

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

Н.В. Аммосова



«04» ____ апреля ____ 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики

И.А. Байгушева

«04» ____ апреля ____ 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ**

Составитель(и)

**Захаров С.А. к.ф.-м.н., доцент каф. математики,
Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф.
математики**

Согласовано с работодателями:

**Тихомирова Т.Е., директор МБОУ «СОШ № 11
им. Гейдара Алиевича Алиева»;
Муравьева Е.А., директор МБОУ г. Астрахани
«СОШ № 48»**

Направление подготовки /
специальность

44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) /
специализация ОПОП

Математическое образование

Квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год приёма

2024

Курс

2

Семестр(ы)

3

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель освоения дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы»: сформировать представление о методологии и методах математического анализа, научить логически мыслить, разбираться в логических конструкциях математических теорий, привить навык абстрактно-дедуктивного мышления, выработать необходимые практические навыки решения математических задач, научить грамотно выражать свою мысль в устном и письменном изложении математического материала.

1.2. Задачи освоения дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы»:

- познакомить студентов с дополнительными разделами математического анализа, не входящих в ОПОП подготовки бакалавров.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Математический анализ. Дополнительные разделы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, и осваивается в 3 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые дисциплиной «Математический анализ» университетского курса:

Знания: основных понятий, теорем и методов математического анализа;

Умения: проводить рассуждения при доказательстве утверждений;

Навыки: применять универсальные учебные действия при решении задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Практикум по решению задач (на английском языке)» и т.д.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

профессиональных: ПК-3. Способен осуществлять поиск, анализ и обработку научной информации в целях исследования проблем образования в области теории и методики обучения математики

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ПК-3	ПК-3.1. Знать: сущность и содержание научного исследования, электронные источники научной информации; методы	– основные этапы и методы проведения научного исследования в области математического анализа – основные	– самостоятельно формулировать цели и задачи научного исследования – использовать разнообразные средства для проведения	– способами реализации научного исследования, включая планирование, организацию и контроль выполнения исследовательских задач

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
	<p>организации исследовательской деятельности с использованием возможностей информационной среды</p> <p>ПК-3.2 Уметь: самостоятельно осуществлять научное исследование, использовать разнообразные средства, в том числе цифровые, применять электронные ресурсы</p> <p>ПК-3.3. Владеть: способами реализации научного исследования, навыками применения ИКТ, методами руководства исследовательской работой обучающихся, в том числе, с использованием ИКТ</p>	<p>электронные источники научной информации, такие как научные базы данных, электронные библиотеки, научные журналы и конференции</p> <p>– методы организации исследовательской деятельности, включая планирование, сбор данных, анализ и интерпретацию результатов</p> <p>– возможности информационной среды для проведения научных исследований</p>	<p>научного исследования, включая цифровые технологии и электронные ресурсы</p> <p>– осуществлять критический анализ научных публикаций и результатов исследований</p>	<p>– навыками применения информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) для проведения научных исследований, включая использование программного обеспечения для математического моделирования и анализа данных</p> <p>– способами интеграции ИКТ в процесс обучения и научного исследования, включая использование онлайн-платформ и образовательных ресурсов</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной формы обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	23,00
- занятия лекционного типа, в том числе:	11
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	11
- практическая подготовка (если предусмотрена)	2
- консультация (предэкзаменационная)	1
- промежуточная аттестация по дисциплине	-
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	85,00
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестры	экзамен – 3 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости и, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 3.										
<i>Тема 1. Производство измеримых пространств</i>	2		2					21	25	<i>Коллоквиум №1</i>
<i>Тема 2. Теорема Фубини</i>	2		2					21	25	<i>Коллоквиум №1</i>
<i>Тема 3. Неопределённый интеграл Лебега</i>	4		4					21	29	<i>Коллоквиум №2</i>
<i>Тема 4. Строение функций ограниченной вариации</i>	3		3					22	28	<i>Коллоквиум №2</i>
Консультации									1	
Контроль промежуточной аттестации										Экзамен
ИТОГО за семестр:	<i>11</i>		<i>11</i>					<i>85,00</i>	<i>107</i>	
Итого за весь период	<i>11</i>		<i>11</i>					<i>85,00</i>	<i>108</i>	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ПК-3	
<i>Тема 1. Произведение измеримых пространств</i>	25	+	1
<i>Тема 2. Теорема Фубини</i>	25	+	1
<i>Тема 3. Неопределённый интеграл Лебега</i>	29	+	1
<i>Тема 4. Строение функций ограниченной вариации</i>	28	+	1
Консультации	1		
Контроль промежуточной аттестации	-		
Итого	108		1

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Тема 1. Произведение измеримых пространств

Произведение измеримых пространств. Лебегово продолжение меры. Полукольцо множеств. Произведение колец множеств как полукольцо. Счетно-аддитивность произведения мер на полукольце. Произведение пространств.

Тема 2. Теорема Фубини

Измеримость множеств и их сечений. Теорема Фубини. Равенство двойного и повторного интегралов.

Тема 3. Неопределённый интеграл Лебега

Взаимообратимость операций дифференцирования и интегрирования в классическом анализе. Неопределённый интеграл Лебега: производная монотонной функции, производная неопределённого интеграла Лебега, восстановление функции по её производной, абсолютно непрерывные функции.

Тема 4. Строение функций ограниченной вариации

Функции ограниченной вариации, функции скачков, сингулярные функции, Канторова лестница, теорема Лебега о разложении функции ограниченной вариации на сумму абсолютно непрерывной функции, функции скачков и сингулярной функции.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).

Методические указания по проведению лекционных занятий

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное

занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Методические указания по проведению практических занятий

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы, тестирование.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине. «Дополнительные разделы»;

- формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;

- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. План практических занятий должен отвечать

общим идеям и направленности лекционного курса, и соотнесен с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутриспредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Приступая к изучению учебной дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к лабораторно-практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Математический анализ. Дополнительные разделы» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

- развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);
- исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);
- информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умения использовать справочную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; выполнение контрольных работ; работа со словарями и справочниками; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к экзамену; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы» представлено в таблице 4.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Тема 1.</i> Произведение измеримых пространств	21	Изучение учебной литературы и подготовка к коллоквиумам
<i>Тема 2.</i> Теорема Фубини	21	
<i>Тема 3.</i> Неопределённый интеграл Лебега	21	
<i>Тема 4.</i> Строение функций ограниченной вариации	22	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

- 1) домашнее задание, как теоретического, так и практического характера;
- 2) коллоквиум.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<i>Тема 1.</i> Произведение измеримых пространств	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
<i>Тема 2.</i> Теорема Фубини	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
<i>Тема 3.</i> Неопределённый интеграл Лебега. Практическая подготовка	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
<i>Тема 4.</i> Строение функций ограниченной вариации	Лекция-презентация	Фронтальный опрос	Не предусмотрено

6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ. Дополнительные разделы» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

6.3.2. Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu.edu.ru/catalog/>
2. Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: <http://journal.asu.edu.ru/>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ. Дополнительные разделы» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
<i>Тема 1.</i> Производство измеримых пространств	ПК-3	Коллоквиум №1, экзамен
<i>Тема 2.</i> Теорема Фубини	ПК-3	Коллоквиум №1, экзамен
<i>Тема 3.</i> Неопределённый интеграл Лебега. Практическая подготовка	ПК-3	Кейс-задача, коллоквиум №2, экзамен
<i>Тема 4.</i> Строение функций ограниченной вариации	ПК-3	Коллоквиум №2, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7
Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8
Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	неспособен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Кейс-задания

«Неопределенный интеграл Лебега»

1. Показать, что монотонная функция может иметь разрывы только первого рода.
2. Показать, что всякую монотонную функцию, непрерывную слева, можно представить как сумму непрерывной монотонной функции и функции скачков (непрерывной слева) и притом единственным образом.

Вопросы для подготовки к коллоквиуму №1

1. Полукольцо, кольцо и сигма-кольцо множеств.
2. Лебегово продолжение меры с полукольца на сигма-кольцо.
3. Произведение колец как полукольцо.
4. Счётная аддитивность произведения мер на полукольце.
5. Произведение измеримых пространств.
6. Измеримость множеств и их сечений
7. Теорема Фубини. Равенство двойного и повторного интегралов.

Вопросы для подготовки к коллоквиуму №2

1. Дифференцирование и интегрирование как взаимобратные операции.
2. Производная и производные числа.
3. Производная монотонной функции.
4. Производная неопределённого интеграла Лебега.
5. Абсолютно непрерывные функции.
6. Восстановление функции по её производной.

7. Функции ограниченной вариации.
8. Функции скачков.
9. Сингулярные функции.
10. Теорема Лебега о разложении функции ограниченной вариации.

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Полукольцо, кольцо и сигма-кольцо множеств.
2. Лебегово продолжение меры с полукольца на сигма-кольцо.
3. Произведение колец является полукольцом.
4. Счётная аддитивность произведения мер на полукольце.
6. Измеримость множеств и их сечений
7. Теорема Фубини. Равенство двойного и повторного интегралов.
8. Дифференцирование и интегрирование как взаимнообратные операции.
9. Производная и производные числа.
10. Производная монотонной функции.
11. Производная неопределённого интеграла Лебега.
12. Абсолютно непрерывные функции.
13. Восстановление функции по её производной.
14. Функции ограниченной вариации.
15. Функции скачков.
16. Сингулярные функции.
17. Теорема Лебега о разложении функции ограниченной вариации.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-3 Способен осуществлять поиск, анализ и обработку научной информации в целях исследования проблем образования в области теории и методики обучения математики				
1.	Задание закрытого типа	Являются ли абсолютно непрерывные функции непрерывными? 1) Являются. 2) Не являются.	1	3
2.		Может непрерывная на отрезке функция, отличная от константы, иметь почти всюду нулевую производную. 1) Может. 2) Не может.	1	3
3.		Следует ли из	2	3

		<p>непрерывности функции на отрезке</p> <p>ограниченность вариации этой функции?</p> <p>1) Следует. 2) Не следует.</p>		
4.		<p>Являются ли сумма абсолютно непрерывных функций и произведение такой функции на число абсолютно непрерывными функциями?</p> <p>1) да; 2) нет.</p>	1	3
5.	Задание комбинированного типа	<p>Является ли функция, удовлетворяющая условию Липшица, абсолютно непрерывной?</p> <p>1) да; 2) нет.</p>	2	5
			<p>Из условия Липшица $f(x') - f(x'') \leq L x' - x''$ следует, что</p> $\sum_{i=1}^n f(\beta_i) - f(\alpha_i) \leq L \sum_{i=1}^n \beta_i - \alpha_i < L\delta < \varepsilon,$ <p>если $\delta < \varepsilon/L$. Это означает абсолютную непрерывность.</p>	
6.	Задание открытого типа	<p>Доказать, что если функция $f(x)$ монотонна, ограничена и непрерывна на конечном интервале (a, b), то она равномерно непрерывна на нём.</p>	<p>Доопределим функцию в точках a и b значениями пределов функции в этих точках. Эти пределы существуют и конечны, что следует из монотонности и ограниченности. Новая функция непрерывна на отрезке и по теореме Кантора равномерно непрерывна.</p>	10
7.		<p>Доказать, что функция, имеющая во всех точках отрезка ограниченную производную, имеет ограниченную вариацию.</p>	<p>Пусть $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ - разбиение отрезка. Применим теорему Лагранжа к отрезкам $[x_{i-1}, x_i]$:</p> $ f(x_i) - f(x_{i-1}) = f'(c_i) x_i - x_{i-1} .$ <p>Так как $f'(c) < M$, то</p> $\sum_{i=1}^n f(x_i) - f(x_{i-1}) < M \sum_{i=1}^n x_i - x_{i-1} = M(b-a).$	10
8.		<p>Может ли быть интегрируема по Риману функция,</p>	<p>Не может, ибо мера этого множества положительна. А критерий Лебега требует,</p>	10

		разрывная во всех точках непустого открытого множества?	чтобы множество точек разрыва имело меру нуль.	
9.		Показать, что если функция $f(x)$ имеет на отрезке $[a, b]$ ограниченную производную, то эта производная интегрируема по Лебегу.	Производная есть предел выражения, являющегося измеримой функцией, поэтому сама измерима. Ограниченности ее достаточно для интегрируемости.	8
10.		Показать, что всякая функция ограниченной вариации интегрируема по Лебегу.	Такая функция равна разности двух монотонных функций, которые, тем самым, измеримы и на конечном отрезке ограничены. Это же относится и к данной функции. Поэтому она интегрируема по Лебегу.	10

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				
1.	Коллоквиум №1	По 10 баллов за каждый правильный ответ на вопрос	20	по расписанию
2.	Коллоквиум №2	По 10 баллов за каждый правильный ответ на вопрос	20	
Всего			40	-
Блок бонусов				
2.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	

3.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	по расписанию
4.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
5.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Дополнительный блок				
6.	Экзамен		50	по расписанию
Всего			50	
Итого:			100	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено
Ниже 60		

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Далингер В.А., Симонженков С.Д. Теория функций действительного переменного : учебник и практикум для вузов. М.: Юрайт, 2024. 242 с. URL: <https://urait.ru/bcode/538056> (Образовательная платформа ЮРАЙТ).
2. Захаров С.А. Теория Лебега. Учебное пособие для студентов, обучающихся по специальностям Математика и Прикладная математика и информатика. Издательский дом "Астраханский университет", 2008. 96 с. - ISBN 978-5-9926-0078-0.

3. Колмогоров А. Н. , Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 572 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102667.html> (ЭБС «Консультант студента»).

8.2. Дополнительная литература

1. Старовойтов, В. Н. Функциональный анализ. Мера и интеграл Лебега : учебное пособие для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2024 ; Новосибирск : ИПЦ НГУ. 121 с. бразовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/557431> (Образовательная платформа ЮРАЙТ).

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. Образовательная платформа ЮРАЙТ: <https://urait.ru/>
2. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
3. Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: www.studentlibrary.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен

в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).