

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОПОП  
И.А. Байгушева  
«11» марта 2026 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой математики  
И.А. Байгушева  
«11» марта 2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ГЕОМЕТРИЯ**

Составитель(и)	<b>Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф. математики</b>
Согласовано с работодателями:	<b>Тихомирова Т.Е., директор МБОУ «СОШ № 11 им. Гейдара Алиева»; Воробьев П.Г., директор МБОУ г. Астрахани «СОШ № 1»</b>
Направление подготовки / специальность	<b>44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)</b>
Направленность (профиль) / специализация ОПОП	<b>Математика и Информатика</b>
Квалификация (степень)	<b>бакалавр</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Год приёма	<b>2026</b>
Курс	<b>3-5</b>
Семестр(ы)	<b>6-9</b>

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель освоения дисциплины «Геометрия»: формирование и развитие у студентов общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области геометрии, позволяющих подготовить конкурентоспособного выпускника для сферы образования, готового к инновационной творческой реализации в образовательных учреждениях различного уровня и профиля.

1.2. Задачи освоения дисциплины «Геометрия»:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса геометрии, необходимых для формирования профессиональных и предметных компетенций обучаемого;
- сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов в образовании, сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;
- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрии, входящих в программы классов естественнонаучного и математического профилей, элективных математических курсов и факультативов.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина «Геометрия» относится к обязательной части и осваивается в 6-9 семестрах.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» средней общеобразовательной школы, а также дисциплиной «Математический анализ», изучаемой в университете.

**Знания:** основных понятий школьного курса математики и математического анализа.

**Умения:** использовать изученный математический аппарат для решения задач, строить математические модели.

**Навыки:** применять универсальные учебные действия при решении математических задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Практикум по решению математических задач», «Подготовка учащихся к итоговой аттестации по математике» и т.д.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

*Общепрофессиональных:* Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний (ОПК-8).

**Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения**

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-8	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основные принципы и методы педагогической диагностики, структуру педагогической ситуации, приёмы профессиональной рефлексии.</li> <li>– Специальные научные знания в области геометрии и её методологии, позволяющие выявлять содержательные и методические аспекты учебного материала.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Выявлять и анализировать педагогические ситуации, возникающие в процессе обучения геометрии (например, типичные ошибки учащихся, затруднения в усвоении понятий, особенности восприятия геометрических образов).</li> <li>– Проводить профессиональную рефлексию на основе анализа собственной педагогической деятельности и знаний предметной области.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Навыками применения методов анализа учебных ситуаций на уроках геометрии.</li> <li>– Техниками рефлексивного анализа, позволяющими корректировать педагогические действия на основе предметных и методических знаний.</li> </ul>
	ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Закономерности и принципы организации образовательного процесса по математике (геометрии).</li> <li>- Содержание и логику построения школьного курса геометрии, его внутри- и межпредметные связи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Проектировать учебные занятия по геометрии с учётом целей, содержания, возрастных и индивидуальных особенностей учащихся.</li> <li>– Отбирать и применять педагогические технологии, методы и средства обучения, адекватные содержанию геометрического материала и познавательным возможностям школьников.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Навыками проектирования и конструирования уроков геометрии, включая целеполагание, отбор содержания, выбор форм и методов работы.</li> <li>- Методами реализации учебно-воспитательного процесса, направленного на достижение планируемых результатов обучения геометрии.</li> </ul>

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**



Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточно й аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		К Р / К П			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Тема 4. Линии, выражаемые в декартовых координатах уравнением с двумя переменными	4		4					2	10	К/р 4, коллоквиум 1, дифф. зачет
Тема 5. Прямая линия на плоскости	6		6					20	32	К/р 4, коллоквиум 1, дифф. зачет
<b>Консультации</b>									-	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									-	<b>Дифф. зачет</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>32</b>		<b>32</b>					<b>80</b>	<b>144</b>	
<b>Семестр 7.</b>										
Тема 6. Линии второго порядка	6		6					20	32	К/р 5, экзамен
Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве										
Тема 7. Уравнение поверхности	2		2					2	6	К/р 6, экзамен
Тема 8. Плоскости и прямые.	10		10					30	50	К/р 6, экзамен
Тема 9. Поверхности второго порядка	10		10					28	48	К/р 7, экзамен
<b>Консультации</b>									1	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									-	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>28</b>		<b>28</b>					<b>87</b>	<b>143</b>	
<b>Семестр 8.</b>										
Раздел 4. Преобразования плоскости										
Тема 10. Группа преобразований подобия плоскости	14		14					30	58	К/р 8, коллоквиум 2, зачет
Тема 11. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.	14		14					22	50	К/р 8, коллоквиум 2, зачет
<b>Консультации</b>									-	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									-	<b>Зачет</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>28</b>		<b>28</b>					<b>52</b>	<b>108</b>	
<b>Семестр 9.</b>										
Раздел 5. Многомерные пространства										
Тема 12. Аффинное и евклидово n-мерные пространства	10		10					30	50	К/р 9, экзамен
Тема 13. Квадратичные формы и квадрики	10		10					37	57	К/р 10, экзамен

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						К Р / К П	СР, час	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточно й аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>Консультации</b>									<b>1</b>	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									<b>-</b>	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>20</b>		<b>20</b>					<b>67</b>	<b>107</b>	
<b>Итого за весь период</b>	<b>108</b>		<b>108</b>					<b>286</b>	<b>504</b>	

*Примечание:* Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

**Таблица 3. Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-8	
Раздел 1. Декартовы координаты. Векторы			
Тема 1. Декартовы координаты и векторы: аффинные и метрические соотношения	40	+	1
Тема 2. Основные задачи на координаты	32	+	1
Тема 3. Геометрия матриц второго и третьего порядков	30	+	1
Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости			
Тема 4. Линии, выражаемые в декартовых координатах уравнением с двумя переменными	10	+	1
Тема 5. Прямая линия на плоскости	32	+	1
Тема 6. Линии второго порядка	32	+	1
Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве			
Тема 7. Уравнение поверхности	6	+	1
Тема 8. Плоскости и прямые	50	+	1
Тема 9. Поверхности второго порядка	48	+	1
Раздел 4. Преобразования плоскости			
Тема 10. Группа преобразований подобия плоскости	58	+	1
Тема 11. Группа аффинных	50	+	1

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-8	
преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии			
Раздел 5. Многомерные пространства			
Тема 12. Аффинное и евклидово n-мерные пространства	50	+	1
Тема 13. Квадратичные формы и квадрики	57	+	1
Консультации	2		
Контроль промежуточной аттестации	-		
<b>Итого</b>	<b>504</b>		<b>1</b>

### Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

#### Раздел 1. Декартовы координаты. Векторы.

##### Тема 1. Декартовы координаты и векторы: аффинные и метрические соотношения

Координатная ось. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы, линейные операции над векторами. Векторное введение декартовых координат. Векторы на прямой. Проекция на плоскости и в пространстве. Проекция линейной комбинации векторов. Координаты линейной комбинации векторов. Основные законы сложения векторов и умножения на скаляры. Преобразование к новым декартовым координатам.

Ортогональная проекция вектора на ось. Скалярное произведение. Метрическое задание репера. Основные метрические формулы.

##### Тема 2. Основные задачи на координаты

Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Центр тяжести. Площадь треугольника и многоугольника.

Полярная система координат и ее связь с декартовой. Сферическая и цилиндрическая системы координат и их связь с декартовой.

##### Тема 3. Геометрия матриц второго и третьего порядков.

Геометрический смысл определителей второго и третьего порядков. Пространство, натянутое на векторы. Линейная зависимость векторов. Ранг матрицы. Векторное и смешанное произведение.

#### Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости.

##### Тема 4. Линии, выражаемые в декартовых координатах уравнением с двумя переменными

Линия, выражаемая уравнением в декартовых координатах. Параметрические уравнения линии. Алгебраические и трансцендентные линии. Порядок уравнения алгебраической линии.

##### Тема 5. Прямая линия на плоскости.

Прямая, как линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой по двум точкам. Уравнение прямой в

отрезках. Результат подстановки координат точки в левую часть уравнения прямой. Нормированное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми, точка пересечения двух прямых.

#### **Тема 6. Линии второго порядка.**

Общее определение, примеры. Эллипс, гипербола, парабола: определение, параметры, каноническое уравнение, внешний вид. Параметрические уравнения эллипса и гиперболы. Асимптоты гиперболы. Уравнение касательной для эллипса, гиперболы и параболы. Оптические свойства эллипса и параболы. Уравнения в полярной системе координат. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

### **Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве.**

#### **Тема 7. Уравнение поверхности**

Поверхность, выражаемая уравнением в декартовых координатах. Цилиндрическая поверхность. Коническая поверхность. Поверхность вращения. Классификация поверхностей.

#### **Тема 8. Плоскости и прямые.**

Плоскость, как поверхность первого порядка. Общее уравнение плоскости. Различные формы задания уравнения плоскости. Результат подстановки координат точки в левую часть уравнения плоскости. Наклон плоскости в пространстве. Нормирование уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей, угол между плоскостями.

Уравнение прямой в пространстве. Параметрические и канонические уравнения прямой. Общие уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой. Угол и расстояние между двумя прямыми.

Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостью и прямой.

#### **Тема 9. Поверхности второго порядка.**

Каноническое уравнение и общий вид эллипсоида. Канонические уравнения и общий вид гиперболоидов и конуса второго порядка. Канонические уравнения и общий вид параболоидов. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Круговые сечения поверхностей второго порядка. Эллипсоид, гиперболоиды, эллиптический параболоид как результат сжатия поверхности вращения.

### **Раздел 4. Преобразования плоскости.**

#### **Тема 10. Группа преобразований подобия плоскости.**

Определение преобразования. Композиция преобразований. Обратное преобразование. Инварианты преобразования. Группа преобразований. Подгруппа группы преобразований.

Движение. Группа движений плоскости. Осевая симметрия, поворот плоскости вокруг точки, параллельный перенос (определение, аналитическое задание, свойства). Представление движения в виде композиции осевых симметрий. Неподвижные точки движений плоскости. Классификация движений плоскости (теорема Шаля). Подгруппы группы движений плоскости.

Группа инвариантности данной фигуры. Примеры: точка, прямая, правильный треугольник, ромб, квадрат, окружность.

Преобразование подобия, гомотетия (определение, аналитическое задание, свойства). Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы. Подобие фигур.

#### **Тема 11. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.**

Аффинные преобразования плоскости (определение, аналитическое задание, свойства). Сжатие, родство. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур.

Эрлангенская программа Ф.Клейна. Предмет геометрии данной группы

преобразований.

### **Раздел 5. Многомерные пространства.**

#### **Тема 12. Аффинное и евклидово $n$ -мерные пространства.**

Понятие аффинного  $n$ -мерного пространства. Аффинный репер, координаты точек в  $n$ -мерном пространстве. Многомерная плоскость и ее уравнение. Взаимное расположение многомерных плоскостей. Отношение «лежать между», понятия отрезка, середины отрезка, луча, угла,  $r$ -мерного параллелепипеда.

Евклидово векторное пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины векторов и углы между ними, перпендикулярность (ортогональность), ортонормированный базис, формула скалярного произведения в координатах. Евклидово точечное пространство. Расстояние между точками, его свойства, связь с отношением «лежать между» и с простым отношением трех точек. Понятие ортогональности подпространств и ортогонального дополнения в векторном пространстве. Понятие полного перпендикуляра. Уравнение перпендикуляра к гиперплоскости (прямой) и расстояние от точки до гиперплоскости (прямой).

#### **Тема 13. Квадратичные формы и квадратики.**

Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы.

Квадрики в аффинном пространстве. Центр. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду. Классификация квадрик.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Квадрики в трехмерном евклидовом пространстве.

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).**

#### **Методические указания по проведению лекционных занятий**

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на

самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

### **Методические указания по проведению практических занятий**

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине «Геометрия»;
- формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. Перечень тем практических занятий по дисциплине «Геометрия» определяется рабочей учебной программой дисциплины. План практических занятий должен отвечать общим идеям и направленности лекционного курса, и соотнесен с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливая внутрипредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

## **5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)**

Приступая к изучению учебной дисциплины «Геометрия», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратит особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Геометрия» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

– развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);

- ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);
- исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);
- информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умения использовать справочную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к зачету и экзамену; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Геометрия» представлено в таблице 4.

**Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся**

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Раздел 1. Декартовы координаты. Векторы	58	Самостоятельная внеаудиторная работа: изучение соответствующих разделов рекомендуемых источников; решение практических задач.
Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости	42	
Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве	60	
Раздел 4. Преобразования плоскости	52	
Раздел 5. Многомерные пространства	67	

### 5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

В процессе изучения дисциплины «Геометрия» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

- 1) аудиторная контрольная работа;
- 2) коллоквиум;
- 3) экзаменационная работа.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 6.1. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Геометрия» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

**Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Декартовы координаты. Векторы	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве	Активная лекция	Командная работа	Не предусмотрено
Раздел 4. Преобразования плоскости	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
Раздел 5. Многомерные пространства	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено

### 6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Геометрия» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;

- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

### **6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **6.3.1. Программное обеспечение**

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Maple 18	Система компьютерной алгебры

#### **6.3.2. Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы**

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu-edu.ru/catalog/>

## **7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **7.1. Паспорт фонда оценочных средств.**

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Геометрия» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) –

последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6. Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств**

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Декартовы координаты. Векторы	ОПК – 8	К/р 1-3, коллоквиум 1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК – 8	К/р 4-5, коллоквиум 1, экзамен
3	Аналитическая геометрия в пространстве	ОПК – 8	К/р 6-7, экзамен
4	Преобразования плоскости	ОПК – 8	К/р 8, коллоквиум 2
5	Многомерные пространства	ОПК – 8	К/р 9-10, экзамен

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Таблица 7  
Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8  
Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые

	выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	неспособен правильно выполнить задание

### 7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

#### *Инструкция по выполнению контрольных работ.*

Контрольные работы выполняются в аудитории. Внимательно прочитайте задания. При выполнении заданий нельзя пользоваться телефоном, интернетом, можно использовать конспекты лекций, рабочую тетрадь, справочную литературу. Задания выполняются на отдельном листе, на котором необходимо записать Ф.И.О. студента, группу, номер варианта, в каждом задании записывается номер задания, условие задания, подробное решение, ответ.

#### Контрольная работа 1

##### «Декартовы координаты и векторы: аффинные и метрические соотношения»

##### Вариант 0

- Точки А, В, С заданы (нарисованы). Построить точку М, если:
  - $\vec{AM} + \vec{BM} = 2\vec{AB}$
  - $\vec{AM} - 2\vec{MB} = 3\vec{AB}$
  - $\vec{AM} + \vec{BM} = \vec{MC}$
- ABCD – параллелограмм. Р – середина ВС, К – середина CD. Разложить векторы  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AD}$  по векторам  $\vec{AP}$ ,  $\vec{AK}$ .
- Разложить по векторам  $\vec{a} = \{0; 1\}$  и  $\vec{b} = \{1; -1\}$  вектор  $\vec{c} = \{5; 3\}$ .
- Дано:  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{c}| = 4$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{a}, \vec{c}) = 60^\circ$ ,  $(\vec{b}, \vec{c}) = 45^\circ$ . Найти длину вектора  $\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{c}$ .

#### Контрольная работа 2

##### «Основные задачи на координаты»

##### Вариант 0

- Дан  $\Delta ABC$ , где  $A(0;1)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $C(1;-1)$ . Найти величину угла  $A$  и длину медианы  $AK$ .
- Точки  $C(0;1)$  и  $D(1;-2)$  делят отрезок  $AB$  на три равные части. Найти координаты точек  $A$  и  $B$ .
- Найти точку Р пересечения отрезка  $AB$  с плоскостью  $Oxy$ , если  $A(-3;0;4)$ ,  $B(1;5;-6)$ . В каком отношении точка Р делит отрезок  $AB$ ?

4. Найти полярные координаты точки  $A(1; \sqrt{3})$ .
5. Найти центр тяжести четырехугольной однородной доски, зная, что углы доски помещаются в точках:  $A(4;4)$ ,  $B(5;7)$ ,  $C(10;10)$ ,  $D(12;4)$ .

**Контрольная работа 3**  
**«Геометрия матриц второго и третьего порядков»**  
**Вариант 0**

1. При каком значении  $\alpha$  векторы  $\vec{a} = \{-2; 1; 3\}$ ,  $\vec{b} = \{1; 1; 4\}$ ,  $\vec{c} = \{\alpha; 2 - \alpha; 1\}$  компланарны?
2. Доказать, что векторы  $\vec{a} = \{1; 1; 1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; 0; -1\}$ ,  $\vec{c} = \{0; 1; 0\}$  некомпланарны. Выразить вектор  $\vec{v} = \{1; 2; 3\}$  через векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .
3. Даны координаты вершин тетраэдра. Определить его объем и высоту, опущенную из вершины  $C$ :  $A(5; 4; 5)$ ,  $B(12; 5; 3)$ ,  $C(1; -1; 7)$ ,  $D(3; 1; 15)$ .
4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  заданы длины ребер  $AD=12$ ,  $AB=5$ ,  $AA_1=8$ . Найдите объем пирамиды  $MB_1 C_1 D$ , если  $M$  – точка на ребре  $AA_1$ , причем  $AM=5$ .

**Контрольная работа 4**  
**«Прямая линия на плоскости»**  
**Вариант 0**

1. Найти вершины параллелограмма, если две его стороны имеют уравнения  $x-2y=0$ ,  $3x-y=0$ , а точка пересечения диагоналей  $Q(1; 1)$ .
2. Написать уравнение прямой, проходящей через начало координат и пересекающей прямую  $2x-3y+3=0$  под углом  $45^\circ$ .
3. Написать уравнение прямой, перпендикулярной прямой  $2x-y+3=0$  и удаленной от начала координат на расстояние  $d=5$ .
4. В  $\triangle ABC$  известны вершина  $A(1; 1)$  и уравнения высоты  $x+y+3=0$  и медианы  $x-2y-4=0$ , проведенных из вершины  $C$ . Найти величину угла при вершине  $B$ .

**Контрольная работа 5**  
**«Линии второго порядка»**  
**Вариант 0**

1. Доказать, что уравнение  $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 6 = 0$  определяет окружность. Найти ее центр и радиус.
2. Написать уравнение окружности, описанной около  $\triangle ABC$ , где  $A(-3; 6)$ ,  $B(9; -10)$ ,  $C(-5; 4)$ . Окружность касается оси  $Ox$  в начале координат. Написать уравнение этой окружности, если прямая  $3x+4y-8=0$  касается этой окружности.
3. Написать уравнение эллипса, проходящего через точку  $A(\frac{5}{3}; 2\sqrt{2})$ , если его эксцентриситет  $e=0,8$ .

- Написать уравнения гиперболы, проходящей через точку  $A(3;6\sqrt{2})$  и имеющей асимптоты  $y=\pm 3x$ .
- Написать уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке  $F(3;4)$ .

**Контрольная работа 6**  
**«Плоскости и прямые»**  
**Вариант 0**

- Написать уравнения плоскости, содержащей прямые:

$$\text{a: } \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{5}, \text{ b: } \frac{x+2}{-3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-5}.$$

- Написать уравнение плоскости, содержащей прямую  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+4}{-1}$  и параллельной оси  $Oz$ .
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $N(1;-2;3)$ , параллельную плоскости  $\alpha: 2x-y+4z+3=0$  и пересекающей ось  $Oz$ .
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $N(1;-2;3)$  и параллельной плоскостям  $\alpha: 2x-y+4z+3=0$ ,  $\beta: x+y+z+4=0$ .
- Направление падающего луча света совпадает с осью  $Oz$ . Найти направление луча после отражения от плоскости  $x-2y+z=0$ .
- Луч света падает по оси  $Oz$  на некоторую плоскость, проходящую через начало координат. Найти уравнение этой плоскости, если отраженный луч проходит через точку  $N(3;4;0)$ .
- Написать уравнения прямой, проходящей через начало координат и пересекающей прямые  $\text{a: } \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$ ,  $\text{b: } \frac{x}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{-3}$ .

**Контрольная работа 7**  
**«Поверхности второго порядка»**  
**Вариант 0**

- Определить линию пересечения поверхностей  $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{3} = 2z$  и  $x-2y-1=0$ .
- Написать уравнение поверхности, полученной вращением кривой  $16y^2 - 4z^2 = 64, x=0$  вокруг оси  $Oz$ .
- Привести уравнение  $x^2 + y^2 - y^2 - 4z + 3 = 0$  к каноническому виду.
- Из точки  $N(1;2;3)$  проводятся всевозможные касательные к сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . Доказать, что точки касания образуют окружность, лежащую в плоскости  $x+2y+3z=9$ . Найти радиус этой окружности.

**Контрольная работа 8**  
**«Группа преобразований подобия плоскости»**  
**Вариант 0**

1. Найти уравнение образа прямой  $2x+y-3=0$  при вращении вокруг точки  $O(0;0)$  на угол  $45^\circ$ .
2. Найти аналитическое выражение осевой симметрии, если дано уравнение ее оси:  $2x-y-6=0$ .
3. Установить, какими движениями являются следующие композиции:  
 а)  $Z_A \circ T_v^-$ ; б)  $T_v^- \circ Z_B$ ; в)  $R_Q^\alpha \circ Z_A$ ; г)  $Z_A \circ R_Q^\alpha$ ; е)  $R_A \circ T_v^- \circ R_A^{-1}$ .
4. Выяснить, является ли данное преобразование подобием, если да, то представить его в виде композиции гомотетии на движение:  $x'=4x-y+3$ ,  $y'=x+4y+1$ .
5. Найти коэффициент гомотетии, если известны координаты ее центра  $Q(-4;6)$  и дано, что прямая  $3x-y-2=0$  преобразуется в прямую  $3x-y+8=0$ .
6. Выяснить, является ли перспективно-аффинным преобразование плоскости, заданное формулами:  $x'=4x+2y-5$ ,  $y'=6x+5y-10$ .

**Контрольная работа 9**  
**«Аффинное и евклидово n-мерные пространства»**  
**Вариант 0**

1. Установить, являются ли линейно независимыми следующие системы векторов, заданных в пространстве  $R_4$  своими координатами:  $\vec{a}(2; 3; 4; -3)$ ,  $\vec{b}(-5; -4; -9; 2)$ ,  $\vec{c}(4; 7; 8; -5)$ ,  $\vec{d}(3; 5; 5; 3)$ .
2. Составить параметрические уравнения плоскости, заданной в аффинном четырехмерном пространстве своими общими уравнениями:  $x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 3 = 0$ ,  $3x_2 + 2x_3 - x_4 - 4 = 0$ .
3. В  $E_4$  вычислить расстояние от точки  $M(2; 3; -1; 4)$  до плоскости  $x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 1 = 0$ .

**Контрольная работа 10**  
**«Квадратичные формы и квадратики»**  
**Вариант 0**

1. Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу:

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

1)  ~~$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0$~~

~~$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0$~~

2)  ~~$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0$~~

3. Привести данную квадратичную форму к каноническому виду, используя метод Лагранжа, и указать формулы преобразования переменных и канонический базис:

1)  ~~$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 11 = 0$~~

2)  $x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$

4. Привести уравнение квадрики в евклидовом точечном пространстве  $E_n$  к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований, найти формулы преобразований и определить вид квадрики:

1)  $E_2, \mathbb{Q}: 4x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 20x_1 - 10x_2 + 5 = 0$  ;

2)  $E_3, \mathbb{Q}: x_1^2 + 7x_2^2 - 8x_1x_2 + 6x_1 - 6x_2 + 9 = 0$  .

#### Вопросы для подготовки к коллоквиуму 1 (6 семестр)

1. Координатная ось. Декартовы координаты на плоскости. Правая и левая системы координат на плоскости.
2. Декартовы координаты в пространстве. Правая и левая системы координат в пространстве.
3. Определение вектора. Равенство векторов. Свободный вектор. Коллинеарные и компланарные векторы.
4. Умножение вектора на скаляр. Сложение и вычитание векторов.
5. Векторное введение декартовых координат на прямой, на плоскости и в пространстве.
6. Векторы на прямой: координата произвольной линейной комбинации векторов.
7. Проекция на плоскости и в пространстве. Проекция линейной комбинации векторов.
8. Координаты линейной комбинации векторов. Основные законы сложения векторов и умножения векторов на скаляры. Признак коллинеарности двух векторов.
9. Формулы преобразования произвольных декартовых координат.
10. Формулы преобразования прямоугольных координат на плоскости.
11. Ортогональная проекция вектора на ось.
12. Скалярное произведение. Определение, основные геометрические и алгебраические свойства.
13. Метрическое задание репера.
14. Основные метрические формулы.
15. Расстояние между двумя точками.
16. Деление отрезка в данном отношении.
17. Центр тяжести.
18. Площадь треугольника и многоугольника.
19. Полярная система координат и ее связь с декартовой.
20. Сферическая и цилиндрическая системы координат и их связь с декартовой.
21. Геометрический смысл определителей второго и третьего порядков.
22. Пространство, натянутое на векторы. Линейная зависимость векторов.
23. Векторное произведение, его геометрические и алгебраические свойства.

24. Смешанное произведение, его геометрические и алгебраические свойства.
25. Линия, выражаемая уравнением в декартовых координатах. Примеры.  
Параметрические уравнения линии.
26. Алгебраические и трансцендентные линии. Порядок уравнения алгебраической линии.
27. Прямые как линии первого порядка.
28. Общее уравнение прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой.  
Уравнение прямой по двум точкам. Уравнение прямой в отрезках.
29. Результат подстановки координат точки в левую часть уравнения прямой.
30. Нормированное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
31. Условие параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми, точка пересечения двух прямых.

#### **Вопросы для подготовки к экзамену (7 семестр)**

1. Эллипс, гипербола, парабола: определение, параметры, каноническое уравнение, внешний вид.
2. Параметрические уравнения эллипса и гиперболы.
3. Уравнение касательной для эллипса, гиперболы и параболы.
4. Оптические свойства эллипса и параболы.
5. Уравнения в полярной системе координат.
6. Поверхность, выражаемая уравнением в декартовых координатах. Цилиндрическая поверхность. Коническая поверхность. Поверхность вращения
7. Классификация поверхностей.
8. Различные формы задания уравнения плоскости.
9. Результат подстановки координат точки в левую часть уравнения плоскости
10. Наклон плоскости в пространстве
11. Нормирование уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости
12. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей, угол между плоскостями
13. Уравнение прямой в пространстве. Параметрические и канонические уравнения прямой. Общие уравнения прямой
14. Взаимное расположение двух прямых в пространстве
15. Расстояние от точки до прямой
16. Угол и расстояние между двумя прямыми
17. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве
18. Угол между плоскостью и прямой
19. Каноническое уравнение и общий вид эллипсоида
20. Канонические уравнения и общий вид гиперболоидов и конуса второго порядка
21. Канонические уравнения и общий вид параболоидов
22. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка
23. Круговые сечения поверхностей второго порядка

#### **Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 (8 семестр)**

1. Отображения, биекции, преобразования. Примеры. Композиция отображений, ее некоммутативность.
2. Аффинные преобразования. «Координатное» определение аффинного преобразования.
3. Геометрические свойства аффинных преобразований.

4. Неподвижные точки аффинных преобразований. Аффинные преобразования плоскости с двумя или тремя неподвижными точками. Строение аффинной группы.
5. Нахождение неподвижных прямых аффинного преобразования.
6. Аналитическое задание движений евклидовой плоскости. Движения первого и второго рода.
7. Параллельный перенос плоскости и его свойства.
8. Поворот плоскости и его свойства. Центральная симметрия плоскости как частный случай поворота плоскости.
9. Осевая симметрия плоскости и ее свойства.
10. Скользящая симметрия плоскости и ее свойства.
11. Разложение движений плоскости в композицию не более трех осевых симметрий.
12. Неподвижные точки движений плоскости. Классификация движений плоскости (теорема Шаля).
13. Группы самосовмещений фигур, примеры, отсутствие в них переносов и скользящих симметрий в случае ограниченности фигуры.
14. Разложение аффинного преобразования на движение и растяжения.
15. Подобия, их групповые и геометрические свойства.
16. Гомотетия плоскости и ее свойства.
17. Разложение подобия в композицию движения и гомотетии. Формулы подобий.
18. Неподвижные точки подобий. Классификация подобий плоскости.
19. Преобразования прямых и окружностей в инверсии.
20. Эрлангенская программа Ф.Клейна. Предмет геометрии данной группы преобразований.

#### **Вопросы для подготовки к экзамену (9 семестр)**

1. Определение  $n$ -мерного аффинного пространства. Простейшие следствия из системы аксиом  $n$ -мерного аффинного пространства.
2. Аффинный репер в  $n$ -мерном аффинном пространстве. Координаты точек. Формулы преобразования координат точек при переходе от одного аффинного репера к другому.
3.  $k$ -плоскости. Определение. Примеры. Свойства.
4. Параметрические и общие уравнения  $k$ -плоскости.
5. Взаимное расположение двух плоскостей в  $n$ -мерном аффинном пространстве.
6. Определение  $n$ -мерного евклидова векторного пространства. Длина вектора. Угол между векторами.
7. Определение  $n$ -мерного евклидова пространства (точечного). Метрика в евклидовом пространстве.
8. Ортогональное дополнение подпространства. Полный перпендикуляр к  $k$ -плоскости.
9. Уравнение полного перпендикуляра. Формула вычисления расстояния от точки до гиперплоскости.
10. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
11. Квадратичные формы. Закон инерции. Положительно определенные формы.
12. Квадрики в аффинном пространстве. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду.
13. Квадрики в аффинном пространстве. Классификация квадрик.
14. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
15. Квадрики в трехмерном евклидовом пространстве.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

Примеры оценочных средств по каждому типу заданий:

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ОПК-8				
1.	Задание закрытого типа	Если векторы $\vec{a} = \{7; -4; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; n; 5\}$ перпендикулярны, то $n$ равно 1) 0 2) 1 3) 3	3	2
2.		Отношение, в котором координатная плоскость $Oxz$ делит отрезок $[AB]$ , где $A(2; -1; 7)$ и $B(4; 5; -2)$ , равно 1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3	2	3
3.		Прямая l: $\begin{cases} y - 2z + 4 = 0 \\ 3y + z + 5 = 0 \end{cases}$ параллельна 1) оси $Ox$ 2) оси $Oy$ 3) плоскости $Oyz$	1	3
4.		Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{AB} = \{2; -2; -3\}$ и $\vec{AC} = \{2; 0; 3\}$ равна 1) 7 2) 14 3) 28	1	3
5.	Задание комбинированного типа	Скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{1; -2; -3\}$ и $\vec{b} = \{x; 4; 8\}$ равно -10. Тогда $x$ равен 1) 21 2) 22 3) 40	2  По определению скалярного произведения двух ненулевых векторов имеем: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot x + (-2) \cdot 4 + (-3) \cdot 8 = -10$ , отсюда $x = 22$ .	3
6.	Задание открытого типа	Решите задачу: Составить уравнение плоскости,	Вспользуемся уравнением плоскости с направляющими векторами, взяв в качестве направляющих векторов	8

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		проходящей через три точки: $A(3;0;1)$ , $B(-2;4;3)$ , $C(1;2;3)$ .	$AB^{\vec{}} = \{-5;4;2\}$ и $AC^{\vec{}} = \{-2;2;2\}$ и точку $A(3;0;1)$ в качестве начальной точки. Искомое уравнение плоскости: $\begin{vmatrix} x - 3y - z - 1 \\ -5 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$ или $2x + 3y - z - 5 = 0$ .	
7.		Решите задачу: Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 8z + 2 = 0$ определяет сферу, найдите её центр и радиус.	Преобразуем данное уравнение, выделив полные квадраты: $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 - 1 - 4 - 16 + 2 = 0$ , $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 19$ . Следовательно, данное уравнение определяет сферу с центром в точке $O(-1; -2; 4)$ радиуса $R = \sqrt{19}$ .	10
8.		Решите задачу: Вычислите объем $V$ тетраэдра с вершинами в точках $A(2; -1; 1)$ , $B(5; 5; 4)$ , $C(3; 2; -1)$ и $D(4; 1; 3)$ .	Так как объем тетраэдра, построенного на векторах $AB^{\vec{}}$ , $AC^{\vec{}}$ и $AD^{\vec{}}$ , равен 1/6 объема параллелепипеда, построенного на этих же векторах, то $V = 1/6  AB^{\vec{}} \cdot AC^{\vec{}} \cdot AD^{\vec{}} $ . Найдем координаты векторов $AB^{\vec{}} = \{3; 6; 3\}$ , $AC^{\vec{}} = \{1; 3; -2\}$ и $AD^{\vec{}} = \{2; 2; 2\}$ . Тогда $V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 3.$	10
9.		Решите задачу: Центральная симметрия относительно точки $A(a_1; a_2)$ переводит точку $M(x; y)$ в точку $M'(x'; y')$ . Найдите формулы, задающие центральную симметрию относительно точки $A$	Так как по определению точка $A$ является серединой отрезка $[MM']$ , то $(x+x')/2 = a_1$ и $(y+y')/2 = a_2$ . Отсюда получаем искомые формулы: $x' = 2a_1 - x$ , $y' = 2a_2 - y$ .	8
10.		Решите задачу: Напишите общее	Из заданной системы уравнений исключим	10

<i>№ п/п</i>	<i>Тип задания</i>	<i>Формулировка задания</i>	<i>Правильный ответ</i>	<i>Время выполнения (в минутах)</i>
		уравнение плоскости по ее параметрическим уравнениям $x=2+3u-4v$ $y=4-v$ $z=2+3u$	параметры $u$ и $v$ , для чего из второго уравнения выразим параметр $v: v=4-y$ , а из третьего — параметр $u: u=(z-2)/3$ , и подставим их значения в первое уравнение: $x=2+3\cdot((z-2)/3)-4(4-y)$ . После упрощения получим искомое уравнение $x-4y-z+16=0$ .	

**7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА**

**Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (6 семестр)**

<i>№ п/п</i>	<i>Контролируемые мероприятия</i>	<i>Количество мероприятий/ баллы</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>	<i>Срок предоставления</i>
<b>Основной блок</b>				
1.	Тетрадь с лекциями	1/5	5	По расписанию
2.	Контрольные работы	4/10	40	По расписанию
3.	Коллоквиум	1/45	45	По расписанию
	<b>Всего</b>		90	
<b>Блок бонусов</b>				
4.	Отсутствие пропусков (лекций, практических занятий)		4	По расписанию
5.	Активная работа на занятиях		4	
6.	Своевременное выполнение заданий		2	
	<b>Всего</b>		10	
	<b>Итого</b>		100	

**Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (7 семестр)**

<i>№ п/п</i>	<i>Контролируемые мероприятия</i>	<i>Количество мероприятий/ баллы</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>	<i>Срок предоставления</i>
<b>Основной блок</b>				
2.	Тетрадь с лекциями	1/10	10	По расписанию
3.	Контрольные работы	3/10	30	По расписанию
	<b>Всего</b>		40	
<b>Блок бонусов</b>				
5.	Отсутствие пропусков (лекций, практических занятий)		4	По расписанию
6.	Активная работа на занятиях		4	
7.	Своевременное выполнение		2	

	заданий			
	<b>Всего</b>		10	
<b>Дополнительный блок</b>				
8.	Экзамен		50	По расписанию
<b>Итого</b>			100	

**Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (8 семестр)**

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
<b>Основной блок</b>				
1.	Тетрадь с лекциями	1/5	5	По расписанию
2.	Контрольные работы	2/20	40	По расписанию
3.	Коллоквиум	1/45	45	По расписанию
<b>Всего</b>			90	
<b>Блок бонусов</b>				
4.	Отсутствие пропусков (лекций, практических занятий)		4	По расписанию
5.	Активная работа на занятиях		4	
6.	Своевременное выполнение заданий		2	
<b>Всего</b>			10	
<b>Итого</b>			100	

**Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (9 семестр)**

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
<b>Основной блок</b>				
2.	Тетрадь с лекциями	1/10	10	По расписанию
3.	Контрольные работы	2/15	30	По расписанию
<b>Всего</b>			40	
<b>Блок бонусов</b>				
5.	Отсутствие пропусков (лекций, практических занятий)		4	По расписанию
6.	Активная работа на занятиях		4	
7.	Своевременное выполнение заданий		2	
<b>Всего</b>			10	
<b>Дополнительный блок</b>				
8.	Экзамен		50	По расписанию
<b>Итого</b>			100	

**Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)**

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

**Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	Зачтено
90–100	5 (отлично)	
85–89	4 (хорошо)	
75–84		

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
70–74	3 (удовлетворительно)	
65–69		
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **8.1. Основная литература**

1. Атанасян С.Л., Покровский В.Г. Геометрия 1: учебное пособие для вузов. М.: Лаборатория знаний, 2021. 334 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932085073.html> (ЭБС «Консультант студента»).
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Часть 1. М.: КНОРУС. 2017. 396 с.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. СПб. [и др.] : Лань. 2009. 336 с.

### **8.2. Дополнительная литература**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник для вузов. Санкт-Петербург-Москва-Краснодар: ЛАНЬ, 2022. 312 с.  
URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html> (ЭБС «Консультант студента»).

### **8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)**

1. Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

## **10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья,

инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).