

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП
И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой математики
И.А. Байгушева
«11» марта 2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Составитель(и)	Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф. математики
Согласовано с работодателями:	Тихомирова Т.Е., директор МБОУ «СОШ № 11 им. Гейдара Алиева»; Воробьев П.Г., директор МБОУ г. Астрахани «СОШ № 1»
Направление подготовки / специальность	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) / специализация ОПОП	Математика и Информатика
Квалификация (степень)	бакалавр
Форма обучения	очная
Год приёма	2026
Курс	4
Семестр(ы)	8

Астрахань – 2026

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. **Цель:** фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений и их приложений.

1.2. Задачи:

- овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем;
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях;
- научить основным понятиям теории дифференциальных уравнений, определения и свойств математических объектов в этой области, формулировкам утверждений, методам их доказательства, возможным сферам их приложений;
- научить решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части и осваивается в 8 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» средней общеобразовательной школы, а также дисциплиной «Математический анализ», изучаемой в университете.

Знания: основных понятий школьного курса математики и математического анализа, основных элементарных функций и их свойств, правил и формул дифференцирования и интегрирования.

Умения: применять формулы дифференцирования и интегрирования, строить математические модели.

Навыки: применять универсальные учебные действия при решении математических задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Методы оптимизации» и др.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

общепрофессиональных: ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-8	ОПК-8.1.	– методологическ	- анализировать	- навыками

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
	Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области	ие основы математики; психолого-педагогические подходы к выявлению учебных затруднений; методы педагогической рефлексии.	учебные ситуации (на примере тем курса дифференциальных уравнений) с учётом предметных и психологических причин; проводить самоанализ педагогической деятельности.	диагностики затруднений учащихся и методической рефлексии.
	ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса.	- закономерности усвоения математических понятий; принципы научной организации обучения; современные образовательные технологии	- проектировать занятия по темам курса ДУ с учётом ФГОС и уровня учащихся; отбирать и адаптировать учебный материал; применять разнообразные методы и формы обучения.	- технологией проектирования занятия; навыками методической адаптации материала; приёмами мотивации учащихся.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной формы обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	42
- занятия лекционного типа, в том числе:	14

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	28
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- консультация (предэкзаменационная)	-
- промежуточная аттестация по дисциплине	-
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	66
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестры	зачет – 8 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 6.										
<i>Тема 1. Введение.</i>	1		1					2	4	Контрольная работа №1, коллоквиум, зачет
<i>Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка</i>	4		8					10	22	Контрольная работа №1, коллоквиум, зачет
<i>Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков</i>	4		8					10	22	Контрольная работа №2, коллоквиум, зачет
<i>Тема 4. Системы дифференциальных уравнений</i>	2		8					16	26	Контрольная работа №3, коллоквиум, зачет
<i>Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка</i>	2		2					14	18	Контрольная работа №3, коллоквиум, зачет
<i>Тема 6. Краевые задачи. Функция Грина</i>	1		1					14	16	Контрольная работа №3,

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							КР / К П	СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточно й аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР						
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП					
											коллоквиум, зачет
Консультации	-										
Контроль промежуточной аттестации	-										Зачет
ИТОГО за семестр:	14		28					66	108		
Итого за весь период	14		28					66	108		

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-8	
<i>Тема 1. Введение</i>	4	+	1
<i>Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка</i>	22	+	1
<i>Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков</i>	22	+	1
<i>Тема 4. Системы дифференциальных уравнений</i>	26	+	1
<i>Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка</i>	18	+	1
<i>Тема 6. Краевые задачи. Функция Грина</i>	16	+	1
Консультации	-		
Контроль промежуточной аттестации	-		
Итого	108		1

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Тема 1. Введение

Основные понятия дифференциальных уравнений. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Геометрическое истолкование уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Основные понятия, теорема существования и единственности. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n -го порядка: структура общего решения, определитель Вронского, фундаментальная система решений. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами: характеристическое уравнение, построение общего решения однородного и неоднородного уравнения (метод неопределенных коэффициентов и метод вариации постоянных).

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений

Нормальная форма, теорема существования и единственности. Приведение системы к уравнению высшего порядка и обратно. Линейные системы: структура общего решения, фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных для неоднородных систем. Линейные системы с постоянными коэффициентами: решение через характеристическое уравнение и собственные векторы (метод Эйлера). Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами (метод неопределенных коэффициентов). Векторная форма записи, приложения в механике. Качественный анализ автономных систем на плоскости: точки покоя и их классификация (узел, фокус, седло, центр). Первые интегралы. Понятие устойчивости решений

Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка

Основные определения. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши для уравнений первого порядка в частных производных. Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка.

Тема 6. Краевые задачи. Функция Грина

Основные понятия и определения. Однородные и неоднородные краевые задачи. Функция Грина. Построение функции Грина.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).

Методические указания по проведению лекционных занятий

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение

преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Методические указания по проведению практических занятий

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы, тестирование.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения»;

- формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;

- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. Перечень тем практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения» определяется рабочей учебной программой

дисциплины. План практических занятий должен отвечать общим идеям и направленности лекционного курса, и соотнесен с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Приступая к изучению учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к лабораторно-практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

- развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);
- исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);
- информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умения использовать справочную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; выполнение контрольных работ; работа со словарями и справочниками; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к зачету; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Дифференциальные уравнения» представлено в таблице 4.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Тема 1.</i> Введение	2	Самостоятельная внеаудиторная работа: изучение соответствующих разделов рекомендуемых источников; решение практических задач
<i>Тема 2.</i> Дифференциальные уравнения первого порядка	10	
<i>Тема 3.</i> Дифференциальные уравнения высших порядков	10	
<i>Тема 4.</i> Системы дифференциальных уравнений	16	
<i>Тема 5.</i> Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	14	
<i>Тема 6.</i> Краевые задачи. Функция Грина	14	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

- 1) контрольная работа;
- 2) коллоквиум.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<i>Тема 1.</i> Введение	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
<i>Тема 2.</i> Дифференциальные уравнения первого порядка	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
<i>Тема 3.</i> Дифференциальные уравнения высших порядков	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
<i>Тема 4.</i> Системы дифференциальных уравнений	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено

Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
Тема 6. Краевые задачи. Функция Грина	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено

6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Maple 18	Система компьютерной алгебры

6.3.2. Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu-edu.ru/catalog/>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
<i>Тема 1. Введение</i>	ОПК-8	Контрольная работа №1, коллоквиум
<i>Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка</i>	ОПК-8	Контрольная работа №1, коллоквиум
<i>Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков</i>	ОПК-8	Контрольная работа №2, коллоквиум
<i>Тема 4. Системы дифференциальных уравнений</i>	ОПК-8	Контрольная работа №3, коллоквиум
<i>Тема 5. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка</i>	ОПК-8	Контрольная работа №3, коллоквиум
<i>Тема 6. Краевые задачи. Функция Грина</i>	ОПК-8	Контрольная работа №3, коллоквиум

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Таблица 7
Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
------------------	---------------------

5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8

Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	неспособен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Контрольная работа 1

«Введение. Дифференциальные уравнения первого порядка»

Вариант 0

1. Решить уравнения:

a) $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0; y(0) = 1$

b) $y^2 + x^2y' = xyu'$

c) $(x\cos y + \sin 2y)y' = 1$

d) $(e^y + 2xy)dx + (e^y + x)xdy = 0$

2. Проводнику сообщен заряд 1000 Кл. Вследствие несовершенства изоляции проводник постепенно теряет свой заряд. Скорость потери заряда в данный момент пропорциональна имеющемуся заряду проводника. Какой заряд останется на проводнике через 10 минут, если за первую минуту потеряно 100 Кл?

Контрольная работа 2
«Дифференциальные уравнения высших порядков»
Вариант 0

1. Решить уравнение, допускающее понижение порядка:

$$y''' + 2xy'' = 0.$$

2. Решить уравнения:

a) $y''' - 2y'' + 2y' = 0$

b) $y^{IV} - y = 0$

c) $y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}$

Контрольная работа 3
«Системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Краевые задачи. Функция Грина»
Вариант 0

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x \end{cases}$$

2. Найти общее решение уравнения

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + (y + 1) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

3. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям:

$$y'' + y' = 1; \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

4. Построить функцию Грина для краевой задачи:

$$y'' + y = f(x); \quad y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

Вопросы для подготовки к коллоквиуму

1. Основные понятия дифференциальных уравнений.
2. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.

6. Уравнения, приводимые к однородным.
7. Линейные уравнения первого порядка.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель.
11. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Метод введения параметра.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
14. Уравнения, допускающие понижение порядка.
15. Линейные уравнения n-го порядка. Структура общего решения однородного и неоднородного уравнения.
16. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского.
17. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения.
18. Формула Остроградского-Лиувилля.
19. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений.
20. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
21. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных уравнений.
22. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности.
23. Взаимосвязь нормальной системы и уравнения высшего порядка.
24. Линейные системы дифференциальных уравнений. Структура общего решения.
25. Фундаментальная система решений линейной однородной системы.
26. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.
27. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
28. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.
29. Автономные системы на плоскости.
30. Точки покоя и их классификация (узел, фокус, седло, центр).
31. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Основные определения.
32. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.
33. Задача Коши для уравнений первого порядка в частных производных.
34. Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-1				
1.	Задание закрытого типа	Выберите дифференциальное уравнение, не имеющее ни одного решения: 1) $(y')^2 + 1 = 0$; 2) $(y')^2 = x$; 3) $y' + y^2 = 0$.	1	2

2.		Уравнение Бернулли $y' + p(x)y = q(x)y^n$ приводится к линейному уравнению подстановкой вида: 1) $z = y^{2n-1}$; 2) $z = y^{1-n}$; 3) $z = y^{n^2}$.	2	1
3.		Общее решение уравнения $y'' - 7y' + 6 = 0$ имеет вид: 1) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$; 2) $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + C_3 e^x$; $y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x$.	3	3
4.		Частное решение уравнения $y'' = xe^{-x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, имеет вид: 1) $y = (x + 2)e^{-x} + x + 1$; 2) $y = e^x$; 3) $y = 1$.	1	3
5.	Задание комбинированного типа	Геометрически общее решение уравнения Клеро представляет собой: 1) семейство прямых; 2) семейство парабол; 3) семейство окружностей.	1 Уравнение Клеро имеет вид $y = xy' + \psi(y')$. Делая замену $y' = p$, приходим к уравнению $(x + \psi'(p))dp = 0$. Из равенства $dp = 0$ следует $p = C$. Подставляя это в исходное уравнение, получаем его общее решение $y = Cx + \psi(C)$. Геометрически оно представляет собой семейство прямых.	5

6.	Задание открытого типа	Найдите общее решение уравнения: $x^2y^2y' + 1 = y$	Разделяем переменные: $x^2y^2 \frac{dy}{dx} = y - 1;$ $x^2y^2 dy = (y - 1)dx;$ $\frac{y^2}{y-1} dy = \frac{dx}{x^2}.$ Интегрируем обе части уравнения: $\frac{y^2}{2} + y + \ln y - 1 = -\frac{1}{x} + C$	6
7.		Решите задачу: Найти такую кривую, проходящую через точку (0,-2), чтобы тангенс угла наклона касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на 3 единицы	Исходя из геометрического смысла производной, получаем дифференциальное уравнение семейства кривых, удовлетворяющих требуемому в задаче свойству: $\frac{dy}{dx} = y + 3.$ Разделяя переменные и интегрируя, получим общее решение: $\ln y + 3 = x + C.$ Т.к. искомая кривая должна проходить через точку (0,-2), т.е. $y(0)=-2$, то подставляя это условие в общее решение, получаем: $\ln -2 + 3 = 0 + C,$ т.е. $C=0$, так что $x = \ln y + 3 $, откуда $y = -3 \pm e^x$. В силу условия $y(0)=-2$ должен быть выбран знак плюс: $y = e^x - 3$	7
8.		Решите уравнение: $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$	Проинтегрируем данное уравнение последовательно два раза: $y' = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C_1$	5

			$y = \int (tgx + C_1) dx =$ $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx +$ $\int C_1 dx =$ $- \ln \cos x + C_1 x + C_2.$	
9.	Найдите определитель Вронского для системы функций: 1, x.	Имеем: $W[1, x] = \begin{vmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$	4	
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\frac{dx}{dt} = x + y, \frac{dy}{dt} = x - y.$	Продифференцируем по t первое уравнение: $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$ Исключая из полученного уравнения $\frac{dy}{dt}$ и y, имеем $\frac{d^2x}{dt^2} - 2x = 0.$ Характеристическое уравнение $k^2 - 2 = 0$ имеет корни $k_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ Следовательно, общее решение для x запишется в виде $x = C_1 e^{t\sqrt{2}} + C_2 e^{-t\sqrt{2}}$ Общее решение для y находим из первого уравнения: $y = \frac{dx}{dt} - x$ $= C_1(\sqrt{2} - 1)e^{t\sqrt{2}} - C_2(\sqrt{2} + 1)e^{-t\sqrt{2}}$	8	

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				

1.	Контрольная работа №1.	По 3 балла за каждое правильно выполненное задание 1 а) – d); 8 баллов за правильно выполненное задание 2	20	по расписанию
2.	Контрольная работа №2.	5 баллов за правильно выполненное задание 1; по 4 балла за каждое правильно выполненное задание 2 а), б); 7 баллов за правильно выполненное задание 2 с)	20	по расписанию
3.	Контрольная работа №3.	По 5 баллов за каждое правильно выполненное задание	20	по расписанию
4.	Коллоквиум	30 баллов за правильный ответ на вопрос	30	по расписанию
Всего			90	-
Блок бонусов				
5.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по расписанию
6.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
7.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
8.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Итого:			100	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено
Ниже 60		

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

- Егоров Д.Л. Дифференциальные уравнения. Казань: КНИТУ, 2020. 108 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788229119.html> (ЭБС «Консультант студента»).
- Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: URSS, 2024. - 512 с.
- Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. - 176 с.
- Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.: МИР, 1986. - 243 с.

8.2. Дополнительная литература

- Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения: учебник для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с.
URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html> (ЭБС «Консультант студента»).

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

- Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: www.studentlibrary.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).