

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ПМИ

_____ М.В. Коломина

_____ М.В. Коломина

«5» апреля 2024 г.

«5» апреля 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

Составители	Корнеев Г.А., к.т.н., доцент ФИТиП, ИТМО Штукенберг Д.Г., преподаватель, ИТМО Коломина М.В., доцент каф. ПМИ, АГУ Шацков Д.О., доцент каф. Математики, АГУ
Согласовано с работодателями	Белов С.В., директор ООО «ТРАСТ ПОИНТ» Измайлов Г.А., генеральный директор ООО «Агент Плюс»
Направление подготовки / специальность	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) ОПОП	Программирование и искусственный интеллект
Квалификация (степень)	бакалавр
Форма обучения	очная
Год приёма	2024
Курс	2
Семестр	3

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целями освоения дисциплины «Математическая логика» является ознакомление слушателей с основными понятиями и методами математической логики.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- изучение логических исчислений (классическое исчисление высказываний, интуиционистское исчисление высказываний, исчисление предикатов, формальная арифметика),
- развитие практических навыков применения математической логики в программировании.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Математическая логика» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений и осваивается в 3 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):

Математический анализ

Линейная алгебра

Знания: основных определений и теорем алгебры и начала математического анализа.

Умения: решать типовые теоретические и вычислительные задачи.

Навыки: логических рассуждений при решении задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

Дискретная математика

Машинное обучение

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

а) профессиональных (ПК).

ПК-8. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

ПК-11. Разработка и сопровождение программных проектов.

ПК-13. Способность разрабатывать, анализировать, реализовывать и внедрять алгоритмы и структуры данных в рамках разработки системного и прикладного программного обеспечения.

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ПК-8	ПК-8.1. Владение методами интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных ПК-8.2. Владение методами теории линейных пространств и операторов ПК-8.3. Владение методами функционального анализа для решения сложных задач информатики	Современный математический аппарат	Владеть методами функционального анализа для решения сложных задач информатики	Навыками применения современного математического аппарата

ПК-11	ПК-11.1. Формализация и алгоритмизация поставленных задач ПК-11.2. Проектирование программного обеспечения	Основные свойства систем формальной арифметики.	Работа в контексте формальной арифметики.	Навыками доказательства утверждений в контексте формальной арифметики.
ПК-13	ПК-13.1. Знание и владение современными алгоритмами и структурами данных ПК-13.2. Способен применять аппарат математической логики, теории типов и абстрактной алгебры для анализа программ и процессов в них ПК-13.3. Способен разрабатывать программы для численного решения практических задач	Основные теоремы об исчислении высказываний и системах первого порядка.	Рассуждать с использованием формальной логики.	Основными знаниям о формальных системах

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной формы обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	54
- занятия лекционного типа, в том числе:	18
- практическая подготовка (если предусмотрена)	2
- занятия семинарского типа (семинары, практические, лабораторные), в том числе:	36
- практическая подготовка (если предусмотрена)	0
- в ходе подготовки и защиты курсовой работы	0
- консультация (предэкзаменационная)	0
- промежуточная аттестация по дисциплине	0
Самостоятельная работа обучающихся (час.)	54
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	Зачет, 3 семестр

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 3										
Введение издалека: общая топология	3							10	13	Контрольная работа № 1
Классическое исчисление высказываний	3				9			8	20	Контрольная работа № 2
Интуиционистское исчисление высказываний	3				9			8	20	
Исчисление предикатов	3	1			9			8	21	Контрольная работа №3
Формальная арифметика и рекурсивные функции	3	1			9			8	21	
Введение в теорию множеств	3							10	13	

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						КР / КП	СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>[по семестрам]</i>
	Л		ПЗ		ЛР					
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Консультации										
Контроль промежуточной аттестации										Зачет
ИТОГО за семестр:	18	2			36			54	108	
Итого за весь период	18	2			36			54	108	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; КПА – контроль промежуточной аттестации; КС – консультации; СР – самостоятельная работа

Таблица 3. Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции			Общее количество компетенций
		ПК-8	ПК-11	ПК-13	
Введение издалека: общая топология	13	+	+	+	3
Классическое исчисление высказываний	20	+	+	+	3
Интуиционистское исчисление высказываний	20	+	+	+	3
Исчисление предикатов	21	+	+	+	3
Формальная арифметика и рекурсивные функции	21	+	+	+	3
Введение в теорию множеств	13	+	+	+	3
Итого	108				

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Раздел 1. Введение: общая топология

Определения. Множество. Операции над множествами, их свойства. Алгебра множеств. Диаграммы Эйлера-Венна.

Раздел 2. Классическое исчисление высказываний

Классическое исчисление высказываний. Язык исчисления высказываний. Теоремы

Раздел 3. Интуиционистское исчисление высказываний

Интуиционистское исчисление высказываний. Полнота алгебр Гейтинга как моделей ИИВ. Алгебры Гейтинга и Булевы алгебры. Дизъюнктивность ИИВ. Нетабличность ИИВ. Математическая мотивация и общие понятия.

Раздел 4. Исчисление предикатов

Теоремы о дедукции и корректности. Полнота ИП, существование модели для бескванторной части. Язык исчисления предикатов. Исчисление предикатов. Теорема о полноте ИП.

Раздел 5. Формальная арифметика и рекурсивные функции

Примитивно-рекурсивные и рекурсивные функции. Гёделева нумерация, арифметизация математики, рекурсивность представимых в формальной арифметике функций. Формальная арифметика и рекурсивные функции. Теоремы Гёделя о неполноте арифметики. Представимость функций в формальной арифметике. Аксиоматика Пеано и формальная арифметика.

Раздел 6. Введение в теорию множеств

Аксиоматика Цермело-Френкеля. Ординалы и кардиналы

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

Лекционные занятия

Основной формой реализации теоретического обучения является лекция, которая представляет собой систематическое, последовательное изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического характера. Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины.

Порядок подготовки лекционного занятия включает в себя выполнение следующих этапов:

- изучение требований программы дисциплины;
- определение целей и задач лекции;
- разработка плана проведения лекции;
- подбор литературы (ознакомление с методической литературой, публикациями периодической печати по теме лекционного занятия);
 - отбор необходимого и достаточного по содержанию учебного материала;
 - определение методов, приемов и средств поддержания интереса, внимания, стимулирования творческого мышления студентов;
- написание конспекта лекции.
- Лекция должна включать следующие разделы:
 - формулировку темы лекции;
 - указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
 - изложение вводной части;
 - изложение основной части лекции;
 - краткие выводы по каждому из вопросов;
 - заключение;
 - рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Лабораторные занятия

Лабораторное занятие – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные лабораторные занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для лабораторного занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

Лабораторные занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непо-

средственной помощи преподавателя (но при его контроле), руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий.

В учебном процессе образовательного учреждения выделяются два вида самостоятельной работы:

- аудиторная – выполняется на учебных занятиях, под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию (выполнение самостоятельных работ; выполнение контрольных и практических работ; решение задач);
- внеаудиторная – выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия (подготовка к аудиторным занятиям; изучение учебного материала, вынесенного на самостоятельную проработку; выполнение домашних заданий разнообразного характера; выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и инициативы; подготовка к контрольной работе). Внеаудиторные самостоятельные работы представляют собой логическое продолжение аудиторных занятий, проводятся по заданию преподавателя, который инструктирует студентов и устанавливает сроки выполнения задания.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Лекция

- Лекция – основной вид обучения в вузе.
- В лекции излагаются основные положения теории, ее понятия и законы, приводятся факты, показывающие связь теории с практикой.
- Накануне лекции необходимо повторить содержание предыдущей лекции (а также теорию по изучаемой теме в школьных учебниках геометрии, если эта тема была представлена в них), а затем посмотреть тему очередной лекции по программе (по плану лекций).

Лабораторное занятие

- Лабораторное занятие – наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.
- К каждому лабораторному занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

Организация самостоятельной работы

Самостоятельность в учебной работе способствует развитию заинтересованности студента в изучаемом материале, вырабатывает у него умение и потребность самостоятельно получать знания, что весьма важно для специалиста с высшим образованием. Самостоятельная работа студентов представлена в следующих формах:

- работа с учебной литературой и конспектом лекций с целью подготовки к лабораторным занятиям, составление конспектов тем, выносимых на самостоятельную проработку;
- систематическое выполнение домашних работ.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Введение издаека: общая топология	10	Изучение теоретического материала
Классическое исчисление высказываний	8	Изучение теоретического материала Подготовка к контрольным работам
Интуиционистское исчисление высказываний	8	
Исчисление предикатов	8	
Формальная арифметика и рекурсивные функции	8	
Введение в теорию множеств	10	Изучение теоретического материала

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

Дисциплиной «Математическая логика» письменные работы не предусмотрены.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Математическая логика» могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line или off-line в формах.

Таблица 5. Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Введение: общая топология	Обзорная лекция	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы
Классическое исчисление высказываний	Лекция-диалог	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы
Интуиционистское исчисление высказываний	Лекция-диалог	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы
Исчисление предикатов	Лекция-диалог	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы
Формальная арифметика и рекурсивные функции	Лекция-диалог	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы
Введение в теорию множеств	Лекция-диалог	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий в рамках лабораторной работы

6.2. Информационные технологии

При реализации различных видов учебной и внеучебной работы используются следующие информационные технологии:

- система управления обучением LMS Moodle;
- использование возможностей Интернета в учебном процессе (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т.д.);
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронные библиотеки, журналы и т.д.) как источник информации;
- использование возможностей электронной почты;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий, применение новых технологий для проведения занятий с использованием презентаций и т.д.);
- использование интерактивных средств взаимодействия участников образовательного процесса (технологии дистанционного или открытого обучения в глобальной сети);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т.е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс).

6.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Google Chrome	Браузер
OpenOffice	Пакет офисных программ

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.
3. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги». www.biblio-online.ru
4. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <https://library.asu.edu.ru>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая логика» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине и оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы, темы дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Классическое исчисление высказываний	ПК-8, ПК-11, ПК-13	Контрольная работа № 1
2	Интуиционистское исчисление высказываний	ПК-8, ПК-11, ПК-13	Контрольная работа № 2
3	Исчисление предикатов	ПК-8, ПК-11, ПК-13	Контрольная работа № 3
4	Формальная арифметика и рекурсивные функции	ПК-8, ПК-11, ПК-13	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7. Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«отлично»	свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8. Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Контрольная работа 1

- Записать множества A и B в явном виде и найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \times B$, $B \times A$, если $A = \{x | x^2 - 12x + 11 \leq 0\}$, $B = \{x | |5 - x| < 6\}$.
- На координатной плоскости построить фигуру $F = \{(x, y) | x \in R, y = 6\}$.
- Проверить выполнимость равенства: $(A \times C) \cup (B \times C) = (A \cup B) \times C$, если $A = \{7, 14\}$, $B = \{5, 9\}$, $C = \{6, 8\}$.
- Исследовать, какими свойствами обладает отношение подобия треугольников, сделать выводы.
- c , b – прямые. Что представляет собой множество $c \cap b$ в каждом из следующих случаев:
 - $c \neq b$ и $c \parallel b$,
 - $c \neq b$ и $c \not\parallel b$,
 - $c = b$.

Контрольная работа 2

1. Представить следующие записи в виде логических операций над простыми высказываниями и определить их истинностное значение:

$$\begin{aligned} & -10 < -2 < 6, \\ & 4 \leq 2, \\ & \text{если } 2 \cdot 2 = 5, \text{ то } 3^2 = 10, \\ & 5 \leq 5, \\ & -1 < -5 < 7, \end{aligned}$$

2. Исследовать, какими свойствами обладает отношение « a длиннее b » на множестве отрезков, сделать выводы.
3. Дана система высказываний: $Q \& \bar{M}$, $P \leftrightarrow \bar{Q}$, $S \leftrightarrow P, \bar{S}$. Найти значения элементарных высказываний, если а) все данные высказывания истинны, б) все данные высказывания ложны.
4. Упростить выражение с помощью законов логики:
 $(P_1 \& P_2 \leftrightarrow P_2) \leftrightarrow (P_2 \rightarrow P_1)$. Проверить результат с помощью составления таблиц истинности.

Контрольная работа 3

1. Записать с помощью символики логики предикатов: через две различные точки проходит единственная прямая.
2. Изобразить на координатной плоскости множества истинности предикатов:

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y} = x - y$$

3. Из 98 обучающихся испанский изучают 32 человека, португальский – 29 человек, итальянский – 38. Из них испанский и португальский изучают 9 человек, испанский и итальянский – 6 человек, португальский и итальянский – 7 человек. Все три языка изучают 5 человек. Сколько человек изучают только один язык? Сколько человек не изучают ни одного языка?

Перечень вопросов и заданий, выносимых на зачет

1. Топология, примеры топологий, связность.
2. Исчисление высказываний. Общезначимость, доказуемость и выводимость. Корректность, полнота, непротиворечивость. Теорема о дедукции для исчисления высказываний.
3. Теорема о полноте исчисления высказываний.
4. Интуиционистское исчисление высказываний. ВНК-интерпретация. Решётки. Булевы и псевдобулевы алгебры.
5. Алгебра Линденбаума. Полнота интуиционистского исчисления высказываний в псевдобулевых алгебрах.
6. Модели Крипке. Сведение моделей Крипке к псевдобулевым алгебрам. Нетабличность интуиционистского исчисления высказываний.
7. Гёделева алгебра. Дизъюнктивность интуиционистского исчисления высказываний.
8. Исчисление предикатов. Общезначимость и выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов.
9. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов.
10. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Доказательство полноты исчисления предикатов.
11. Теории первого порядка, структуры и модели. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
12. Примитивно-рекурсивные и рекурсивные функции. Функция Аккермана. Примитивная рекурсивность арифметических функций, функций вычисления простых чисел, частичного логарифма.

13. Представимость функций в формальной арифметике. Представимость примитивов $\$N\$$, $\$Z\$$, $\$\$\$$ в формальной арифметике.
14. Бета-функция Гёделя. Представимость рекурсивных функций в формальной арифметике.
15. Гёделева нумерация. Рекурсивность представимых функций в формальной арифметике.
16. Непротиворечивость и омега-непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера.
17. Условия выводимости Гильберта-Бернаиса. Формулировка второй теоремы Гёделя о неполноте арифметики, Consis. Идея доказательства теоремы.
18. Теория множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля.
19. Ординальные числа, мощность множеств, кардинальные числа.

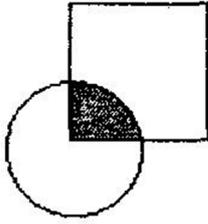
Таблица 9. Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)																				
Код и наименование проверяемой компетенции																								
ПК-8 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.																								
1.	Задание закрытого типа	Найти целые числа, дающие при делении на 7 частное 5	$N=7*5+r$	1-3																				
2.		Какое из утверждений истинно 1) $4>5$ 2) $5^2=26$ 3) $7 \leq 10 - 3$	3	1-3																				
3.		Найти натуральное число n такое, что числа n , $n+10$, $n+14$ - простые.	$n=3, n+1=13, n+14=17$	4																				
4.		Найти наибольший общий делитель чисел 385 и 132	$\text{НОД}(385,132)=11$	5																				
5.		Пусть $A=1, B=0$. Чему равно $A \rightarrow B$	0	5																				
6.	Задание открытого типа	Упростить $A \vee A B$	$A \vee A B = A (1 \vee B) = A \vee 1 = A$	3-5																				
7.		Найти полином Жегалкина $A \vee \bar{B}$	$A \vee \bar{B} = A B \oplus A \oplus \bar{B} = A (B \oplus 1) \oplus A \oplus B \oplus 1$	5-7																				
8.			$A B \oplus A \oplus A \oplus B \oplus 1 = A B \oplus B \oplus 1$																					
9.		Найти СДНФ для вектора (0,0,1,1)	$xy \vee x\bar{y}$	3-5																				
10.	Запишите в виде формулы: «Если a – четное число и b – нечетное число, то их произведение делится на 2»	$AB \rightarrow C$	3-5																					
11.	Задание комбинированного типа	Составить таблицу истинности $A \rightarrow \bar{B}$	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">A</td> <td style="padding: 2px;">B</td> <td style="padding: 2px;">\bar{B}</td> <td style="padding: 2px;">$A \rightarrow \bar{B}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0</td> </tr> </table>	A	B	\bar{B}	$A \rightarrow \bar{B}$	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	3-5
A	B	\bar{B}	$A \rightarrow \bar{B}$																					
0	0	1	1																					
0	1	0	1																					
1	0	1	1																					
1	1	0	0																					
Код и наименование проверяемой компетенции																								
ПК-11 Разработка и сопровождение программных проектов.																								
12.	Задание закрытого типа	Выберите верный ответ. Какое свойство алгоритма описано ниже? Строгая определённость (одно-	д	1-3																				

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		<p>значность предписываемых действий в каждой инструкции алгоритма), конкретность, чтобы в его записи не оставалось место двусмысленности и произвольному толкованию.</p> <p>а. понятность б. результативность в. дискретность г. Конечность д. детермированность</p>		
13.		<p><i>Выберите верный ответ.</i></p> <p>Фактическими параметрами называются...</p> <p>а. переменные, которые описаны в самой программе, а используются только в подпрограмме б. константы, которые описаны в самой программе в. переменные, которые описаны в подпрограмме и используются только в подпрограмме г. переменные (константы), которые задаются при вызове процедуры (функции)</p>	г	1-3
14.		<p><i>Выберите верный ответ.</i></p> <p>Способ преобразования представления информации – это...</p> <p>1. Алгоритм 2. Задача 3. Параметр 4. Функция</p>	а	1-3
15.		<p><i>Выберите верный ответ.</i></p> <p>Линейные алгоритмы, которые обладают сложностью порядка $O(n)$, где n — размерность входных данных</p> <p>а. Быстрые алгоритмы б. Медленные алгоритмы в. Сложные алгоритмы г. Простые алгоритмы</p>	а	1-3
16.		<p><i>Выберите верный ответ.</i></p> <p>Алгоритм, у которого временная сложность равна $O(n^k)$, где k — положительное целое число</p>	а	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		а. Полиномиальный алгоритм б. Быстрый алгоритм в. Экспоненциальный алгоритм г. Медленный алгоритм		
17.	Задание открытого типа	Составить схему нормального алгоритма, вычисляющего функцию $f(x) = 2x$ в единичном коде.	$(a1 \rightarrow 11a, a \rightarrow \cdot \varepsilon, \varepsilon \rightarrow a)$	3-5
18.		Составить схему нормального алгоритма, осуществляющего перевод из единичного кода ненулевого натурального числа в двоичный код. Для некоторого упрощения задачи можно считать, что входное слово имеет вид $1x^*$.	$(a1 \rightarrow 1b, b1 \rightarrow a, b^* \rightarrow *0, a^* \rightarrow *1, *1 \rightarrow \cdot 1, 1 \rightarrow a1)$	3-5
19.				
20.		Дайте определение понятию <i>Машина Тьюринга</i> .	Машина Тьюринга — это функция M , такая, что для некоторого натурального числа n область определения этой функции есть подмножество множества $\{0, 1, \dots, n\} \times \{0, 1\}$, а область значений есть подмножество множества $\{0, 1\} \times \{Л, П\} \times \{0, 1, \dots, n\}$.	3-5
21.	Сформулируйте <i>тезис Черча</i> .	Тезис Чёрча – интуитивно и неформально определенный класс вычислимых функций совпадает с классом частичнорекурсивных функций.	3-5	
22.	Задание комбинированного типа	Когда формальная теория T считается определенной?	Формальная теория T считается определенной, если: задано некоторое счетное множество A символов — символов теории T ; конечные последовательности символов теории T называются выражениями теории T (множество выражений обозначают через A^*); имеется подмножество $F \subset A^*$ выражений теории T , называемых формулами теории T ; выделено некоторое множество $B \subset F$ формул, называемых аксиомами теории T ; имеется конечное множество $\{R1, R2, \dots, Rm\}$ отношений между формулами, называемых правилами вывода. Правила вывода позволяют получать из некоторого конечного множества формул другое множество формул.	5-8
Код и наименование проверяемой компетенции				
ПК-13 Способность разрабатывать, анализировать, реализовывать и внедрять алгоритмы и структуры данных в рамках разработки системного и прикладного программного обеспечения.				
23.	Задание закрытого типа	<i>Выберите верный ответ.</i> Формула логики высказываний, которая ложна во всех интерпретациях:	a	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)															
		а. Противоречие б. Равнозначность в. Симметричное отношение г. Парадокс																	
24.		<i>Выберите верный ответ.</i> Закон коммутативности это: а. не (А или В) = не А и не В б. АиВ=ВиА в. А и А = А г. А и (В или С) = (А и В) или (А и С)	б	1-3															
25.		<i>Выберите верный ответ.</i> Закон ассоциативности это: а. (А & В) & С = А & (В & С) б. А ∨ В = В ∨ А в. А ∨ А = А г. А & (В ∨ С) = (А & В) ∨ (А & С)	а	1-3															
26.		<i>Выберите верный ответ.</i> Какой логической операции соответствует приведенная таблица истинности: <table border="1" data-bbox="363 1218 600 1469" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> а. Конъюнкция б. Дизъюнкция в. Отрицание г. Импликация	X	Y	Z	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	б	1-3
X	Y	Z																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
27.		<i>Выберите верный ответ.</i> Высказывания А и В истинны для точек, принадлежащих соответственно кругу и квадрату. Для всех точек выделенной на рисунке области истинно высказывание:	б	1-3															

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		 <p data-bbox="352 577 507 707"> а. А или В б. А и В в. не А или В г. не А и В </p>		
28.	Задание открытого типа	Дайте определение функции Геделя.	<p data-bbox="791 719 1289 786">Функцией Геделя $\Gamma(x, y)$ называется выражение</p> <p data-bbox="791 790 1123 819">$\Gamma(x, y) = rest(l(x), 1 + (y + 1)r(x))$, где</p> <p data-bbox="791 831 1289 898">$l(n), r(n)$ - левый и правый члены пары с номером</p> <p data-bbox="791 909 1289 976">n канторовского перечисления пар натуральных чисел,</p> <p data-bbox="791 981 1225 1010">$rest(x, y)$ - остаток от деления x на y.</p>	3-5
29.		Что понимают под <i>моделью Крипке</i> .	<p data-bbox="791 1021 1289 1200">Модель Крипке (англ. Kripke structure) — это один из вариантов недетерминированного конечного автомата, который был предложен Солом Крипке. Этот вид НКА применяется при проверке моделей для представления поведения системы.</p> <p data-bbox="791 1211 1289 1469">Модель Крипке является простой абстрактной машиной, позволяющей описать идеи вычислительной машины без добавления особых сложностей. Модель представляется ориентированным графом, вершины которого описывают достижимые состояния системы, а ребра — переходы из состояния в состояние.</p> <p data-bbox="791 1480 1289 1570">Функция пометок сопоставляет каждой вершине множество свойств, которые выполняются в соответствующем состоянии.</p>	3-5
30.		Что понимают под <i>проверкой модели</i> в математической логике?	<p data-bbox="791 1581 1289 1805">Проверка моделей (проверка на модели, англ. model checking) — метод автоматической формальной верификации параллельных систем с конечным числом состояний, позволяет проверить, удовлетворяет ли заданная модель системы формальным спецификациям.</p> <p data-bbox="791 1816 1289 1906">В качестве модели обычно используется так называемая модель Крипке, которая формально задаётся следующим образом:</p> <p data-bbox="791 1917 1023 1946">$M = (S, S_0, R, L)$</p> <p data-bbox="791 1957 1289 2047">где S - множество состояний, S_0 - множество начальных состоя-</p>	5-8

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			ний, $R \subseteq S \times S$ - отношение переходов, $L : S \rightarrow 2^{AP}$ — функция разметки.	
31.		Дайте определение понятию <i>система аксиом Цермело-Френкеля</i> .	<p>Система аксиом Цермело — Френкеля (ZF) — наиболее широко используемый вариант аксиоматической теории множеств, являющийся фактическим стандартом для оснований математики. Сформулирована Эрнстом Цермело в 1908 году как средство преодоления парадоксов теории множеств, и уточнена Абрахамом Френкелем в 1921 году.</p> <p>К этой системе аксиом часто добавляют аксиому выбора, и называют системой Цермело — Френкеля с аксиомой выбора (ZFC, англ. Zermelo—Fraenkel set theory with the axiom of Choice).</p> <p>Эта система аксиом записана на языке логики первого порядка. Существуют и другие системы; например, система аксиом фон Неймана — Бернаиса — Гёделя (NBG) наряду с множествами рассматривает так называемые классы объектов, при этом она равносильна ZF в том смысле, что любая теорема о множествах (то есть не упоминающая о классах), доказуемая в одной системе, также доказуема и в другой.</p>	5-8
32.		Дайте определение термину <i>ординальные числа</i> .	<p>Определение. <i>Порядковым типом</i> вполне упорядоченного множества A называется совокупность всех вполне упорядоченных множеств, изоморфных множеству A</p> <p>Порядковый тип вполне упорядоченного множества называется <i>ординальным (или порядковым) числом</i> или просто <i>ординалом</i>. Ординальные числа, соответствующие конечным вполне упорядоченным множествам, обозначаются $0, 1, 2, \dots$ (их можно отождествить с натуральными числами). Например, 3 — это порядковый тип, соответствующий трёхэлементной цепи $a < b < c$ (очевидно, все трёхэлементные цепи изоморфны между собой). Наименьшее бесконечное ординальное число — это порядковый тип множества \mathbb{N} натуральных чисел. Оно обозначается символом ω.</p>	5-8
33.	Задание комбинированного типа	<p><i>Верно ли утверждение:</i></p> <p>Не во всяком множестве ординалов есть наименьший элемент.</p> <p>Ответ обоснуйте.</p>	Утверждение неверно. Поскольку в любом множестве ординалов есть наименьший элемент.	1-3

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	<i>Выполнение контрольных работ</i>	3/30	90	Сроки указаны в Moodle
Всего			90	-
Блок бонусов				
2.	<i>Посещение занятий</i>		10	
Всего			10	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11. Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	Не зачтено
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	

При реализации дисциплины в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

- Скорубский В. И. Математическая логика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 211 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/1DCFB4A3-0E32-447B-B216-5FDE5657D5D3
- Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов. — М.: Академия, 2008. — 448 с.
- Игошин В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. — М.: Академия, 2007. — 304 с.
- Зыков А. Г. Математическая логика. [Электронный ресурс] / А. Г. Зыков, В. И. Поляков, В. И. Скорубский. — Электрон. дан. — СПб: ИТМО, 2013. — 131 с. — Режим доступа: http://books.ifmo.ru/book/1195/matematiceskaya_logika.htm — Загл. с экрана.
- Прокопенко Н. Ю. Математическая логика и булевы функции : учеб. -метод. пос. / Н. Ю. Прокопенко. - Нижний Новгород : ННГАСУ, 2021. - 107 с. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/nngasu_011.html
- Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / Лавров И. А. , Максимова Л. Л. - 5-е изд. , исправл. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - ISBN 5- 9221-0026-2. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100262.html>
- Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций: Учеб. Пособие для студентов/ И. Л. Тимофеева. – 2-е изд., перераб. – М.: КДУ, 2007. – 304 с.

8. Шапоров С. Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий. — СПб.: БХВПетербург, 2005. — 416 с.: ил.

8.2. . Дополнительная литература

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu.edu.ru>
2. Гурова, Л. М. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Гурова Л. М. , Зайцева Е. В. - М : Издательство Московского государственного горного университета, 2006. - ISBN 5-7418- 0451-9. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. – URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5741804519.html>
3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1971. – 320 с
4. Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИ-КОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС): <http://mars.arbicon.ru>
5. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-
2. систем»: <https://library.asu.edu.ru>
3. Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС): <http://mars.arbicon.ru>
4. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения лекционных и лабораторных занятий:

1. Используется аудитория, оборудованная необходимым количеством столов, стульев, доской маркерной и электронной.
2. Аудитория должна иметь следующие нормы освещенности
 - СНиП 23-05-95 «Естественное и искусственное освещение» норма освещенности аудиторий ВУЗов 400 Лк.
 - СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий» пункт 3.3.3. «Общее освещение в помещениях общественных зданий должно быть равномерным».
3. Электронная доска должна быть подключена к сети Интернет.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соот-

ветствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т.д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).