

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

Н.В. Аммосова



«04» \_\_\_\_ апреля \_\_\_\_ 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики

И.А. Байгушева

«04» \_\_\_\_ апреля \_\_\_\_ 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ГЕОМЕТРИЯ. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ**

Составитель(и)

**Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф.  
математики**

Согласовано с работодателями:

**Тихомирова Т.Е., директор МБОУ «СОШ № 11  
им. Гейдара Алиевича Алиева»;  
Муравьева Е.А., директор МБОУ г. Астрахани  
«СОШ № 48»**

Направление подготовки /  
специальность

**44.04.01 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) /  
специализация ОПОП

**Математическое образование**

Квалификация (степень)

**магистр**

Форма обучения

**очная**

Год приёма

**2024**

Курс

**1**

Семестр(ы)

**2**

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целью освоения дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы» является ознакомление студентов с различными способами построения и обоснования геометрий.

1.2. Задачи освоения дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы»:

- формирование у студентов системы представлений о понятиях и фактах дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы»;
- формирование у студентов системы представлений о геометрических методах и возможностях их применения;
- формирование представлений о важности (необходимости) изучения геометрии (геометрических знаний, качественного геометрического образования) для осуществления будущей профессиональной деятельности;
- воспитание профессионально значимых личностных качеств студентов;
- формирование у студентов понимания о возможностях геометрии для развития универсальных учебных действий учащихся,
- использование цифровых технологий в профессиональной деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Геометрия. Дополнительные разделы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, и осваивается во 2 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами:

- Геометрия;
- Алгебра;
- Математический анализ.

**Знания:** основных понятий и теорем аналитической геометрии, теории матриц, теории групп, знакомство с полем комплексных чисел.

**Умения:** проводить рассуждения при доказательстве утверждений.

**Навыки:** решать стандартные задачи на метод координат и действия над комплексными числами.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Методика преподавания математики. Дополнительные разделы», «Практикум по решению задач (на английском языке)» и т.д.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

*профессиональных:* ПК-1. Способен непрерывно осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности, в том числе, свои цифровые навыки, реализовывать программы обучения математике основного общего, среднего общего образования

**Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения**

Код	Код и наименование	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
-----	--------------------	--

компете нции	индикатора достижения компетенции	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
<i>ПК-1</i>	ПК-1.1. Знать: основные модели построения процесса обучения математике в программах общего образования, возможности интернет-ресурсов и программных продуктов в объеме, необходимом для решения профессиональных задач	– различные подходы к обучению геометрии (традиционные, интерактивные, проблемно-ориентированные и т.д.) – образовательные платформы и ресурсы, специализирующиеся на геометрии	– анализировать и выбирать учебные материалы и задания по геометрии, соответствующие уровню подготовки учащихся – применять цифровые инструменты для управления учебным процессом	– навыками планирования и проведения учебных занятий по геометрии в соответствии с образовательными стандартами – способностью эффективно использовать цифровые платформы для управления учебным процессом
	ПК-1.2. Уметь: отбирать соответствующее содержание, методы и приемы обучения математике для реализации программ общего образования, для диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике, осваивать современные цифровые инструменты профессиональной деятельности.	– основные модели построения процесса обучения математике в программах общего образования – принципы диагностики и оценки результатов освоения обучающимися основных и дополнительных образовательных программ по математике – возможности программного обеспечения для преподавания геометрии	– адаптировать учебные программы по геометрии в зависимости от потребностей и интересов учащихся – разрабатывать и внедрять инновационные методы и приемы обучения геометрии – разрабатывать и проводить диагностические тесты и опросы по геометрии – анализировать результаты тестов и опросов для оценки уровня знаний и навыков учащихся – работать с образовательными платформами и программным обеспечением, специализирующимися на геометрии	– навыками планирования и проведения учебных занятий по геометрии в соответствии с образовательными стандартами – методами и инструментами для проведения диагностики и оценки знаний учащихся по геометрии – анализировать и интерпретировать результаты диагностики для принятия педагогических решений – современными цифровыми инструментами профессиональной деятельности

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
	ПК-1.3. Владеть: адекватными конкретными ситуациями действиями по реализации программ обучения математике в системе общего образования (основного и полного среднего), профессионального обучения и дополнительного образования, а также диагностики и оценки результатов освоения программ обучающимися, задачи олимпиад (включая новые задачи регионального этапа всероссийской олимпиады), цифровыми навыками для решения профессиональных задач	<ul style="list-style-type: none"> <li>– структуру и содержание образовательных программ по геометрии для основного и среднего общего образования</li> <li>– современные педагогические технологии и методики, применимые к преподаванию геометрии</li> <li>– различные методы диагностики и оценки знаний учащихся по геометрии (тестирование, проектная деятельность, устные опросы и т.д.)</li> <li>– принципы разработки и проведения олимпиадных задач по геометрии</li> <li>– цифровые инструменты для создания и проверки заданий по геометрии</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– осуществлять адекватные конкретные ситуации действия по реализации программ обучения математике в системе общего образования, профессионального образования и дополнительного обучения</li> <li>– эффективно использовать цифровые навыки для решения профессиональных задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками осуществления адекватных конкретной ситуации действий по реализации программ обучения математике в системе общего, дополнительного и профессионального образования</li> <li>– навыкам диагностики и оценки результатов освоения программ обучающимися</li> <li>– навыками использования цифровых технологий для решения профессиональных задач</li> </ul>

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 4 зачетные единицы (144 часа).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной формы обучения приведена в таблице 2.1.

**Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения**

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	4
Объем дисциплины в академических часах	144
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	27,00
- занятия лекционного типа, в том числе:	13
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	13
- практическая подготовка (если предусмотрена)	2
- консультация (предэкзаменационная)	1
- промежуточная аттестация по дисциплине	-
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	117,00
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестры	экзамен – 2 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

**Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости и, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		К Р / К П			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>Семестр 2.</b>										
<i>Тема 1. Аксиоматический метод. «Начала» Евклида</i>	1		1					16	18	<i>Реферат</i>
<i>Тема 2. Аксиома Лобачевского и основные следствия из неё</i>	2		2					16	20	<i>Реферат</i>
<i>Тема 3. Метод координат на плоскости</i>	2		2					17	21	<i>Реферат</i>
<i>Тема 4. Эрлангенская программа Ф.Клейна</i>	2		2					17	21	<i>Реферат</i>
<i>Тема 5. Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского</i>	2		2					17	21	<i>Реферат</i>
<i>Тема 6. Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости</i>	2		2	2				17	21	<i>Реферат</i>
<i>Тема 7. Модель Пуанкаре в круге</i>	2		2					17	21	<i>Реферат</i>
<b>Консультации</b>									1	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>										<b>Экзамен</b>

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						К Р / К П	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости и, форма промежуточ ной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>13</b>		<b>13</b>					<b>117,0 0</b>	<b>143</b>	
<b>Итого за весь период</b>	<b>13</b>		<b>13</b>					<b>117,0 0</b>	<b>144</b>	

*Примечание:* Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

**Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции		Общее количество компетенций
		ПК-1		
<i>Тема 1.</i> Аксиоматический метод. «Начала» Евклида	18	+		1
<i>Тема 2.</i> Аксиома Лобачевского и основные следствия из неё	20	+		1
<i>Тема 3.</i> Метод координат на плоскости	21	+		1
<i>Тема 4.</i> Эрлангенская программа Ф.Клейна	21	+		1
<i>Тема 5.</i> Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского	21	+		1
<i>Тема 6.</i> Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости	21	+		1
<i>Тема 7.</i> Модель Пуанкаре в круге	21	+		1
Консультации	1			
Контроль промежуточной аттестации	-			
<b>Итого</b>	<b>144</b>			<b>1</b>

### Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

**Тема 1.** Общая характеристика аксиоматического метода в геометрии. Проблема V постулата в «Началах» Евклида. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.

**Тема 2.** Основные следствия из аксиомы параллельности Лобачевского. Функция Лобачевского. Четвёртый признак равенства треугольников. Дефект треугольника.

**Тема 3.** Декартовы, однородные, барицентрические координаты на плоскости и их применение для решения задач. Теорема Дезарга (доказательство с помощью однородных

координат).

**Тема 4.** Теоретико-групповые принципы геометрии. Планиметрия Евклида как геометрии группы движений плоскости.

**Тема 5.** Группа проективных преобразований, сохраняющих окружность. Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского.

**Тема 6.** Группа дробно-линейных преобразований комплексного переменного, сохраняющих действительную ось. Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости.

**Тема 7.** Группа дробно-линейных преобразований комплексного переменного, сохраняющих окружность. Модель Пуанкаре в круге.

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).**

#### **Методические указания по проведению лекционных занятий**

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и

предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

### **Методические указания по проведению практических занятий**

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы, тестирование.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине «Геометрия. Дополнительные разделы»;

- формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;

- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. Перечень тем практических занятий по дисциплине «Геометрия. Дополнительные разделы» определяется рабочей учебной программой дисциплины. План практических занятий должен отвечать общим идеям и направленности лекционного курса, и соотноситься с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

- 1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

- 2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

- 3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

- 4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

## **5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)**

Приступая к изучению учебной дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к лабораторно-практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратит особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Геометрия. Дополнительные разделы» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

- развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);
- исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);
- информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умения использовать справочную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; выполнение контрольных работ; работа со словарями и справочниками; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к экзамену; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы» представлено в таблице 4.

**Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся**

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Тема 1.</i> Аксиоматический метод. «Начала» Евклида	18	Изучение учебной литературы и работа по теме реферата
<i>Тема 2.</i> Аксиома Лобачевского и основные следствия из неё	20	
<i>Тема 3.</i> Метод координат на плоскости	21	
<i>Тема 4.</i> Эрлангенская программа Ф.Клейна	21	
<i>Тема 5.</i> Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского	21	
<i>Тема 6.</i> Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости	21	
<i>Тема 7.</i> Модель Пуанкаре в круге	21	

### **5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.**

В процессе изучения дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

- 1) реферат.

Реферат - это краткое изложение в письменном виде содержания и результатов индивидуальной самостоятельной деятельности, имеет регламентированную структуру, содержание и оформление. Его задачами являются:

1. Формирование умений самостоятельной работы студента с источниками литературы, их систематизация.

2. Развитие навыков логического мышления.

3. Углубление теоретических знаний.

Студенту на базе самостоятельного изучения материала необходимо представить реферат по соответствующей теме. Тему реферата студент выбирает из предложенной тематики программы.

#### *Методические указания к написанию реферата*

1. Реферат является самостоятельной письменной работой, которую выполняет студент.

2. Реферат показывает способность автора систематизировать теоретический материал по теме, связно его излагать, творчески использовать идеи и положения для методологического анализа материалов дисциплины.

Прямое заимствование без указания источников использованных текстов недопустимо.

3. Реферат обязательно должен иметь содержание, введение, изложение содержания темы, заключение, список использованной литературы, (при необходимости приложение).

4. Содержание содержит все перечисленные в п. 3 структурные элементы реферата, с указанием страниц, на которых они находятся. Заголовки содержания дублируются в тексте реферата.

5. Введение - важнейший смысловой элемент реферата. Форма его произвольна, но в нем должны получить отражение следующие вопросы: обоснование выбора темы, оценка ее с точки зрения актуальности, новизны и практической значимости.

6. Основное содержание работы должно представлять собой самостоятельно выполненное задание в соответствии с названием реферата, или обобщение имеющейся литературы, или методологическую разработку проблемы в сфере выбранного вопроса.

7. В заключении дается краткое резюме изложенного в основной части реферата, или выводы, сделанные из этого изложения, или практическое применение содержащегося в реферате материала.

8. Список использованной литературы содержит указание на изученные автором работы. Он должен включать в себя труды по теме и последние публикации по ней.

## **6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

### **6.1. Образовательные технологии**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

**Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Аксиоматический метод. «Начала» Евклида	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
Тема 2. Аксиома Лобачевского	Лекция-	Командная	Не

и основные следствия из неё	презентация	работа	предусмотрено
<i>Тема 3.</i> Метод координат на плоскости	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
<i>Тема 4.</i> Эрлангенская программа Ф.Клейна	Лекция-презентация	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
<i>Тема 5.</i> Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского. Практическая подготовка	Лекция-презентация	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
<i>Тема 6.</i> Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости. Практическая подготовка	Лекция-презентация	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
<i>Тема 7.</i> Модель Пуанкаре в круге	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено

## 6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Геометрия. Дополнительные разделы» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

## 6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### 6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS	Виртуальная обучающая среда

Moodle	
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

### 6.3.2. Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu.edu.ru/catalog/>
2. Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: <http://journal.asu.edu.ru/>

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Геометрия. Дополнительные разделы» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
<i>Тема 1.</i> Аксиоматический метод. «Начала» Евклида	ПК-1	Реферат, экзамен
<i>Тема 2.</i> Аксиома Лобачевского и основные следствия из неё	ПК-1	Реферат, экзамен
<i>Тема 3.</i> Метод координат на плоскости	ПК-1	Реферат, экзамен
<i>Тема 4.</i> Эрлангенская программа Ф.Клейна	ПК-1	Реферат, экзамен
<i>Тема 5.</i> Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского. Практическая подготовка	ПК-1	Кейс-задача, реферат, экзамен
<i>Тема 6.</i> Модель Пуанкаре на верхней полуплоскости	ПК-1	Реферат, экзамен
<i>Тема 7.</i> Модель Пуанкаре в круге	ПК-1	Реферат, экзамен

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Таблица 7**  
**Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8**  
**Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	неспособен правильно выполнить задание

## 7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

### Темы рефератов

1. Аксиоматический метод. «Начала» Евклида. Проблема V постулата.
2. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.

3. Аксиома Лобачевского и основные следствия из неё. Функция Лобачевского. Четвёртый признак равенства треугольников.

4. Дефект многоугольника. Теория площадей в геометрии Лобачевского.

5. Аксиоматика Г. Вейля школьного курса геометрии.

6. Метод координат на плоскости: декартовы, однородные, барицентрические координаты. Теорема Дезарга.

7. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Геометрия Евклида как геометрия группы движений плоскости.

8. Построение планиметрии Евклида на основе теории комплексных чисел.

9. Двумерные геометрии Галилея и Минковского как геометрии соответствующих подгрупп в группе аффинных преобразований плоскости.

10. Модель Бельтрами-Клейна.

11. Модель Пуанкаре на полуплоскости.

12. Модель Пуанкаре в круге.

13. Метрические соотношения в треугольнике. Длина окружности и площадь круга (в одной из моделей по выбору).

14. Окружность, эквидистанта, орицикл как орбиты однопараметрических подгрупп в группе движений плоскости Лобачевского(в одной из моделей по выбору).

### Кейс-задания

#### «Модель Бельтрами-Клейна плоскости Лобачевского»

1. В модели Бельтрами-Клейна найти координату середины отрезка АВ, где А(0.4; 0), В(0.9; 0).

2. В модели Бельтрами-Клейна вычислить угол между прямой  $a: x+2y=1$  и осью  $Oy$ .

**Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов**

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-1. Способен непрерывно осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности, в том числе, свои цифровые навыки, реализовывать программы обучения математике основного общего, среднего общего образования				
1.	Задание закрытого типа	Какой из следующих постулатов: 1) I; 2) II; 3) III; 4) IV; 5) V можно исключить из списка аксиом в «Началах» Евклида?	4	1
2.		Можно ли в рамках абсолютной геометрии доказать, что сумма углов треугольника равна $180^0$ ?	2	2

		1) да; 2) нет		
3.		В аксиоматике Г. Вейля V постулат Евклида является 1) аксиомой; 2) теоремой	2	3
4.		Может ли плоская фигура иметь ровно два центра симметрии? 1) да; 2) нет.	2	3
5.	Задание комбинированного типа	Какая из следующих фигур не существует в геометрии Лобачевского? 1) окружность; 2) прямоугольник; 3) ромб; 4) квадрат	2 В геометрии Лобачевского не существует прямоугольников, т.к. сумма углов любого четырёхугольника в этой геометрии всегда меньше $360^\circ$ . Любой четырёхугольник легко делится на два треугольника, а сумма углов треугольника в геометрии Лобачевского меньше $180^\circ$ . Сумма углов двух треугольников, соответственно, не может быть равной $360^\circ$ . В силу указанных выше обстоятельств, это должно быть характерно и для четырёхугольника. В классическом прямоугольнике все четыре угла прямые ( $90^\circ$ ). Следовательно, сумма этих углов никак не может соответствовать геометрии Лобачевского и быть меньше $360^\circ$ . Таким образом, прямоугольники обычного вида в геометрии Лобачевского невозможны.	5
6.	Задание открытого типа	Доказать, что формула $x^* = f(x) = \frac{5x + 4}{4x + 5}$ задает преобразование отрезка $[-1, 1]$	Т.к. $f(\pm 1) = \pm 1$ и $\frac{df}{dx} = \frac{9}{(4x+5)^2} > 0$ , то функция $f(x)$ монотонно возрастает на отрезке $[-1, 1]$ и, следовательно,	5

			отображение $x \mapsto x^* = f(x)$ является взаимно-однозначным, т.е. преобразованием.	
7.	Определить тип преобразования плоскости $x^* = y + 1$ , $y^* = x - 1$	Т.к. $x_1^* - x_2^* = y_1 - y_2$ и $y_1^* - y_2^* = x_1 - x_2$ , то данное преобразование является движением. Найдем его неподвижные точки. $x^* = y + 1 = x$ , $y^* = x - 1 = y$ . Эта система эквивалентна уравнению $x - y = 1$ - прямая, все точки которой неподвижны, следовательно, данное преобразование является осевой симметрией с осью $y = x - 1$ .	10	
8.	Найти проективное преобразование, при котором парабола $x = y^2$ переходит в гиперболу $x^2 - y^2 = 1$	В однородных координатах уравнения параболы и гиперболы имеют вид $x_2^2 - x_1 x_3 = 0$ и $x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0$ соответственно. Первое уравнение можно записать в виде $x_2^2 - \left(\frac{x_1 + x_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_1 - x_3}{2}\right)^2 = 0$ . Полагая $x_1^* = x_1 + x_3$ , $x_2^* = 2x_2$ , $x_3^* = x_1 - x_3$ , получаем уравнение $(x_1^*)^2 - (x_2^*)^2 + (x_3^*)^2 = 0$ . Т.к. определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$ , то указанные выше формулы определяют искомого проективное преобразование. В декартовых координатах оно имеет вид $x^* = \frac{x+1}{x-1}$ , $y^* = \frac{2y}{x-1}$ .	10	
9.	В модели Бельтрами-Клейна найти координату середины отрезка АВ, где $A(0.2; 0)$ , $B(0.8; 0)$ .	Пусть $a, b$ – расстояния от точек $A, B$ до центра $O$ абсолюта. Тогда $th a = 0.2$ , $th b = 0.8$ и	8	

			$\text{th}(a+b) = (\text{th } a + \text{th } b) / (1 + \text{th } a \text{th } b) = 1/1.16$ . Далее, если $M(x; 0)$ – середина отрезка $AB$ , то $x = \text{th}((a+b)/2) \Rightarrow \text{th}(a+b) = 2x / (1 + x^2)$ . Получаем уравнение $2x / (1 + x^2) = 1/1.16$ , $x^2 - 2.32x + 1 = 0$ . Учитывая, что $x < 1$ , находим $x \approx 0.5721$ .	
10.	В модели Пуанкаре на верхней полуплоскости найти центр и радиус окружности, заданной уравнением $(x-5)^2 + (y-10)^2 = 64$ .	Данная окружность в евклидовом смысле имеет радиус $R=8$ и координаты центра $x_0=5, y_0=10$ . Если $(a, b)$ – координаты центра и $r$ - радиус окружности в смысле геометрии Лобачевского, то $a = x_0 = 5$ , $y_0 = b \text{ ch } r, R = b \sqrt{\text{ch}^2 r - 1}$ . Тогда $R^2 = (b \text{ ch } r)^2 - b^2 = y_0^2 - b^2$ , $b^2 = y_0^2 - R^2 = 36, b = 6$ . $\text{ch } r = y_0/b = 5/3$ $\Rightarrow e^r + e^{-r} = 10/3$ . Вводя обозначение $z = e^r > 1$ , получаем уравнение $3z^2 - 10z + 3 = 0$ , отсюда $e^r = z = 3, r = \ln 3$ .	10	

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

### ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
<b>Основной блок</b>				
1.	Реферат		40	по расписанию
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
2.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по
3.	Активность студента на	0,3 балла за	3	

	занятиях	занятие, но не более 3		расписанию
4.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
5.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
<b>Всего</b>			<b>10</b>	
<b>Дополнительный блок</b>				
6.	Экзамен		50	по расписанию
<b>Всего</b>			<b>50</b>	
<b>Итого:</b>			<b>100</b>	

**Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)**

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

**Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	Зачтено
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **8.1. Основная литература**

- Атанасян С.Л., Покровский В.Г. Геометрия 2: учебное пособие для вузов. М.: Лаборатория знаний, 2024. 547 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932086957.html> (ЭБС «Консультант студента»).
- Атанасян С.Л. Геометрия Лобачевского. М.: Лаборатория знаний, 2021. 467 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932085080.html> (ЭБС «Консультант студента»).

### **8.2. Дополнительная литература**

1. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 584 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102672.html> (ЭБС «Консультант студента»).

### **8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)**

1. Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

## **10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости

осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).