

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОПОП

\_\_\_\_\_ З. Р. Датская

« 04 » \_\_\_\_\_ 04 \_\_\_\_\_ 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой математики

\_\_\_\_\_ И. А. Байгушева

« 04 » \_\_\_\_\_ 04 \_\_\_\_\_ 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Составитель(и)

**Сячина Е.И., ст. преп. кафедры МТМ**

Согласовано с работодателями:

**Иванчук О.В., д.п.н., заведующая кафедрой  
физики Астраханского государственного**

**медицинского университета;**

**Евдокимова Ю.Н., врач-рентгенолог высшей  
категории, председатель Астраханского**

**областного филиала «Российское общество  
рентгенологов и радиологов»**

Направление подготовки / специаль-  
ность

**12.03.04 БИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И  
ТЕХНОЛОГИИ**

Направленность (профиль) / специа-  
лизация ОПОП

Квалификация (степень)

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Год приёма

**2024**

Курс

**1–2 (по очной форме)**

Семестр(ы)

**1–2 (по очной форме)**

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 1.1. Целями освоения дисциплины (модуля) «Высшая математика» являются:

- воспитание современной математической культуры;
- привитие навыков и видов математического мышления;
- использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля):

- изучение основных понятий и методов аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории вероятностей, математической статистики, функций комплексных переменных и численные методы решения алгебраических и дифференциальных уравнений;
- изучение приложений математических методов к решению инженерных задач

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

**2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Высшая математика» относится к обязательной части учебного плана Б1.Б.09 и осваивается в 1 и 2 семестрах.**

**2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):**

- «Алгебра и начала анализа», «Геометрия»:

#### **Знания:**

- правил выполнения действий с целыми числами, действий с дробями,
- свойств степени и корня,
- формул сокращенного умножения,
- основных элементарных функций и их свойств,
- методов решений уравнений и неравенств,
- тождеств тригонометрии,
- правил и формул дифференцирования,
- формул интегрирования,
- метода координат.

#### **Умения:**

- складывать, вычитать, умножать и делить целые числа, дроби,
- применять свойства степени, формулы сокращенного умножения,
- решать уравнения и неравенства школьного курса математики,
- применять правила и формулы дифференцирования и интегрирования, метода координат.

#### **Навыки и (или) опыт деятельности:**

- навыки решения уравнений и неравенств,
- навыки построения графиков основных элементарных функций,
- навыки построения геометрических фигур.

**2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):**

- «Физика»;
- «Электроника и микропроцессорная техника»;
- «Основы электротехники»;
- «Инженерная и компьютерная графика»;
- «Основы проектирования и конструирования»;

- «Сопротивление материалов»;
- «Начертательная геометрия»;
- «Теоретическая механика и теория механизмов и машин».

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

общепрофессиональных (ОПК): способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем (ОПК-1).

**Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения**

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-1	ОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	виды математических объектов (понятия, свойства) и их физические аналоги	применять математические методы для решения задач теоретического характера	навыками использования математических методов для решения задач теоретического характера
	ОПК-1.2. Применяет знания естественных наук в инженерной практике проектирования биотехнических систем и медицинских изделий.	основные законы естественнонаучных дисциплин, частные методы решения математических задач профессиональной направленности.	использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности	навыками использования знаний естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности
	ОПК-1.3. Применяет общепрофессиональные знания в инженерной деятельности для анализа и проектирования биотехнических систем, медицинских изделий.	основные законы и понятия математики при проектировании биотехнических систем и медицинских изделий.	применять методы математического анализа к решению конкретных естественнонаучных и технических проблем	интерпретированием результатов эксперимента

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 8 зачетные единицы (288 часа).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения приведена в таблице 2.1.

**Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения**

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	8
Объем дисциплины в академических часах	288

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	110,50
- занятия лекционного типа, в том числе:	36
- практическая подготовка (если предусмотрена)	
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	72
- практическая подготовка (если предусмотрена)	
- в ходе подготовки и защиты курсовой работы	
- консультация (предэкзаменационная)	2
- промежуточная аттестация по дисциплине	0,50
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	177,50
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	экзамен – 1, 2 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

**Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>Семестр 1.</b>										
<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>	<b>3</b>		<b>6</b>				<b>12</b>	<b>21</b>		
Тема 1. Матрицы и определители	2		4				6	12	КР№1	
Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений	1		2				6	9		
<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры</b>	<b>2</b>		<b>4</b>				<b>12</b>	<b>18</b>		
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами	1		2				6	9	КР№2	
Тема 4. Нелинейные операции над векторами	1		2				6	9		
<b>Раздел 3. Аналитическая геометрия</b>	<b>2</b>		<b>4</b>				<b>16</b>	<b>22</b>		
Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве	1		2				8	11		
Тема 6. Кривые второго порядка	1		2				8	11		

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
<b>Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>6</b>		<b>12</b>					<b>24</b>	<b>42</b>	
Тема 7. Предел, непрерывность функции	2		4					8	14	КР№3
Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления	2		4					8	14	КР№4
Тема 9. Исследование функций	2		4					8	14	
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	<b>5</b>		<b>10</b>					<b>24,75</b>	<b>39,75</b>	
Тема 10. Неопределенный интеграл	2		4					12,5	18,5	КР№5
Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	3		6					12,25	21,25	
<b>Консультации</b>									<b>1</b>	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									<b>0,25</b>	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>18</b>		<b>36</b>					<b>88,75</b>	<b>144</b>	
<b>Семестр 2.</b>										
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>	<b>2</b>		<b>4</b>					<b>12</b>	<b>18</b>	
Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.	1		2					6	9	КР№6
Тема 13. Операции над комплексными числами	1		2					6	9	
<b>Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>6</b>		<b>12</b>					<b>24</b>	<b>42</b>	
Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	3		6					14	23	КР№7
Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных.	3		6					10	19	
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>4</b>		<b>10</b>					<b>16</b>	<b>30</b>	
Тема 16. Кратные интегралы	2		6					8	16	КР№8
Тема 17. Криволинейные интегралы	2		4					8	14	
<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения</b>	<b>4</b>		<b>8</b>					<b>18</b>	<b>30</b>	

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка	2		4					9	15	КР№9
Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков	2		4					9	15	
<b>Раздел 10. Ряды</b>	<b>2</b>		<b>2</b>					<b>18,75</b>	<b>22,75</b>	
Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	1		1					9,5	11,5	КР№10
Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды	1		1					9,25	11,25	
<b>Консультации</b>									<b>1</b>	
<b>Контроль промежуточной аттестации</b>									<b>0,25</b>	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО за семестр:</b>	<b>18</b>		<b>36</b>					<b>88,75</b>	<b>144</b>	
<b>Итого за весь период</b>	<b>36</b>		<b>72</b>						<b>288</b>	

*Примечание:* Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

**Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-1	
<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>	<b>21</b>	+	<b>1</b>
Тема 1. Матрицы и определители	12	+	1
Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений	9	+	1
<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры</b>	<b>18</b>	+	<b>1</b>
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами	9	+	1
Тема 4. Нелинейные операции над векторами	9	+	1
<b>Раздел 3. Аналитическая геометрия</b>	<b>22</b>	+	<b>1</b>
Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве	11	+	1
Тема 6. Кривые второго порядка	11	+	1
<b>Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>42</b>	+	<b>1</b>
Тема 7. Предел, непрерывность функции	14	+	1
Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления	14	+	1

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-1	
Тема 9. Исследование функций	14	+	1
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	<b>39,75</b>	+	<b>1</b>
Тема 10. Неопределенный интеграл	18,5	+	1
Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	21,25	+	1
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>	<b>18</b>	+	<b>1</b>
Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.	9	+	1
Тема 13. Операции над комплексными числами	9	+	1
<b>Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>42</b>	+	<b>1</b>
Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	23	+	1
Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных.	19	+	1
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление функции нескольких переменных</b>	<b>30</b>	+	<b>1</b>
Тема 16. Кратные интегралы	16	+	1
Тема 17. Криволинейные интегралы	14	+	1
<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения</b>	<b>30</b>	+	<b>1</b>
Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка	15	+	1
Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков	15	+	1
<b>Раздел 10. Ряды</b>	<b>22,75</b>	+	<b>1</b>
Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	11,5	+	1
Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды	11,25	+	1
Консультация	2		
Контроль промежуточной аттестации	0,5	+	<b>1</b>
<b>Итого</b>	<b>288</b>		

### Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

#### Раздел 1. Элементы линейной алгебры

##### Тема 1. Матрицы и определители.

Операции над матрицами и их свойства. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения. Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки, инверсии, транспозиции. Определитель квадратной матрицы n-го порядка. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимое и достаточное условие невырожденности матрицы.

Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными имеет ненулевые решения.

### **Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений.**

Линейное уравнение и система уравнений. Совместные и несовместные системы. Основная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Ступенчатые матрицы. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. Расширенная матрица системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса, методом Гаусса-Жордана. Различные случаи решения систем, количество решений.

Строчечный и столбцовый ранги матрицы, неизменяемость их при элементарных преобразованиях над матрицами. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородная система линейных уравнений. Связь между решениями неоднородной линейной системы и соответствующей однородной. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений и способ ее построения.

## **Раздел 2. Элементы векторной алгебры**

### **Тема 3. Линейные операции над векторами.**

Равенство векторов. Скользящие и приложенные векторные величины. Модуль вектора. Орт вектора. Угол между двумя векторами. Сложение двух векторов. Сложение более чем двух векторов. Модуль суммы. Законы сложения. Вычитание векторов. Умножение и деление вектора на скаляр. Законы умножения вектора на скаляр. Деление вектора на скаляр. Выражение вектора через его модуль и орт. Линейные зависимости между векторами. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Метод координат.

### **Тема 4. Нелинейные операции над векторами**

Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения векторов. Выражение скалярного произведения через координаты. Некоторые приложения скалярного произведения векторов. Характеристика векторного произведения векторов. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения через координаты. Определение смешанного произведения векторов. Геометрический смысл смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения через координаты. Некоторые приложения смешанного произведения векторов.

## **Раздел 3. Аналитическая геометрия**

### **Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве.**

Основные понятия. Основные положения метода координат на плоскости. Преобразование системы координат. Уравнение прямой на плоскости. Прямая линия на плоскости. Основные задачи. Уравнение прямой в пространстве. Прямая линия в пространстве. Основные задачи. Различные виды уравнений. Расстояние от точки до прямой.

Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве. Взаимное расположение плоскости и прямой.

### **Тема 6. Кривые второго порядка**

Линии второго порядка на плоскости. Основные понятия. Окружность. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса. Исследование формы эллипса по его уравнению. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Исследование формы гиперболы по ее уравнению. Асимптоты гиперболы. Уравнение равносторонней гиперболы, асимптотами которой служат оси координат. Парабола. Каноническое уравнение параболы. Исследование формы параболы по ее уравнению. Общее уравнение линий второго порядка.

## **Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

### **Тема 7. Функции. Предел, непрерывность функции**

Множество действительных чисел. Линейные множества. Ограниченные и неограниченные линейные множества. Точные границы ограниченного множества. Наибольший и наименьший

элементы линейного множества. Понятие функции. Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Ограниченные, монотонные, четные, нечетные, периодические функции. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Бесконечные пределы функции. Общее окрестностное определение предела. Единственность предела. Локальные свойства функции, имеющей конечный предел. Теорема о пределе промежуточной функции. Первый замечательный предел. Предел суммы, произведения, частного. Переход к пределу в неравенствах. Предел сложной функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые величины, их сравнение. Определение непрерывной функции. Свойства непрерывных в точке функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных на промежутке функций.

**Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления** Производная функции в точке, её геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Таблица производных. Дифференцируемая функция. Дифференциал. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Свойства дифференцируемых функций. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, теорема Лагранжа.

### **Тема 9. Исследование функций с помощью производной**

Правило Лопиталю. Уравнение касательной к графику функции. Монотонность. Экстремумы. Выпуклость. Применения производных к исследованию функций: асимптоты графика функции. Полное исследование функции.

## **Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной**

### **Тема 10. Неопределенный интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Основные свойства неопределенных интегралов. Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Формула замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование функций тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование иррациональных функций. «Берущиеся» и «неберущиеся» интегралы.

**Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла**

Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям для определенных интегралов. Формула замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длины дуги плоской кривой, объема тела вращения, площади поверхности вращения. Несобственные интегралы.

## **Раздел 6. Комплексные числа**

### **Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.**

Определение комплексных чисел и основные операции с ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формулы Эйлера.

### **Тема 13. Операции над комплексными числами**

Формула Муавра. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня.

## **Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.**

Функции нескольких переменных. Область определения и область значений функции нескольких переменных. Линии уровня. График функции двух переменных. Частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных частных производных.

**Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных**

Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума. Экстремумы функции нескольких переменных. Достаточные условия существования экстремума функции двух переменных. Условный экстремум. Методы нахождения условного экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в заданной области.

**Раздел 8. Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

**Тема 16. Кратные интегралы**

Двойной интеграл. Способы вычисления двойного интеграла в декартовой системе координат. Замена переменной в двойном интеграле. Якобиан преобразования. Геометрические приложения двойного интеграла. Способ вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат. Замена переменной в кратном интеграле. Якобиан преобразования. Геометрические приложения тройного интеграла.

**Тема 17. Криволинейные интегралы**

Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Способы их вычисления и приложения. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Способы их вычисления и приложения.

**Раздел 9. Дифференциальные уравнения**

**Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка**

Дифференциальные уравнения. Общее и частное решения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения. Однородные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

**Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков**

Дифференциальные уравнения высших порядков, задача Коши. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейная независимость функции. Теорема об общем решении. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Дифференциальные уравнения неоднородные с постоянными коэффициентами и специального вида правой частью. Методы их решения.

**Раздел 10. Ряды**

**Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды**

Числовой ряд. Сходимость ряда и его сумма. Ряды, составленные из членов геометрической прогрессии. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Сложение рядов. Умножение ряда на число. Остаток ряда. Признак сравнения и признак Даламбера сходимости рядов. Признак Коши и интегральный признак сходимости рядов. Абсолютная и условная сходимость ряда. Перестановка членов в числовом ряде.

**Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды**

Степенной ряд. Область сходимости и сумма степенного ряда. Теорема Абеля. Интервал сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.

**5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ  
И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### 5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

Порядок проведения лекционного занятия.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

- 1 формулировку темы лекции;
- 2 указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- 3 изложение вводной части;
- 4 изложение основной части лекции;
- 5 краткие выводы по каждому из вопросов;
- 6 заключение;
- 7 рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

### 5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

#### Методические рекомендации для студентов

##### Организация самостоятельной работы

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий;
- выполнение контрольных работ в системе Moodle.

**Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся**

*для очной формы обучения*

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>	<b>12</b>	<i>Самостоятельное изучение соответствующих разделов учебников, указанных в списке литературы, работа с конспектом лекций, решение практических задач, работа в рабочей тетради, выполнение контрольных работ в системе Moodle.</i>
Тема 1. Матрицы и определители	6	
Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений	6	
<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры</b>	<b>12</b>	
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами	6	
Тема 4. Нелинейные операции над векторами	6	
<b>Раздел 3. Аналитическая геометрия</b>	<b>16</b>	
Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве	8	
Тема 6. Кривые второго порядка	8	
<b>Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<b>24</b>	
Тема 7. Предел, непрерывность функции	8	

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления	8	
Тема 9. Исследование функций	8	
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	<b>24,75</b>	
Тема 10. Неопределенный интеграл	12,5	
Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	12,25	
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>	<b>12</b>	
Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.	6	
Тема 13. Операции над комплексными числами	6	
<b>Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<b>24</b>	
Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	14	
Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных.	10	
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление функции нескольких переменных</b>	<b>16</b>	
Тема 16. Кратные интегралы	8	
Тема 17. Криволинейные интегралы	8	
<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения</b>	<b>18</b>	
Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка	9	
Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков	9	
<b>Раздел 10. Ряды</b>	<b>18,75</b>	
Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	9,5	
Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды	9,25	

### 5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

В процессе изучения дисциплины студенты выполняют письменные контрольные работы. Все виды письменных работ выполняются на практических занятиях.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 6.1. Образовательные технологии

Таблица 5. Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>			
Тема 1. Матрицы и определители	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений	<i>Лекция-беседа, или «диалог с аудиторией»</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий.</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры</b>			
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 4. Нелинейные операции над векторами	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Решение задач, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 3. Аналитическая геометрия</b>			
Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Устный опрос, решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 6. Кривые второго порядка	<i>Лекция-беседа</i>	<i>Решение задач, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>			
Тема 7. Предел, непрерывность функции	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления	<i>Лекция-беседа</i>	<i>Фронтальный опрос, решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 9. Исследование функций	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Решение задач, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>			
Тема 10. Неопределенный интеграл	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	<i>Лекция-беседа</i>	<i>Комбинированный опрос, решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>			
Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 13. Операции над комплексными числами	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>			
Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление функций нескольких переменных</b>			
Тема 16. Кратные интегралы	<i>Лекция-беседа</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 17. Криволинейные интегралы	<i>Проблемная лекция</i>	<i>Комбинированный опрос, решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения</b>			
Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Решение задач</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<b>Раздел 10. Ряды</b>			

Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	Обзорная лекция	Фронтальный опрос, решение задач	Не предусмотрено
Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды	Обзорная лекция	Комбинированный опрос, решение задач	Не предусмотрено

### 6.2. Информационные технологии

- использование электронных учебников электронных библиотечных систем, доступ к которым предоставляется университетом;
- использование виртуальной обучающей среды LMS Moodle «Цифровое обучение» в учебном процессе (выполнение заданий, тестов, контрольных работ, разработанных преподавателем в Moodle);
- использование как источников информации сайтов, находящихся в Интернете в открытом доступе (электронные библиотеки, журналы, книги);
- использование возможностей электронной почты преподавателя (рассылка заданий, материалов, ответы на вопросы);
- использование средств представления учебной информации для проведения лекций и семинаров с использованием презентаций.

### 6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

#### 6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
OpenOffice	Пакет офисных программ
Maple 18	Система компьютерной алгебры
MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений

#### 6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебный год	Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем
2024/2025	Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <a href="https://library.asu.edu.ru">https://library.asu.edu.ru</a>
	Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: <a href="http://journal.asu.edu.ru/">http://journal.asu.edu.ru/</a>

<p><a href="http://dlib.eastview.com">Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО "ИВИС". <a href="http://dlib.eastview.com">http://dlib.eastview.com</a></a></p> <p>Имя пользователя: AstrGU Пароль: AstrGU</p>
<p>Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов <a href="http://www.polpred.com">www.polpred.com</a></p>
<p>Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИ-КОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) - сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. <a href="http://mars.arbi-con.ru">http://mars.arbi-con.ru</a></p>
<p>Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержится огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a></p>

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Высшая математика» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
<b>Раздел 1. Элементы линейной алгебры</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 1. Матрицы и определители	<i>ОПК-1</i>	КР№1
Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 2. Элементы векторной алгебры</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами	<i>ОПК-1</i>	КР№2
Тема 4. Нелинейные операции над векторами	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 3. Аналитическая геометрия</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 5. Прямая на плоскости и в пространстве	<i>ОПК-1</i>	КР№3
Тема 6. Кривые второго порядка	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 7. Функции. Предел, непрерывность функции	<i>ОПК-1</i>	КР№4
Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления	<i>ОПК-1</i>	

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 9. Исследование функций с помощью производной	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 10. Неопределенный интеграл	<i>ОПК-1</i>	КР№5
Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел.	<i>ОПК-1</i>	КР№6
Тема 13. Операции над комплексными числами	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных.	<i>ОПК-1</i>	КР№7
Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных.	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление функции нескольких переменных</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 16. Кратные интегралы	<i>ОПК-1</i>	КР№8
Тема 17. Криволинейные интегралы	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка.	<i>ОПК-1</i>	КР№9
Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков.	<i>ОПК-1</i>	
<b>Раздел 10. Ряды</b>	<i>ОПК-1</i>	<b>Ответ на экзамене</b>
Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	<i>ОПК-1</i>	КР№10
Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды	<i>ОПК-1</i>	

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7. Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8. Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

### 7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Контрольные работы (средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме) проводятся как на практических занятиях, так и самостоятельно в системе Moodle.

#### *Раздел 1. Элементы линейной алгебры*

##### **Тема 1. Матрицы и определители**

##### **Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений**

#### **Контрольная работа №1**

1. Вычислить матрицу  $D = (AB)' - C^2$ , где  $A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $C := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & -2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Убедиться, что обратная матрица существует. Найти ее и выполнить проверку.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -4 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -6 \end{cases}$$

#### *Раздел 2. Элементы векторной алгебры*

##### **Тема 3. Векторные величины. Линейные операции над векторами**

##### **Тема 4. Нелинейные операции над векторами**

#### **Контрольная работа №2**

1. Вычислить модуль вектора и найти его направляющие косинусы:  
 $a=3i+5j-8k-3(7i-5k)$
2. Показать, что векторы  $a$  и  $b$  перпендикулярны  $a=3i+4j+7k$  и  $b=2i-5j+2k$
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $a=2i+5j+k$  и  $b=i+2j-3k$ .
4. Найти объем треугольной пирамиды, построенной на векторах  $a(2,3,4)$ ,  $b(6,2,2)$  и  $c(3,7,1)$ .

**Раздел 4. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**  
**Тема 7. Предел, непрерывность функции**

**Контрольная работа №3**

1. Найти пределы функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 - 5}; \quad 4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - \sqrt{x^2 + 3}}{\sqrt[4]{x^8 - 2 - x}}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{\sin(x + 2)};$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 7}{2x - 3} \right)^{4x};$$

2. Исследовать данную функцию на непрерывность. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Определить характер точек разрыва и величину скачка. Построить график функции.

$$a) \quad y = \begin{cases} x + 4, & x < -1, \\ \frac{x^2 + 2}{x}, & -1 \leq x < 1, \\ \frac{2}{x - 3}, & x \geq 1; \end{cases} \quad б) \quad y = \frac{5x - 15}{x^2 - 5x + 6}, \quad в) \quad y = 1 - e^{\frac{1}{2-x}}.$$

3. В точке  $x=0$  доопределить функцию таким образом, чтобы она стала непрерывной

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 + 3x}{x}.$$

**Тема 8. Производная, основные теоремы дифференциального исчисления**  
**Тема 9. Исследование функций**

**Контрольная работа №4**

1-3. Найти производные указанных функций:

$$1. y = \frac{2x^3}{\sqrt{4x+5}}; \quad 2. y = \ln^3(2x + e^{-3x}); \quad 3. y = 3e^{-2x} \cdot \operatorname{tg} 5x.$$

4. Вычислить приближенно  $\operatorname{ctg} 43^\circ$ .

5. Используя метод логарифмического дифференцирования, вычислить производную функции

$$y = \frac{\sqrt[3]{(x+5)^6}}{(x-1)^2(x+3)^5}.$$

$$6. \text{ Для функции } \begin{cases} x = 3 \sin t + \sin 3t, \\ y = 3 \cos t + \cos 3t. \end{cases} \text{ , заданной параметрически, найти } \frac{dy}{dx}.$$

7. Провести полное исследование функции  $y = \frac{x^2}{2(x-1)}$  и построить ее график.

**Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной**

**Тема 10. Неопределенный интеграл**

**Тема 11. Определенный интеграл. Геометрические и физические приложения определенного интеграла**

**Контрольная работа №5**

Найти неопределенные интегралы:

1.  $\int \left( \frac{4x}{\sqrt{3-x^2}} + \frac{1}{x\sqrt{1-4\ln^2 x}} \right) dx$ ;  $\int (4x+7)\cos 3x dx$ ;  $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$ ;  $\int \frac{4x^2+3x+17}{(x-1)(x^2+2x+5)}$ ;  $\int \sin 3x \cos 10x dx$ .

2. Вычислить: а)  $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{9-8x}} dx$ , б)  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ , в)  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ .

3. Оценить определенный интеграл  $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ , не вычисляя.

4. Исследовать на сходимость:  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ .

**Раздел 6. Комплексные числа****Тема 12. Понятие и представление комплексных чисел****Тема 13. Операции над комплексными числами****Контрольная работа №6**

1. Записать комплексные числа  $z_1 = -1 + i$  и  $z_2 = -1$  в тригонометрической и показательной формах.
2. Найти  $(1 + \sqrt{3}i)^9$ .
3. Выполнить деление  $\frac{1+3i}{2+i}$ .
4. Найти корни из комплексных чисел а)  $\sqrt[3]{i}$ , б)  $\sqrt{-1}$

**Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных****Тема 14. Функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных****Тема 15. Экстремумы функции нескольких переменных****Контрольная работа №7**

1. Найти область определения функций  $z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$ .
2. Найти частные производные второго порядка функций: а)  $z = \arctg \frac{x}{y}$ ; б)  $z = x^y$ .
3. Найти полные дифференциалы второго порядка функции  $z = \arctg \frac{x+y}{1-xy}$ .
4. Найти экстремумы функции  $z = x^3 + \frac{1}{3}y^2 - 2xy + 6x - 5y - 1.2$ .
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$  в области  $G$ , ограниченной линиями:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $2x + 3y - 12 = 0$ .

**Раздел 8. Интегральное исчисление функции нескольких переменных****Тема 16. Кратные интегралы****Тема 17. Криволинейные интегралы****Контрольная работа №8**

1. Записать двойной интеграл в виде повторного и изменить порядок интегрирования, если область  $D$ :  $y = x^2$ ;  $y = 2 - x$ ;  $x \geq 0$ .
2. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной графиками функций:

$$\iint_D (x^2 - xy) dx dy; \quad y = \sqrt{x}; \quad y = \frac{1}{2}x.$$

3. Вычислить интеграл, переходя от прямоугольных координат к полярным:

$$\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{16-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} \frac{2y-3x}{x^2+y^2} dy.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода  $\int_L (x^3 + y)dl$ , где  $L: y = x^3$ ;  $0 \ll x \ll 1$ .

### Раздел 9. Дифференциальные уравнения

#### Тема 18. Дифференциальные уравнения первого порядка

#### Тема 19. Дифференциальные уравнения высших порядков

#### Контрольная работа №9

Решить дифференциальные уравнения:

1.  $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} = 0$
2.  $xy' = \sqrt{x^2+y^2} + y$
3.  $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

### Раздел 10. Ряды

#### Тема 20. Числовые ряды. Знакопеременные ряды

#### Тема 21. Степенные ряды. Функциональные ряды

#### Контрольная работа №10

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$
2. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами:
  - а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{\frac{n}{2}}}{n!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(7n-5)^3}}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+6)}$
3. Исследовать сходимость знакопередающихся рядов:
  - а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt{2n+3}}$
4. Найти области сходимости рядов: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x-3)^n}{(n+1)5^n}$ ;
5. Вычислить интеграл  $\int_0^{1/2} \sin x^3 dx$  с точностью до 0,001.

### Перечень вопросов и заданий, выносимых на экзамен

#### 1 семестр

1. Матрицы. Действия над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы.
2. Определители. Их свойства и вычисление.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Системы 2-х и 3-х линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
5. Теорема Кронекера - Капелли.
6. Векторы. Линейные операции. Проекция вектора и его координаты.
7. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов.
8. Векторное произведение векторов, свойства. Геометрические и механические приложения.
9. Смешанное произведение векторов, его свойства. Условие компланарности.
10. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений.
11. Расстояние от точки до прямой.
12. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.
13. Взаимное расположение плоскости и прямой.
14. Кривые 2-го порядка, приведение к каноническому виду их уравнений.
15. Понятие функции. Композиция функций. Обратная функция.
16. Числовые функции. Ограниченные, монотонные, четные, нечетные, периодические
17. функции.
18. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности.

19. Бесконечные пределы функции. Общее окрестностное определение предела.
20. Предел сложной функции. Односторонние пределы.
21. Определение непрерывной функции. Свойства непрерывных в точке функций (одно с
22. доказательством).
23. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва.
24. Свойства непрерывных на промежутке функций.
25. Производная функции в точке, её геометрический и физический смысл.
26. Правила дифференцирования. Таблица производных.
27. Дифференцируемая функция. Дифференциал. Свойства дифференцируемых функций.
28. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля.
29. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ролля, теорема Лагранжа.
30. Правило Лопиталья. Уравнение касательной к графику функции.
31. Применения производных к исследованию функций: монотонность.
32. Применения производных к исследованию функций: экстремумы.
33. Применения производных к исследованию функций: выпуклость.
34. Применения производных к исследованию функций: асимптоты.
35. Полное исследование функции.
36. Первообразная и неопределенный интеграл.
37. Таблица основных интегралов. Основные свойства неопределенных интегралов.
38. Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
39. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
40. Интегрирование рациональных функций.
41. Интегрирование функций вида  $R\left(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ .
42. Интегрирование функций вида  $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ .
43. Интегрирование функций вида  $R(\sin x, \cos x)$ .
44. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла.
45. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла, выражаемые
46. равенствами.
47. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами.
48. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
49. Формула интегрирования по частям для определенных интегралов.
50. Формула замены переменной в определенном интеграле.
51. Приложения определенного интеграла.
52. Несобственные интегралы.

## 2 семестр

1. Комплексные числа. Их изображение на числовой плоскости.
2. Модуль, аргумент, алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.
3. Операции над комплексными числами.
4. Функции нескольких переменных. Область определения и область значений функции нескольких переменных. Линии уровня. График функции двух переменных.
5. Частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
6. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
7. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных.
8. Производная по направлению. Градиент.
9. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных частных производных.
10. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие существования

экстремума.

11. Экстремумы функции нескольких переменных. Достаточные условия существования экстремума функции двух переменных.
12. Условный экстремум. Методы нахождения условного экстремума.
13. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции нескольких переменных в заданной области.
14. Задачи, приводящие к понятиям кратного интеграла.
15. Двойной интеграл. Способы вычисления двойного интеграла в декартовой системе координат.
16. Замена переменной в двойном интеграле.
17. Якобиан преобразования. Геометрические приложения двойного интеграла.
18. Способ вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат.
19. Замена переменной в кратном интеграле.
20. Якобиан преобразования. Геометрические приложения тройного интеграла.
21. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Способы их вычисления и приложения.
22. Формула Грина
23. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
24. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Способы их вычисления и приложения.
25. Дифференциальные уравнения. Основные понятия, связанные с дифференциальными уравнениями.
26. Уравнения с разделяющимися переменными.
27. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли.
28. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
29. Уравнения в полных дифференциалах.
30. Дифференциальные уравнения высших порядков, задача Коши. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
31. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка.
32. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
33. Дифференциальные уравнения неоднородные с постоянными коэффициентами и специального вида правой частью. Методы их решения.
34. Числовой ряд. Сходимость ряда и его сумма.
35. Ряды, составленные из членов геометрической прогрессии.
36. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
37. Сложение рядов. Умножение ряда на число. Остаток ряда.
38. Признак сравнения и признак Даламбера сходимости рядов.
39. Признак Коши и интегральный признак сходимости рядов.
40. Абсолютная и условная сходимость ряда. Перестановка членов в числовом ряде.
41. Степенной ряд. Область сходимости и сумма степенного ряда.
42. Теорема Абеля. Интервал сходимости.
43. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
44. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.

#### **Таблица 9. Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов**

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
<b>ОПК -1:</b> способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем				
1.	Задание закрытого типа	Областью значений функции $f(x) = 0,5 \arcsin x + 2$ является множество: 1) $[1, 5; 2, 5]$ 2) $\left(-\frac{\pi}{4} + 2; \frac{\pi}{4} + 2\right)$ 3) $(1, 5; 2, 5)$ 4) $\left[-\frac{\pi}{4} + 2; \frac{\pi}{4} + 2\right]$	4	2-3
2.		Значение предела $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x^2 + 5x + 3}$ равно 1) 0 2) 0,5 3) 1 4) -1	4	2
3.		Неопределенный интеграл $\int (3^x + \sin(1 - 5x)) dx$ равен 1) $3^x \ln 3 + \frac{1}{5} \cos(1 - 5x) + C$ 2) $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{5} \cos(1 - 5x) + C$ 3) $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{5} \cos(1 - 5x) + C$ 4) $3^x \ln 3 - \frac{1}{5} \cos(1 - 5x) + C$	3	2
4.		Определитель матрицы $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ равен 1) $\cos 2x$ 2) 1 3) $\sin 2x$ 4) -1	2	1-2

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
5.	Задание комбинированного типа	Значение производной $y = 5e^x \sin x$ в точке $x_0 = 0$ равно: 1) 5 2) 0 3) 10 4) 2	1 Воспользуемся формулой производной произведения: $y' = 5(e^x)' \sin x + 5e^x (\sin x)' = 5e^x \cdot \sin x + 5e^x \cos x$ . Преобразуем выражение: $y' = 5e^x (\sin x + \cos x)$ . Найдем значение при $x=0$ : $y'(0) = 5e^0 (\sin 0 + \cos 0) = 5$ .	1-2
6.	Задание открытого типа	Материальная точка движется по закону $s = t^3 - t^2 + 8$ . Чему равно ее ускорение в момент времени $t=1$ ?	4	1-2
7.		Чему равно значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$ ?	9	2
8.		Чему равен определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -5 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ ?	-4	2-3
9.		Чему равен определенный интеграл $\int_0^{0,5\pi} (x + 3) \sin x dx$ . ?	4	3
10.		Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$ равно: 1) 9 2) 0 3) 3 4) 1	9	2

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля).

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
<b>1 семестр</b>				
<b>Основной блок</b>				
1.	Контрольная работа 1	1/8	8	По расписанию
2.	Контрольная работа 2	1/8	8	По расписанию
3.	Контрольная работа 3	1/8	8	По расписанию
4.	Контрольная работа 4	1/8	8	По расписанию
5.	Контрольная работа 5	1/8	8	По расписанию
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
6.	Посещение занятий	1	5	В течение семестра
7.	Своевременное выполнение всех заданий		5	В течение семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	-
<b>Дополнительный блок</b>				
8.	Экзамен		50	
<b>Всего</b>			<b>50</b>	
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	-
<b>2 семестр</b>				
<b>Основной блок</b>				
9.	Контрольная работа 6	1/8	8	По расписанию
10.	Контрольная работа 7	1/8	8	По расписанию
11.	Контрольная работа 8	1/8	8	По расписанию
12.	Контрольная работа 9	1/8	8	По расписанию
13.	Контрольная работа 10	1/8	8	По расписанию
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
14.	Посещение занятий	1	5	В течение семестра
15.	Своевременное выполнение всех заданий		5	В течение семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	
<b>Дополнительный блок</b>				
16.	Экзамен		50	
<b>Всего</b>			<b>50</b>	-
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	-

Таблица 11. Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие без уважительной причины</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-0,5
<i>Неготовность к занятию</i>	-0,5
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-0,5

**Таблица 12. Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **8.1. Основная литература:**

1. Балдин К.В., Высшая математика [Электронный ресурс] / Балдин К.В. - М. : ФЛИНТА, 2016. - 360 с. - ISBN 978-5-9765-0299-4 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976502994.html>
2. Баврин, И.И. Высшая математика : доп. М-вом образования РФ в качестве учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений, ... "Естественно-науч. образование" и ... "Физика", "Химия", "Биология", "География". - 5-е изд. ; стер. - М. : Академия, 2005. - 616 с. : рис., табл. - (Высш. проф. образование). - ISBN 5-7695-2411-1: 220-00, 227-70 : 220-00, 227-70. (42 экз.)

### **8.2. Дополнительная литература:**

1. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике: Типовые расчеты : доп. М-вом образования и науки РФ в качестве учеб. пособ. для студентов вузов ... по направлениям подготовки и специальностям в области естественных наук и математики, техники и технологий, образования и педагогики. - изд. 11-е ; стереотип. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 240 с. (19 экз.)

### **8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)**

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований. [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru). *Регистрация с компьютеров АГУ*
2. [Электронная библиотечная система IPRbooks. www.iprbookshop.ru](http://www.iprbookshop.ru)

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Для проведения занятий по дисциплине «Высшая математика» имеются лекционные аудитории, аудитории для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью и средствами наглядного представления учебных материалов: мультимедиапроектором или интерактивной доской; библиотека с местами, оборудованными компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет.

## **10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).