <p>При $t \leq 1$ получим: $3^x \leq 1$, откуда $x \leq 0$.</p> <p>При $2 < t < 3$ получим: $2 < 3^x < 3$, откуда $\log_3 2 < x < 1$.</p> <p>Решение исходного неравенства: $x \leq 0; \log_3 2 < x < 1$.</p> <p>Ответ: $(-\infty; 0]; (\log_3 2; 1)$.</p>	5
9.		<p>Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений</p> $\begin{cases} 2x - 2y - 2 = x^2 + y^2 - 1 , \\ y = a(x - 1) \end{cases}$ <p>имеет более двух решений.</p>	<p>Изобразим на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют первому уравнению системы.</p> <p>Рассмотрим два случая:</p> <p>1) Если $x^2 + y^2 \geq 1$, то получаем уравнение</p> $2x - 2y - 2 = x^2 + y^2 - 1;$ $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0;$ $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1.$ <p>Полученное уравнение задаёт окружность с центром в точке $O_1(1; -1)$ и радиусом 1.</p> <p>2) Если $x^2 + y^2 \leq 1$, то получаем уравнение</p> $2x - 2y - 2 = 1 - x^2 - y^2;$ $x^2 + 2x + y^2 - 2y - 3 = 0;$ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 5.$	15

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			<p>Полученное уравнение задаёт окружность с центром в точке $O_2(-1; 1)$ и радиусом $\sqrt{5}$.</p> <p>Полученные окружности пересекаются в двух точках $A(1; 0)$ и $B(0; -1)$, лежащих на окружности $x^2 + y^2 = 1$, поэтому в первом случае получаем дугу ω_1 с концами в точках A и B, во втором — дугу ω_2 с концами в тех же точках (см. рис.).</p> <p>Рассмотрим второе уравнение системы. Оно задаёт прямую m, которая проходит через точку A и угловой коэффициент которой равен a.</p> <p>При $a = 1$ прямая m проходит через точки A и B, то есть исходная система имеет два решения.</p> <p>При $a = 2$ прямая m перпендикулярна прямой O_2A, угловой коэффициент которой равен $-\frac{1}{2}$, значит, прямая m касается дуги ω_2 в точке A и пересекает дугу ω_1 в двух точках (одна из которых — точка A), то есть исходная система имеет два решения.</p> <p>При $1 < a < 2$ прямая m пересекает каждую из дуг ω_1 и ω_2 в точке A и ещё в одной точке, отличной от точки B, то есть исходная система имеет три решения.</p> <p>При $0 \leq a < 1$ прямая m не пересекает дуги ω_1 и ω_2 в точках, отличных от точки A, то есть исходная система имеет одно решение.</p> <p>При $a < 0$ или $a > 2$ прямая m пересекает дугу ω_1 в двух точках и не пересекает дугу ω_2 в точках, отличных от точки A, то есть исходная система имеет два решения.</p> <p>Значит, исходная система имеет более двух решений при $1 < a < 2$.</p>	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			Ответ: $1 < a < 2$.	
10.		<p>а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.</p> <p>б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?</p> <p>в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.</p>	<p>а) Произведение цифр числа 2529 равно 180, а сумма цифр равна 18, то есть в 10 раз меньше.</p> <p>б) Предположим, что такое число n существует и a, b, c, d — его цифры. Заметим, что среди этих цифр не может быть нулей, так как иначе их произведение было бы равно нулю. Имеем: $abcd = 175(a + b + c + d)$. Правая часть этого равенства делится на 25, поэтому среди цифр найдутся две цифры 5. Так как при перестановке местами цифр числа n равенство $abcd = 175(a + b + c + d)$ остаётся верным, то без ограничения общности можно считать, что в числе n цифры c и d равны 5.</p> <p>Тогда $ab = 7(a + b + 10) \geq 7 \cdot 12 > 9 \cdot 9 \geq ab$. Получаем противоречие.</p> <p>в) Предположим, что такое число n существует и a, b, c, d — его цифры. Как и ранее, заметим, что среди этих цифр не может быть нулей, так как иначе их произведение было бы равно нулю. Имеем: $abcd = 50(a + b + c + d)$. Правая часть этого равенства делится на 25, поэтому среди цифр найдутся две цифры 5. Без ограничения общности будем считать, что $c = d = 5$.</p> <p>Тогда $ab = 2(a + b + 10)$. Так как правая часть последнего равенства делится на 2, то либо a, либо b делится на 2. Будем считать, что на 2 делится b.</p> <p>Если $b = 2$, то $a = a + 12$, что невозможно.</p> <p>Если $b = 4$, то $2a = a + 14$; $a = 14$, что невозможно.</p> <p>Если $b = 6$, то $3a = a + 16$; $2a = 16$; $a = 8$. Число $n = 8655$ и все числа, получаемые из него перестановкой цифр, удовлетворяют условию задачи.</p>	15

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			Если $b = 8$, то $4a = a + 18$; $3a = 18$; $a = 6$. Этот вариант также получается из предыдущего перестановкой цифр. Ответ: а) например, 2529; б) нет; в) Число 8655 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр (всего 12 чисел).	
11.	Задание комбинированного типа	<i>Среди 100 монет одна фальшивая (легче настоящей). Какое минимальное количество взвешиваний на чашечных весах без гирь гарантированно позволит её найти? Обоснуйте ответ</i> 1. 4 2. 5 3. 6 4. 7	Ответ: 2, обоснование: одно взвешивание даёт три исхода, за 4 взвешивания можно различить не более 81 варианта, а монет 100, поэтому необходимо минимум 5 взвешиваний.	5
12.		<i>На плоскости отмечено 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках? Обоснуйте ответ</i> 1. 90 2. 100 3. 120 4. 720	Ответ: 3, обоснование: количество способов выбрать 3 точки из 10 равно числу сочетаний $C(10,3) = 120$, и поскольку никакие три точки не коллинеарны, каждая такая тройка образует треугольник.	5

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	<i>Ответ на занятии</i>	15/1	15	в течении семестра
2.	<i>Выполнение практического задания</i>	5/2	15	в течении семестра
3.	<i>Выполнение контрольных работ</i>	3/20	60	в течении семестра
Всего			90	-
4.	<i>Посещение занятий</i>		5	
5.	<i>Своевременное выполнение всех заданий</i>		5	
Всего			10	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-1
<i>Неготовность к занятию</i>	-1
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено
Ниже 60		

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Материалы городских математических олимпиад, 1998 – 2012 гг.
2. Канель-Белов А.Я., Трепалин А.С., Яценко И.В. Олимпиадный ковчег. – М.: МЦНМО, 2014..
3. Заславский А.А., Френкин Б.Р. Математика турниров. – М.: МЦНМО, 2009.
4. Шелаев, А. Н. Нестандартные и олимпиадные задачи по неэлементарной и высшей математике : учебное пособие / Шелаев А. Н. - Москва : МИСиС, 2004. - 159 с. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/Misis_443.html. - Режим доступа : по подписке.

8.2. Дополнительная литература

5. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.:МЦНМО - 2004г.

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

<https://www.studentlibrary.ru>

<https://problems.ru/>

<https://mathus.ru/math/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).