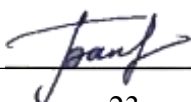


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

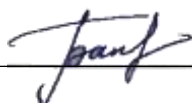
СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП


И.А. Байгушева
«23» апреля 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики


И.А. Байгушева
«23» апреля 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«МАТЕМАТИКА (ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ)»

Составитель(-и)	Байгушева И.А., доцент, к. ф.-м. н., д. п. н., зав. кафедрой
Согласовано с работодателями:	Т.Е. Тихомирова, директор, МБОУ г. Астрахани «СОШ № 11 им. Гейдара Алиева» П.Г. Воробьев, директор, МБОУ г. Астрахани «СОШ № 1»
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) ОПОП	Математика и Информатика
Квалификация (степень)	бакалавр
Форма обучения	очная
Год приема (курс)	2026
Курс	2
Семестр	4

Астрахань - 2026 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель освоения дисциплины – овладение студентами знаниями, методологией и методами математического анализа, необходимыми для решения профессиональных задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- научить логически мыслить, разбираться в логических конструкциях математических теорий, привить навык дедуктивного мышления;
- овладение фундаментальными понятиями и основными методами математического анализа;
- формирование способности самостоятельно приобретать необходимые математические знания;
- выработать навыки решения конкретных задач, требующих исследования функций и вычисления связанных с ними величин;
- научить грамотно выражать свою мысль в устном и письменном изложении математического материала.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. **Учебная дисциплина «Математика (продвинутый уровень)»** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (профиль «Математика и Информатика»). Дисциплина осваивается в течение IV семестра.

2.2. **Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами математической подготовки:** «Практикум по элементарной математике», «Математика».

Знания: числовые множества, основные плоские и пространственные геометрические фигуры и их свойства, алгебраические выражения, числовая последовательность, основные элементарные функции, уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, производная, первообразная, интеграл.

Умения: производить операции с числами, выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений, исследовать и строить графики основных элементарных функций, решать уравнения, неравенства и их системы, находить производные элементарных функций и применять их для исследования функций, вычислять определенные интегралы и применять их для нахождения площади криволинейной трапеции.

Навыки: решать типовые учебные задачи, используя вышеперечисленные умения и знания.

2.3. **Последующие учебные дисциплины и практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:**

- «Теория вероятностей и математическая статистика»;
- «Теория функций комплексного переменного»;
- «Теория функций действительного переменного»;
- «Педагогическая практика».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих общепрофессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

ПК-1 - Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования

предметных методик и современных образовательных технологий.

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ПК-1	ПК-1.1. Знать содержание, сущность, закономерности, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира; программы и учебники по преподаваемому предмету; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения педагогических, научно-методических и организационно управленческих задач (педагогика, психология, возрастная физиология; школьная гигиена; методика преподавания предмета).	- содержание, сущность, закономерности, базовые теории в предметной области; закономерности, определяющие место предмета в общей картине мира	- решать педагогические, научно-методические и организационно управленческие задачи	программами и учебниками по преподаваемому предмету; основами общетеоретических дисциплин в необходимом объеме
	ПК-1.2 Уметь анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов	- базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов	- анализировать базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов	- способами анализа базовых предметных научно-теоретических представлений о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов
	ПК-1.3. Владеть навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач.	- базовые научно-теоретические представления для решения профессиональных задач.	- анализировать базовые научно-теоретические представления для решения профессиональных задач.	- навыками понимания и системного анализа базовых научно-теоретических представлений для решения профессиональных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 5 зачетные единицы (180 часов).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	5

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в академических часах	180
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	109
- занятия лекционного типа, в том числе:	36
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	72
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- в ходе подготовки и защиты курсовой работы	
- консультация (предэкзаменационная)	1
- промежуточная аттестация по дисциплине	-
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	71
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	экзамен – 4 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 4.										
Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных	5		10					12	27	КР-1
Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	8		16					14	38	
Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных	8		16					14	38	КР-2
Тема 4. Двойные и тройные интегралы	8		16					15	39	КР-3
Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов	7		14					16	37	
Консультации									1	
Контроль промежуточной аттестации									-	Экзамен
ИТОГО за семестр:	36		72					71	180	Экзамен
Итого за весь период	36		72					71	180	Экзамен

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3. Матрица соотнесения разделов учебной дисциплины и формируемых в них компетенций

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ПК-1	
Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных	27	+	1
Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	38	+	1
Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных	38	+	1
Тема 4. Двойные и тройные интегралы	39	+	1
Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов	37	+	1
Консультации	1		
ИТОГО	180		

Краткое содержание каждой темы дисциплины

Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных

Пространство R_n : основные метрические и топологические характеристики точечных множеств. Функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций.

Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных

Частные производные. Дифференцируемые функции. Дифференциал. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложных функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных. Понятие о неявной функции. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в области.

Тема 4. Двойные и тройные интегралы

Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площади плоской фигуры и объема пространственного тела. Тройной интеграл, его геометрическая интерпретация.

Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов

Нахождение площади плоской фигуры. Нахождение объемов пространственных тел. Нахождение площади поверхности пространственного тела. Статические моменты и центр тяжести плоской фигуры.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине

Основными видами учебной деятельности студентов являются лекции и практические занятия. На лекциях раскрываются основные положения и понятия курса, отмечаются основные подходы к решению научных проблем. На практических занятиях студенты овладевают практическими умениями и методами решения математических задач по темам дисциплины. При проведении учебных занятий рекомендуется наряду с традиционными технологиями обучения применять технологии сотрудничества, проблемно-поисковый подход (проблемная лекция).

Критериями освоения дисциплины являются овладение студентом основных компетенций, полнота и осознанность знаний, способность применять теоретические знания при решении задач. Для контроля знаний используются письменные контрольные работы, коллоквиумы. Контрольные работы проводятся на практических занятиях. Коллоквиумы могут проводиться на лекции или в дополнительно выделенное учебное время.

Организационно-методической базой для проведения учебных занятий является учебный план. При подготовке к учебным занятиям преподаватель обязан руководствоваться данной рабочей программой. При проведении занятий преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы обучения, которые будут способствовать качественному усвоению учебного материала. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся в Астраханском государственном университете им. В.Н. Татищева.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Математика (Уровень 1)» является одной из элективных дисциплин математической подготовки будущего учителя математики, физики и информатики.

Основными формами организации учебной деятельности являются лекции и практические занятия. На лекциях раскрываются теоретические основы дисциплины (понятия, утверждения, методы), на практических занятиях необходимо овладеть практическими умениями по применению теоретических знания для решения задач.

Самостоятельная работа является одним из основных видов учебной деятельности студента и предполагает выполнение следующих видов деятельности: подготовка к практическим занятиям (решение задач, заданных преподавателем в качестве домашней работы, изучение и конспектирование теоретического материала по учебникам и конспектам лекций), подготовка к коллоквиумам (повторение теоретического материала). Для изучения дисциплины предлагается список основной и дополнительной литературы. Основная – для обязательного изучения, дополнительная – поможет более глубоко освоить отдельные вопросы теории и практики.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Темы/вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных	12	<i>Изучение учебной литературы и решение практических задач</i>
Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	14	
Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных	14	
Тема 4. Двойные и тройные интегралы	15	
Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов	16	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно: формы контроля знаний умений, навы-

ков – коллоквиум и контрольные работы. Выполняются на практических занятиях в аудитории.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5. Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, групповой тренинг</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, групповой тренинг</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 4. Двойные и тройные интегралы	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии. Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line и/или off- в формах: видеолекций, видеоконференции и др.

6.2. Информационные технологии

При реализации различных видов учебной и внеучебной работы используются следующие информационные технологии: виртуальная обучающая среда (или система управления обучением LMS Moodle) или иные информационные системы, сервисы и мессенджеры.

6.3 Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Офисная программа
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Opera	Браузер

Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
---	-----------------------------

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО «ИВИС», <http://dlib.eastview.com>, Имя пользователя: AstrGU, Пароль: AstrGU.
2. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем», <https://library.asu-edu.ru/catalog/>.
3. Электронный каталог «Научные журналы АГУ». <https://asu-edu.ru/issledovaniya-i-innovacii/11745-nauchnye-jurnaly-agu.html>
4. Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов. www.polpred.com.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплин	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
2.	Тема 1. Пространство R_n . Функции нескольких переменных	ПК-1	КР №1
3.	Тема 2. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	ПК-1	
4.	Тема 3. Экстремумы функций нескольких переменных	ПК-1	КР №2
5.	Тема 4. Двойные и тройные интегралы	ПК-1	КР №3
6.	Тема 5. Приложения двойных и тройных интегралов	ПК-1	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя

Шкала оценивания	Критерии оценивания
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине

7.3.1 Экзамен (средство контроля усвоения теоретического учебного материала разделов дисциплины, организованное как письменное или устное изложение студентами содержания билета, каждый из которых содержит два вопроса из списка вопросов к коллоквиуму).

Вопросы к экзамену

1. Пространство R_n . Основные метрические и топологические характеристики точечных множеств.
2. Функции нескольких переменных. Область определения и область значений функции нескольких переменных. Линии уровня. График функции двух переменных.
3. Предел функции нескольких переменных. Свойства функций, имеющих конечный предел.
4. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных на компактном множестве функций.
5. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
6. Частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
7. Полный дифференциал, инвариантность формы дифференциала.
8. Производная по направлению. Градиент.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных частных производных.
10. Дифференцирование сложных функций.

11. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
12. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума.
13. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
14. Условный экстремум. Методы исследования функции на условный экстремум.
15. Исследование функции на глобальный экстремум.
16. Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции двух переменных.
17. Критерий интегрируемости функции двух переменных. Интегрируемость непрерывной функции.
18. Основные свойства двойного интеграла.
19. Вычисление двойных интегралов сведением к повторному.
20. Формула замены переменных в двойном интеграле.
21. Определение тройного интеграла. Вычисление тройных интегралов.
22. Формула замены переменных в тройном интеграле.
23. Вычисление объема тела с помощью двойного и тройного интегралов.
24. Вычисление площади поверхности.
25. Физические приложения двойных и тройных интегралов.

7.3.2 Контрольные работы (средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме). Образцы контрольных работ:

Контрольная работа №1

1. Найти область определения функций $z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$.
2. Найти частные производные второго порядка функций:
 - a) $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$; б) $z = x^y$.
3. Найти полные дифференциалы второго порядка функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$.
4. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$ в точке $M(1, 2, -1)$.
5. Проверить указанные равенства для заданной функции $z = f(x, y)$:

$$z = \frac{y^2}{\sqrt{xy}}, \quad x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$
6. Вычислить указанное выражение приближенно: $0,97^3 + 1,99^4$

Контрольная работа №2

1. Найти экстремумы функции $z = x^3 + \frac{1}{3}y^2 - 2xy + 6x - 5y - 1$.
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в области G , ограниченной линиями:

$$z = x^2 - xy + y^2 - 4x,$$

$$G: \quad x = 0, \quad y = 0, \quad 2x + 3y - 12 = 0.$$
 1. Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ на экстремум при $x+y = 4$.

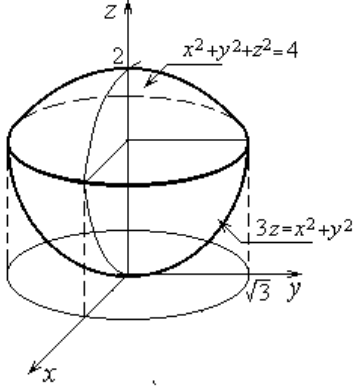
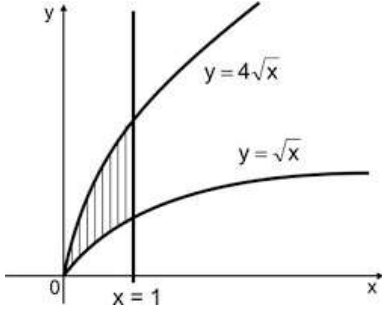
Контрольная работа №3

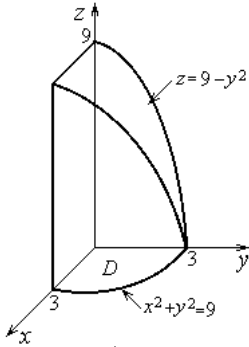
1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$.
2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy$, где $D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2-x^2}, y = x^2$.
4. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D x(y^2 - 3z^3) dx dy dz$, где $D: z=xy, y=x, x=1, z=0$.

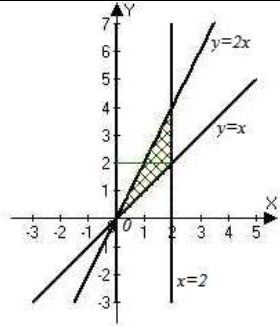
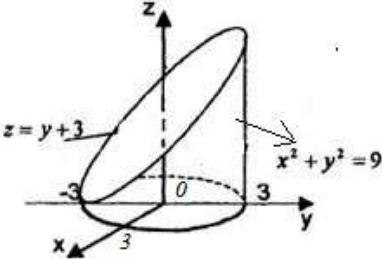
7.3.3 Тест (средство проверки овладения теоретическими основами дисциплины) содержит 45 задания закрытого и открытого типов.

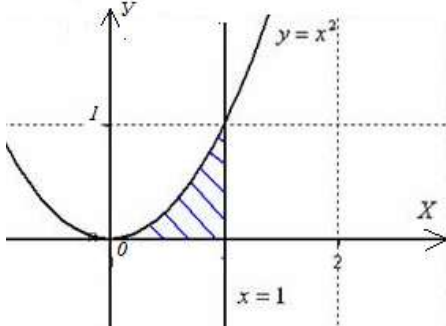
Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-1 Способен осуществлять обучение учебному предмету на основе использования предметных методик и современных образовательных технологий				
1.	Задание закрытого типа	Выбрать верное утверждение. Областью определения функции двух переменных является множество точек плоскости XOY: 1) лежащих внутри круга с центром в начале координат радиуса $R = 3$, включая границу круга; 2) лежащих внутри круга с центром в начале координат радиуса $R = \sqrt{7}$, включая границу круга; 3) принадлежащих кольцу, образованному окружностями $x^2 + y^2 = 7$ и $x^2 + y^2 = 9$, включая точки, лежащие на этих окружностях; 4) принадлежащих кольцу, образованному окружностями $x^2 + y^2 = 7$ и $x^2 + y^2 = 9$, исключая точки, лежащие на этих окружностях.	3)	5
2.		Какой из тройных интегралов позволяет вычислить объем тела, изображенного на рисунке:	3)	7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время вы- полнения (в минутах)
		 <p>1) $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \int_0^{4-x^2-y^2} dz;$ 2)</p> <p>$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{4-x^2-y^2} dz;$</p> <p>3) $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} \int_{\frac{1}{3}(x^2+y^2)}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} dz;$ 4)</p> <p>$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{3-x^2}}^{\sqrt{3-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} dz.$</p>		
3.		<p>Какой из повторных интегралов позволяет вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке:</p>  <p>1) $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{2x} dy;$ 2) $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{4\sqrt{x}} dy;$</p> <p>3) $\int_0^1 dx \int_{4\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} dy;$ 4) $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{x}}^{4\sqrt{x}} dy.$</p>	2)	7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
4.		<p>Какой из тройных интегралов позволяет вычислить объем тела, изображенного на рисунке:</p>  <p>1) $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_0^{9-y} dz ;$ 2) $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-y^2}} dy \int_0^{9-y^2} dz ;$</p> <p>3) $\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^3 dy \int_0^{9-y^2} dz ;$ 4) $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_0^{9-y^2} dz .$</p>	4)	7
5.		<p>Исследовать функцию $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ на экстремумы. В ответе укажите одно верное утверждение:</p> <p>1) функция не имеет экстремумов;</p> <p>2) функция имеет максимум в точке $(4; -2)$, $z_{\max}(4; -2) = 13$;</p> <p>3) функция имеет минимум в точке $(0; 1)$, $z_{\min}(0; 1) = 0$;</p> <p>4) функция имеет минимум в точке $(1; 0)$, $z_{\min}(0; 1) = 6$.</p>	2)	7
6.	Задание закрытого типа	Какой из повторных интегралов позволяет вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке:	3)	7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		 <p data-bbox="555 651 1026 920"> 1) $\int_0^2 dx \int_2^{2x} dy$; 2) $\int_0^2 dx \int_{2x}^x dy$; 3) $\int_0^2 dx \int_x^{2x} dy$; 4) $\int_0^2 dx \int_x^{x^2} dy$. </p>		
7.		<p data-bbox="555 972 1027 1088">Какой из тройных интегралов позволяет вычислить объем тела, изображенного на рисунке:</p>  <p data-bbox="555 1435 1026 1917"> 1) $\int_0^3 dx \int_0^{y+3} dy \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dz$; 2) $\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_0^{y+3} dz$; 3) $\int_{-3}^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_0^{y+3} dz$; 4) $\int_{-3}^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy \int_{x^2+y^2}^{y+3} dz$. </p>	2)	7
8.		<p data-bbox="555 1939 1027 2040">Выбрать верное утверждение. Областью определения функции двух переменных</p>	2)	5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		$z = \frac{3x + y^2}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$ является множеством точек плоскости XOY: <ol style="list-style-type: none"> 1) лежащих внутри круга с центром в начале координат радиуса $R = 3$, включая границу круга; 2) лежащих внутри круга с центром в начале координат радиуса $R = 3$, исключая границу круга; 3) лежащих на окружности с центром в начале координат радиуса $R = 3$; 4) лежащих на окружности с центром в точке $(1; 1)$ радиуса $R = 3$. 		
9.		Исследовать функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$ на экстремумы. В ответе укажите одно верное утверждение: <ol style="list-style-type: none"> 1) функция не имеет экстремумов; 2) функция имеет максимум в точке $(1; 0)$, $z_{\max}(1; 0) = -2$; 3) функция имеет минимум в точке $(0; 3)$, $z_{\min}(0; 3) = -9$; 4) функция имеет минимум в точке $(0; 1)$, $z_{\min}(0; 1) = -5$. 	3)	5
10.		Какой из повторных интегралов позволяет вычислить площадь фигуры, изображенной на рисунке: <div style="text-align: center;">  </div> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\int_0^1 dx \int_1^{x^2} dy$; 2) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$; 	2)	5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		3) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 dy$; 4) $\int_0^1 dx \int_x^{x^2} dy$.		
11.	Задание открытого типа	Найти значение частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = 4xy^2 + \ln \frac{x}{y}$ в точке $M(1; 1)$.	5	7
12.		Найти длину градиента функции $z = \frac{3xy - 2}{y^2}$ в точке $A(0; 1)$.	5	7
13.		Вычислить двойной интеграл $\iint_D 2(x + 2y) dx dy$ по области D : $x=0, y=0, x+y=1$.	1	7
14.		Найти длину градиента функции $z = \frac{3xy}{x^2 + y^2}$ в точке $A(0; 1)$.	3	7
15.		Вычислить $\int_L (3x^2 + y^2) dx + 2xy dy$, где L – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0; 0)$ до точки $A(1; 1)$.	2	7
16.	Задание комбинированного типа	<p><i>Какое из следующих утверждений правильно описывает понятие предела функции в точке по Коши? Обоснуйте ответ</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Значение функции в самой точке равно пределу 2. Функция должна быть определена в окрестности точки, и для любого сколь угодно малого допустимого отклонения значения функции от предела найдётся окрестность аргумента, обеспечивающая это отклонение 3. Предел существует только если функция непрерывна в точке 4. Предел – это среднее арифметическое значений функции слева и справа 	2 Обоснование: определение предела по Коши (на языке «эпсилон-дельта») не требует, чтобы функция была определена в самой точке, и формализует идею приближения значения функции к числу при приближении аргумента к данной точке.	5
17.		<i>Какое свойство характерно для</i>	1	5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		<p><i>линейного оператора в конечно-мерном векторном пространстве?</i> Обоснуйте ответ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Образ суммы векторов равен сумме образов, а образ вектора, умноженного на число, равен числу, умноженному на образ вектора 2. Оператор всегда переводит нулевой вектор в ненулевой 3. Линейный оператор не может быть обратимым 4. Линейный оператор всегда задаётся диагональной матрицей 	<p>Обоснование: определение линейного оператора базируется именно на двух свойствах аддитивности и однородности, что и отличает его от произвольного отображения.</p>	

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

**Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине
Процедура оценивания учебных результатов**

№	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	Контрольная работа №1	0-13	13	КР проводятся в аудитории по расписанию учебных занятий
2.	Контрольная работа №2	0-14	14	
3.	Контрольная работа №3	0-14	14	
Всего			41	
Блок бонусов				
4.	Своевременное выполнение КР	3/3	9	По расписанию
Всего			9	
Дополнительный блок				
5.	Экзамен		50	
Всего			50	
ИТОГО			100	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-1
<i>Несвоевременное выполнение лабораторной работы</i>	-2

Показатель	Балл
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-2

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	Зачтено
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИН

8.1. Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник в 3-х томах. Т.2.– М.: Лань, 2016. (62 экз.)
2. Кудрявцев Л.Д., Краткий курс математического анализа. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды [Электронный ресурс]: Учебник. / Кудрявцев Л.Д. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922101844.html>.
3. Кудрявцев Л.Д., Краткий курс математического анализа. Том 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ [Электронный ресурс]: Учебник. / Кудрявцев Л.Д. - 3-е изд., перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с. - ISBN 5-9221-0185-4 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922101854.html>.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие. – М.: Транспортная компания, 1990. (43 экз.).
5. Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу: учеб пособие. – М.: Просвещение, 1973. (22 экз.).

8.2. Дополнительная литература:

1. Казаров С.А. Математический анализ. Ч. 1.: учеб. пособ. Введение в анализ. - Астрахань : Изд-во АГПИ, 1995. - 53 с. (28 экз.).
2. Казаров С.А. Математический анализ. Ч. 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной [Электронный ресурс]: учеб. пособ. - Астрахань: Астраханский ун-т, 2016. - CD-ROM (52 с.).
3. Практикум по математическому анализу. Ч. 1 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Максименко В.Н. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778224742.htm> 1

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на электронной платформе ООО «БИБЛИОТЕХ»: <https://biblio.asu.edu.ru>.
2. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения аудиторных учебных занятий необходимы академические аудитории с доской.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).