

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ПМИ

_____М.В. Коломина

_____М.В. Коломина

«5» апреля 2024 г.

«5» апреля 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«ПРАКТИКУМ ПО АЛГЕБРЕ»

Составитель(и)

Коломина М.В., к.ф.-м.н., доцент, АГУ
Москаленко М. А., к.ф.-м.н., преподаватель, ИТМО
Трифанов А. И., к.ф.-м.н., ИТМО
Ивашиненко Е.А., ст. пр. каф. ПМИ, АГУ

Согласовано с
работодателями:

Белов С.В., директор ООО «ТРАСТ ПОИНТ»
Измайлов Г.А., генеральный директор ООО «Агент Плюс»

Направление подготовки /
специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) /
специализация ОПОП

Программирование и искусственный интеллект

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приёма

2024

Курс

1 (по очной форме)

Семестр(ы)

1-2 (по очной форме)

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целями освоения дисциплины «Практикум по алгебре» являются:

- фундаментальная подготовка в области алгебры и геометрии; овладение методами решения основных типов задач;
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля):

- формирование навыков решения практических задач линейной алгебры;
- подготовить к изучению других дисциплин.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Практикум по алгебре» относится к части, формируемая участниками образовательных отношений и осваивается в 1-2 семестрах.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями): школьной математики на профильном уровне.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

- Математический анализ;
- Дифференциальные уравнения;
- Теория вероятностей.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

а) *общепрофессиональных (ОПК):*

- ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;
- ОПК-3 – способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности;

б) *профессиональных (ПК):*

- ПК-8 – способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-1	ОПК-1.1. Планирует самостоятельную деятельность в решении профессиональных	– законы и методы естественных наук и математики, содержание процесса	– планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач, использовать положения,	– навыком планирования своей деятельности, обоснования

Код компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
		Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
	задач. ОПК-1.2. Обосновывает и использует положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности.	целеполагания и постановки задач	законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности, обосновывать и применять инновационные идеи и альтернативные подходы к решению задач профессиональной деятельности с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний.	используемых методов и подходов
ОПК-3	ОПК-3.1. Выявляет и формулирует целевые характеристики описания объекта моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-3.2. Определяет методы описания объектов и соответствующие им модели в профессиональной деятельности.	– фундаментальные знания по математическим моделям для решения прикладных задач.	– использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	– навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности
ПК-8	ПК-8.1. Владение методами интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных. ПК-8.2. Владение методами теории линейных пространств и операторов. ПК-8.3. Владение методами функционального анализа для решения сложных задач информатики.	– базовые знания современного математического аппарата, формальные постановки задач линейной алгебры.	– применять методы интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных при решении прикладных задач.	– навыком применения современного математического аппарата при решении прикладных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины в соответствии с учебным планом составляет 1, 2 зачетных единиц (108 часов).

Трудоемкость отдельных видов учебной работы студентов очной, очно-заочной и заочной форм обучения приведена в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Трудоемкость отдельных видов учебной работы по формам обучения

Вид учебной и внеучебной работы	для очной формы обучения
Объем дисциплины в зачетных единицах	1, 2
Объем дисциплины в академических часах	108
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего), в том числе (час.):	108
- занятия практического типа, в том числе:	108
- практическая подготовка (если предусмотрена)	-
Форма промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен), семестр (ы)	зачет – 1, 2 семестрв

Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий и самостоятельной работы, для каждой формы обучения представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

для очной формы обучения										
Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.						СР, час.	Итого часов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>[по семестрам]</i>	
	Л		ПЗ		ЛР					КР / КП
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 1.										
Раздел 1. Линейная алгебра			14							Контрольная работа. Решение задач.
Раздел 2. Аналитическая геометрия.			14							Контрольная работа. Решение задач.
Контроль промежуточной аттестации									Зачет	
ИТОГО за семестр:			28							
Семестр 2.										
Раздел 3. Тензорная алгебра			20							Контрольная работа. Решение задач.
Раздел 4. Спектральный анализ			20							Контрольная работа. Решение задач.
Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность.			20							Контрольная работа. Решение задач.
Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве			20							Контрольная работа. Решение задач.
Контроль промежуточной аттестации									Зачет	
ИТОГО за семестр:			80							
Итого за весь период			108							

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; ПП – практическая подготовка; КР / КП – курсовая работа / курсовой проект; СР – самостоятельная работа

Таблица 3. Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции			Общее количество компетенций
		ОПК-1	ОПК-3	ПК-8	
Раздел 1	14	+	+	+	3
Раздел 2	14	+	+	+	3
Раздел 3	20	+	+	+	3
Раздел 4	20	+	+	+	3
Раздел 5	20	+	+	+	3
Раздел 6	20	+	+	+	3
Итого	108				

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Раздел 1. Линейная алгебра. Теория решения СЛАУ, Теория линейных пространств.

Раздел 2. Аналитическая геометрия. Кривые второго порядка, Прямая и плоскость.

Раздел 3. Тензорная алгебра. Независимое от ПЛФ определение тензора, Полилинейные формы, Линейный оператор.

Раздел 4. Спектральный анализ. Спектральный анализ ЛО общего вида, Инвариантные и корневые подпространства ЛО, Полиномы.

Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность. Ортогональность, Метрические, нормированные и евклидовы пространства.

Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве. Разложения матриц, Метрический тензор.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

Практические занятия

Практические занятие – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для практического занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Практическое занятие. Как к нему готовиться

1. Практическое занятие наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.
2. К каждому практическому занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

**Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся
для очной формы обучения**

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Раздел 1. Линейная алгебра	-	Не предусмотрено.
Раздел 2. Аналитическая геометрия.	-	Не предусмотрено.
Раздел 3. Тензорная алгебра	-	Не предусмотрено.
Раздел 4. Спектральный анализ	-	Не предусмотрено.
Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность.	-	Не предусмотрено.
Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве	-	Не предусмотрено.

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

Выполнение индивидуальных заданий.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Линейная алгебра» могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5. Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Линейная алгебра	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия.	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 3. Тензорная алгебра	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 4. Спектральный анализ	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность.	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве	Не предусмотрено	Выполнение практических заданий, контрольных работ, дискуссии	Не предусмотрено

6.2. Информационные технологии

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));

- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров.

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line и off-line в формах видеоконференции, собеседования в режиме чат, выполнения виртуальных практических заданий.

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
LMS Moodle	Образовательный портал ФГБОУ ВО «АГУ»
Microsoft Office	Пакет офисных программ
OpenOffice	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Google Chrome	Браузер
Opera	Браузер

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>.
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». <https://www.studentlibrary.ru>.
3. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <https://library.asu.edu.ru>.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Практикум по алгебре» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины

(модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Раздел 1. Линейная алгебра	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Контрольная работа. Задача.
Раздел 2. Аналитическая геометрия.		
Раздел 3. Тензорная алгебра		
Раздел 4. Спектральный анализ		
Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность.		
Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве		

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7. Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8. Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Вопросы к зачету (1 семестр)

1. Алгебраические структуры: группа, кольцо, поле.

2. Алгебраические структуры: линейное пространство, алгебра.
3. Поле комплексных чисел.
4. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.
5. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости.
6. Базис и размерность линейного пространства.
7. Изоморфизм линейных пространств.
8. Подпространства линейного пространства: определение, примеры, линейная оболочка, линейное многообразие.
9. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
11. Перестановки.
12. Отображения. Линейные формы. Сопряженное пространство.
13. Определители и их основные свойства (без теоремы о разложении определителя по элементам строки или столбца).
14. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.
15. Критерий линейной зависимости набора векторов.
16. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
17. Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
18. Пространство линейных операторов.
19. Алгебра. Примеры. Изоморфизм алгебр.
20. Алгебра операторов и матриц.
21. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
22. Обратная матрица: критерий обратимости, вычисление обратной матрицы методом присоединенной матрицы.
23. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
24. Обратный оператор. Критерий существования обратного оператора.
25. Линейные алгебраические системы. Теоремы Крамера и Кронекера-Капелли (формулировки, использующие определители и ранг матрицы).
26. Линейные алгебраические системы. Геометрическое исследование систем.
27. Теорема Крамера (геометрическая формулировка).
28. Геометрическое исследование систем. Теорема Кронекера-Капелли (геометрическая формулировка) и ее следствия.
29. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
30. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Общее решение однородных и неоднородных систем.
31. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.

Примерные задания для контрольных работ и задач

Раздел 1. Линейная алгебра

Индивидуальное задание

1. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 14, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_4 + 2x_5 = 14 \end{cases}$$

2. Пользуясь теорему Лапласа, вычислить определитель двумя способами:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -3 & 0 \\ -4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Подпространства L_1 задано как линейная оболочка векторов A_1 и A_2 . Подпространство L_2 задано как линейная оболочка векторов B_1, B_2 и B_3 . Найти базис и размерность суммы и пересечения этих подгрупп.

4. Даны две квадратные матрицы A и B .

(a) Вычислить коммутатор матриц $[A, B] = A \cdot B - B \cdot A$.

(b) Найти матрицу A^{-1} методом Гаусса. Проверить, что $A \cdot A^{-1} = E$.

(c) Найти матрицу B^{-1} методом присоединенной (союзной) матрицы. Проверить, что $B^{-1} \cdot B = E$.

5. Автоморфизм $A: R^5 \rightarrow R^5$ задан в стандартном базисе пространства R^5 матрицей A . Найти ядро и образ линейного оператора A , указать их размерности.

Примерный список вопросов к коллоквиуму

1. Системы координат на плоскости и в пространстве.
2. Векторы и основные действия с ними (сложение, умножение на число).
3. Векторное введение координат. Координаты вектора.
4. Свойства основных действий над векторами. Проекция векторов.
5. Скалярное произведение векторов и его свойства.
6. Векторное произведение и его свойства.
7. Смешанное произведение векторов и его свойства.
8. Двойное векторное произведение и его свойства.
9. Замена координат при переходе к новой системе отсчета. Матрица перехода.
10. Уравнения линий и поверхностей.
11. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Взаимное расположение прямых.
12. Частные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
13. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
14. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
15. Эллипс: геометрическое определение, каноническое уравнение, симметрия и форма эллипса.
16. Эллипс: полярное уравнение, параметрические уравнения, директрисы, уравнение касательной к эллипсу.
17. Окружность.
18. Гипербола: геометрическое определение, каноническое уравнение, симметрия и форма гиперболы, асимптоты.
19. Гипербола: полярное уравнение, параметрические уравнения, директрисы, уравнение касательной к гиперболе.

Раздел 2. Аналитическая геометрия.

Индивидуальное задание (исследовательская работа)

1. Вычислить определитель тремя способами: разложением по второй строке, разложением по третьему столбцу и приведением к определителю диагональной матрицы методом Гаусса:

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему уравнений двумя способами: методом Крамера и методом Гаусса. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

3. Даны четыре точки $A(2, -1, 3)$, $B(4, 5, 0)$, $C(2, 2, -1)$ и $D(2, 2, 5)$. Найти $\overrightarrow{AB}$, $|\overrightarrow{AB}|$, $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$, $\cos(\varphi)$, где φ – угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, направляющий вектор $\vec{b}$ биссектрисы угла φ , площадь $S_{\triangle ABC}$ треугольника ABC , объем V_{ABCD} параллелепипеда $ABCD$, и высоту h_D , опущенную из вершины D .

4. Даны две плоскости:

$$\alpha_1: x + 2y - z + 1 = 0,$$

$$\alpha_2: x - y + z - 2 = 0.$$

Составить уравнение плоскости α_3 перпендикулярной к плоскости α_1 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости α_2 . Сделать рисунок.

5. Фокусы эллипса совпадают с фокусами гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$. Эллипс проходит через точку $M(-2, 1, 5)$. Составить уравнение этого эллипса. Сделать рисунок.

6. Дано уравнение кривой второго порядка $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 52x - 64y + 164 = 0$. Выполните последовательно преобразования координат: поворот, а затем параллельный перенос координатных осей, преобразовать к каноническому виду уравнение кривой второго порядка и построить ее в канонической и исходной системе координат, а также найти параметры кривой.

7. Изобразить тело, ограниченное поверхностями $z = 1 + x^2 + y^2$, $z = -\sqrt{x^2 + y^2 - 1}$, $z = -1 - \sqrt{3} + \sqrt{x^2 + y^2}$.

Раздел 3. Тензорная алгебра

Индивидуальное задание (исследовательская работа)

- Даны две квадратные матрицы A , B .
 - Вычислить коммутатор матриц $[A, B] = AB - BA$;
 - Найти матрицу A^{-1} методом Гаусса. Проверить, что $AA^{-1} = E$.
 - Найти матрицу B^{-1} методом присоединенной (союзной) матрицы. Проверить, что $B^{-1}B = E$;
 - Найти значение полинома $f(x) = x^2 + 2x + 4$ от матрицы A .
- Автоморфизм $A: R^5 \rightarrow R^5$ задан в стандартном базисе пространства матрицей A . Найти ядро и образ линейного оператора A , указать их размерности.
- Тензор a_{kl}^{ij} ранга $(2, 2)$ задан четырехмерной матрицей второго порядка A . Задана матрица перехода T от старого базиса к новому базису.
 - Вычислить элемент a_{11}^{11} в новом базисе.
 - Найти всевозможные свертки тензора (в старом базисе).
- Тензор a^{ijl} (3 раза контравариантный) задан трехмерной матрицей третьего порядка A .
 - Вычислить матрицу транспонированного тензора $b^{ijk} = a^{ijk}$;
 - Вычислить матрицу полностью симметричного тензора $a^{(ijk)}$;
 - Вычислить матрицу полностью антисимметричного тензора $a^{\{ijk\}}$;
 - Вычислить матрицу тензора $a^{(i|j|k)}$, симметричного по индексам i и k ;
 - Вычислить матрицу тензора $a^{i|jk|}$, антисимметричного по индексам j и k .

Примерный список вопросов к коллоквиуму

- Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
- Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.
- Пространство линейных операторов.

4. Кратности собственных чисел (алгебраическая, геометрическая, полная). Теорема Гамильтона-Кэли.
5. Алгебра. Примеры. Изоморфизм алгебр.
6. Спектральный анализ скалярного оператора: спектр, диагональный вид матрицы, спектральные проекторы, спектральная теорема.
7. Алгебра операторов и матриц.
8. Нильпотентные операторы (определение, простейшие свойства). Жорданова клетка.
9. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
10. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.
11. Обратная матрица: критерий обратимости, вычисление обратной матрицы методом присоединенной матрицы.
12. Минимальный полином и инвариантные подпространства. Спектральная теорема для линейного оператора произвольного вида.
13. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
14. Ультраинвариантные подпространства.
15. Унитарный и ортогональный операторы: основные определения и свойства.
16. Обратный оператор. Критерий существования обратного оператора.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: основные определения и свойства.
18. Преобразование координат векторов X и X^* при замене базиса.
19. Спектральная теорема и инварианты скалярного оператора. Тождество Кэли.
20. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса. Преобразование подобия.
21. Алгебра скалярных полиномов. Идеал. Минимальный полином.
22. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
23. Спектральный анализ линейного оператора с простым спектром: спектр, диагональный вид матрицы, спектральные проекторы, спектральная теорема.
24. Независимость определителя оператора от базиса. Теорема умножения определителей.
25. Спектральная теорема и функциональное исчисление для скалярного оператора.
26. Транспонирование тензора.
27. Разложение линейного пространства в сумму подпространств. 2-я теорема о ядре и образе. Теорема о проекторах.
28. Определитель линейного оператора. Внешняя степень оператора.
29. Структура нильпотентного оператора. Базис Жордана (обзор).
30. Независимость определителя оператора от базиса. Теорема умножения определителей.
31. Алгебра операторных полиномов. Минимальный полином линейного оператора.
32. Тензоры (ковариантность, независимое от ПЛФ определение). Пространство тензоров.
33. Жорданова форма матрицы линейного оператора.
34. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса. Преобразование подобия.
35. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.
36. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
37. Алгебра скалярных полиномов. Идеал. Минимальный полином.

38. Свертка тензора.
39. Кратности собственных чисел (алгебраическая, геометрическая, полная). Теорема Гамильтона-Кэли.

Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Алгебраические структуры: группа, кольцо, поле.
2. Алгебраические структуры: линейное пространство, алгебра.
3. Поле комплексных чисел.
4. Линейное пространство. Примеры линейных пространств.
5. Линейная зависимость векторов. Основные леммы о линейной зависимости.
6. Базис и размерность линейного пространства.
7. Изоморфизм линейных пространств.
8. Подпространства линейного пространства: определение, примеры, линейная оболочка, линейное многообразие.
10. Подпространства линейного пространства: сумма и пересечение подпространств, прямая сумма, дополнение.
11. Перестановки.
12. Отображения. Линейные формы. Сопряженное пространство.
13. Определители и их основные свойства (без теоремы о разложении определителя по элементам строки или столбца).
14. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.
15. Критерий линейной зависимости набора векторов.
16. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
17. Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
18. Пространство линейных операторов.
19. Алгебра. Примеры. Изоморфизм алгебр.
20. Алгебра операторов и матриц.
21. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
22. Обратная матрица: критерий обратимости, вычисление обратной матрицы методом присоединенной матрицы.
23. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
24. Обратный оператор. Критерий существования обратного оператора.
25. Линейные алгебраические системы. Теоремы Крамера и Кронекера-Капелли (формулировки, использующие определители и ранг матрицы).
26. Линейные алгебраические системы. Геометрическое исследование систем.
27. Теорема Крамера (геометрическая формулировка).
28. Геометрическое исследование систем. Теорема Кронекера-Капелли (геометрическая формулировка) и ее следствия.
29. Альтернатива Фредгольма для линейной системы уравнений.
30. Фундаментальная система решений линейной однородной системы. Общее решение однородных и неоднородных систем.
31. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.

Раздел 4. Спектральный анализ

Раздел 5. Евклидово пространство. Ортогональность.

Раздел 6. Тензоры и линейные операторы в евклидовом пространстве

Примерный список вопросов к коллоквиуму

1. Линейные операторы и их матричная запись. Примеры.
2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.
3. Пространство линейных операторов.
4. Кратности собственных чисел (алгебраическая, геометрическая, полная). Теорема Гамильтона-Кэли.
5. Алгебра. Примеры. Изоморфизм алгебр.
6. Спектральный анализ скалярного оператора: спектр, диагональный вид матрицы, спектральные проекторы, спектральная теорема.
7. Алгебра операторов и матриц.
8. Нильпотентные операторы (определение, простейшие свойства). Жорданова клетка.
9. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
10. Инварианты линейного оператора. Инвариантные подпространства.
11. Обратная матрица: критерий обратимости, вычисление обратной матрицы методом присоединенной матрицы.
12. Минимальный полином и инвариантные подпространства. Спектральная теорема для линейного оператора произвольного вида.
13. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
14. Ультраинвариантные подпространства.
15. Унитарный и ортогональный операторы: основные определения и свойства.
16. Обратный оператор. Критерий существования обратного оператора.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: основные определения и свойства.
18. Преобразование координат векторов X и X^* при замене базиса.
19. Спектральная теорема и инварианты скалярного оператора. Тождество Кэли.
20. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса. Преобразование подобия.
21. Алгебра скалярных полиномов. Идеал. Минимальный полином.
22. Обратная матрица: критерий обратимости, метод Гаусса вычисления обратной матрицы.
23. Спектральный анализ линейного оператора с простым спектром: спектр, диагональный вид матрицы, спектральные проекторы, спектральная теорема.
24. Независимость определителя оператора от базиса. Теорема умножения определителей.
25. Спектральная теорема и функциональное исчисление для скалярного оператора.
26. Транспонирование тензора.
27. Разложение линейного пространства в сумму подпространств. 2-я теорема о ядре и образе. Теорема о проекторах.
28. Определитель линейного оператора. Внешняя степень оператора.
29. Структура нильпотентного оператора. Базис Жордана (обзор).
30. Независимость определителя оператора от базиса. Теорема умножения определителей.
31. Алгебра операторных полиномов. Минимальный полином линейного оператора.
32. Тензоры (ковариантность, независимое от ПЛФ определение). Пространство тензоров.

33. Жорданова форма матрицы линейного оператора.
34. Преобразование матрицы линейного оператора A при замене базиса. Преобразование подобия.
35. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора: существование, вычисление.
36. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ядре и образе. Функции матриц и операторов.
37. Алгебра скалярных полиномов. Идеал. Минимальный полином.
38. Свертка тензора.
39. Кратности собственных чисел (алгебраическая, геометрическая, полная). Теорема Гамильтона-Кэли.

Исследовательская работа

1. Оператор общего вида имеет в некотором базисе матрицу A . Найти его минимальный и характеристический полином, сформировать теорему Гамильтона-Кэли.
2. Автоморфизм $A: R^4 \rightarrow R^4$ имеет спектр $\sigma_A = \{3; -5\}$. При этом второе собственное значение является простым, а спектральная и алгебраическая кратности первого собственного значения совпадают и равны 2. Написать Жорданову форму матрицы данного автоморфизма.
3. Дать определение нормированного пространства.
4. Ортогонализировать следующую систему векторов унитарного пространства со стандартным скалярным произведением $x_1 = (1 + 2i, i)^T$, $x_2 = (i, 1 - i)^T$.
- 5.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-1 – Способен применять математические, естественнонаучные и общепрофессиональные знания для понимания окружающего мира и для решения задач профессиональной деятельности				
1.	Задание закрытого типа	<i>Выберите верный ответ.</i> Если в высказывании нет скобок, то порядок выполнения следующий: 1. $\&, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \neg$ 2. $\neg, \&, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ 3. $\neg, \vee, \&, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ 4. $\neg, \&, \vee, \Leftrightarrow, \Rightarrow$	3	1-3
2.		<i>Выберите верный ответ.</i> Какие числа в перестановки 3, 5, 4, 1, 2 числа образуют инверсию? 1. 3, 4 2. 3, 1 3. 1, 2 4. 3, 5	2	1-3
3.		<i>Проверьте</i> , пропорциональны ли векторы $\vec{a} = (4, -2, 1)$, $\vec{b} = (8, -4, 4)$	Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не пропорциональны	5-7
4.		<i>Выберите верный ответ.</i> Ассоциативный закон для матриц A и B имеет вид: 1. $(A+B) \cdot C = AC + BC$ 2. $(AB) \cdot C = A \cdot (BC)$ 3. $(A+B) + C = A + B + C$	2	1-3
5.		<i>Выберите верный ответ.</i> Модуль комплексного числа $z = 1 + i$ равен: 1. 1 2. 2 3. $\sqrt{2}$	2	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)																														
		4. $\sqrt{1+i}$																																
6.	Задание открытого типа	Решите задачу и обоснуйте решение. В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить одного дежурного?	Дежурным можно назначить либо мальчика, либо девочку, т.е. дежурным может быть любой из 16 мальчиков, либо любая из 10 девочек. По правилу суммы получаем, что одного дежурного можно назначить $16+10=26$ способами.	2-5																														
7.		Определите, истинна ли формула $(P \Rightarrow A) \& (P \vee A)$	Ложна	3-5																														
8.		Решите задачу и обоснуйте решение. Определите четная или нечетная подстановка $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.	В ее верхней строке 4 инверсии, в нижней 7 инверсий. Общее число инверсий в двух строках есть 11, и поэтому подстановка нечетна.	3-5																														
9.		Найдите обратную матрицу матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$	$A^{-1} = \begin{bmatrix} -7/3 & 2 & -1/3 \\ 5/3 & -1 & -1/3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	7-10																														
10.		Запишите систему $\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 &= 7 \\ 8x_1 - 2x_2 + x_3 + 9x_4 &= 21 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 &= 17 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 8 \end{aligned}$ в матричной форме.	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 8 & -2 & 1 & 9 \\ 6 & -1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 21 \\ 17 \\ 8 \end{pmatrix}$	3-5																														
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-3 – Способен формулировать, строить и применять модели для управления достижением планируемых результатов процессов и объектов профессиональной деятельности на базе знаний математики, программирования и программного обеспечения																																		
1.	Задание закрытого типа	Обоснуйте вывод. Верна ли таблица истинности? <table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$\Leftrightarrow$</th></tr><tr><td>И</td><td>И</td><td>Л</td></tr><tr><td>И</td><td>Л</td><td>И</td></tr><tr><td>Л</td><td>И</td><td>И</td></tr><tr><td>Л</td><td>Л</td><td>Л</td></tr></table>	A	B	$\Leftrightarrow$	И	И	Л	И	Л	И	Л	И	И	Л	Л	Л	Нет <table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$\Leftrightarrow$</th></tr><tr><td>И</td><td>И</td><td>И</td></tr><tr><td>И</td><td>Л</td><td>Л</td></tr><tr><td>Л</td><td>И</td><td>Л</td></tr><tr><td>Л</td><td>Л</td><td>И</td></tr></table>	A	B	$\Leftrightarrow$	И	И	И	И	Л	Л	Л	И	Л	Л	Л	И	1-3
A		B	$\Leftrightarrow$																															
И		И	Л																															
И		Л	И																															
Л		И	И																															
Л	Л	Л																																
A	B	$\Leftrightarrow$																																
И	И	И																																
И	Л	Л																																
Л	И	Л																																
Л	Л	И																																
2.	Верно ли утверждение: определитель не меняется при транспонировании.	верно	1-3																															
3.	Выберите верный ответ. Сколько рациональных корней имеет многочлен $24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6$? 1. 5 2. 4 3. 3 4. 2 5. 1 6. 0	3	10-12																															
4.	Выберите верный ответ. Найдите такое число c, чтобы многочлен $P(x) = x^5 - x^4 + cx^3$ делился на двучлен $x + 4$: 1. c = 0 2. c = -10	3	5-7																															

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		3. $c = -20$ 4. $c = 20$		
5.		Найдите последовательность транспозиций переводящую перестановку 1, 2, 4, 3, 5 в перестановку 2, 5, 3, 4, 1;	Возможный вариант: 12345→(меняем местами символы 2 и 1) 21435→(меняем местами символы 1 и 5) 25431→(меняем местами символы 4 и 3) 25341. Таким образом, имеем нечетное число транспозиций – 3	3-5
6.	Задание открытого типа	Решите задачу и обоснуйте решение Имеется 2 ящика. В одном лежит m разноцветных кубиков, а в другом-к разноцветных шариков. Сколькими способами можно выбрать пару «Кубик-шарик»?	Выбор шарика не зависит от выбора кубика, и наоборот. Поэтому, число способов, которыми можно выбрать данную пару равно $m \cdot k$.	2-5
7.		Возведите сумму в степень, используя Бином Ньютона: $(a + b)^6$	$(a + b)^6 = C_6^0 \cdot a^6 + C_6^1 \cdot a^5 \cdot b + C_6^2 \cdot a^4 \cdot b^2 + C_6^3 \cdot a^3 \cdot b^3 + C_6^4 \cdot a^2 \cdot b^4 + C_6^5 \cdot a \cdot b^5 + C_6^6 \cdot a^0 \cdot b^6$ $= a^6 + 6 \cdot a^5 \cdot b + 15 \cdot a^4 \cdot b^2 + 20 \cdot a^3 \cdot b^3 + 15 \cdot a^2 \cdot b^4 + 6 \cdot a \cdot b^5 + b^6.$	7-10
8.		Вычислите определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$	Ответ: 1	5-7
9.		Подобрать i и k так, чтобы произведение $a_{1i}a_{32}a_{4k}a_{25}a_{53}$ входило в определитель 5-го порядка со знаком плюс.	При $i = 1, k = 4$ произведение $a_{1i}a_{32}a_{4k}a_{25}a_{53}$ входит в определитель 5-го порядка со знаком «+»	5-7
10.		При каком значении параметра m векторы $\vec{a} = (m, \frac{1}{2}, -2, 4, \frac{1}{4}, 2, -\frac{1}{16})$ и $\vec{b} = (4, 2, -8, 16, 1, 8, -\frac{1}{4})$ будут пропорциональны?	$m = 1$	5-7
Код и наименование проверяемой компетенции ПК-8 – Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат				
1.	Задание закрытого типа	Выберите верный ответ. В ящике находится n разноцветных шаров. Произвольным образом вынимается 1 шарик. Сколькими способами это можно сделать? 1. n способами 2. $n + 1$ способами 3. $n!$ способами 4. n^2 способами	1	1-3
2.		Выберите верный ответ. Число a корнем многочлена $P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 9$, если	1	3-5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		1. $a = -3$ 2. $a = 0$ 3. $a = 3$ 4. $a = -2$		
3.		Выберите верный ответ. Кратность корня $x = 2$ многочлена $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ равна: 1. 0 2. 1 3. 2 4. 3	2	5-7
4.		Выберите верный ответ. Решение матричного уравнения $AX = C$ при $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ равно: 1. $\begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ \frac{13}{2} & -\frac{13}{2} \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -\frac{13}{2} & \frac{13}{2} \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$	3	7-10
5.		Выберите верный ответ. Чтобы разрешить уравнение $XB = C$ относительно X нужно: 1. умножить обе его части на B^{-1} справа 2. умножить обе его части на B^{-1} слева 3. умножить обе его части на $\frac{1}{B}$ справа 4. умножить обе его части на $\frac{1}{B}$ слева	1	1-3
6.	Задание открытого типа	Определить характер четности перестановки 3, 5, 4, 1, 2	Перестановка нечетная	3-5
7.		С каким знаком в определитель 6-го порядка входят произведения (первый индекс – номер строки, второй – номер столбца): $a_{14}a_{23}a_{31}a_{56}a_{42}a_{65}$;	Со знаком +.	7-10
8.		Даны векторы $\vec{a} = (11, 4, 6)$, $\vec{b} = (2, 8, -3)$, $\vec{c} = (5, -2, -1)$ найти вектор $\vec{d}$, если: $\vec{d} = 3\vec{a} + 4\vec{b} - 2\vec{c}$	(31,24,8)	5-7
9.		Решите систему $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$	Система имеет бесконечное множество решений вида $\{(7+12a+b)/18; a; (1-5b)/6; b\}$ где a, b - произвольные действительные числа. Других решений система не имеет.	10-15
10.		Разложите рациональную дробь в сумму простых дробей $\frac{2x^4 - 10x^3 + 7x^2 + 4x + 3}{x^5 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 2}$	$\frac{3}{x+2} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} + \frac{x-3}{x^2+1}$	15-20

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
11.	Задание комбинированного типа	Является ли перестановка 2, 4, 1, 3 четной? Обоснуйте свой ответ.	Не является, т.к. перестановка содержит три инверсии элементов: 2 и 1, 4 и 1, 4 и 3. Число инверсий нечетно, поэтому перестановка является нечетной.	10

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля).

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
1 семестр				
Основной блок				
1.	Написание контрольных работ	2/25	50	1 семестр
2.	Решение задач	2/20	40	1 семестр
Всего			90	
Блок бонусов				
3.	Посещение занятий		10	1 семестр
ИТОГО			100	
2 семестр				
Основной блок				
4.	Написание контрольных работ	2/20	40	2 семестр
5.	Решение задач	2/25	50	2 семестр
Всего			90	
Блок бонусов				
6.	Посещение занятий		10	2 семестр
Всего			10	
ИТОГО			100	

Таблица 11. Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие	-1
Нарушение учебной дисциплины	-5
Неготовность к занятию	-1
Пропуск занятия без уважительной причины	-1

Таблица 12. Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

По дисциплине (модулю)		
Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	зачет
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69		
60–64	3 (удовлетворительно)	незачет
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html> (ЭБС «Консультант студента»)
2. Беклемишева, Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие / Беклемишева Л. А. , Петрович А. Ю. , Чубаров И. А. ; Под ред. Д. В. Беклемишева. - 2-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 496 с. - ISBN 5-9221-0010-6. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100106.html> (ЭБС «Консультант студента»)
3. Элементы линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, В.А. Жукова, С.В. Мелешко, И.А. Невидомская - Ставрополь : АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2017. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/stavgau_00145.html (ЭБС «Консультант студента»).
4. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] / Ю.М. Смирнова - М.: Логос, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5940103758.html> (ЭБС «Консультант студента»).
5. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / Протасов Ю.М. - М. : ФЛИНТА, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976509566.html> (ЭБС «Консультант студента»).
6. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Кривые второго порядка [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. / Под ред. А.А. Грешилова - М.: Логос, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5940102042.html> (ЭБС «Консультант студента»).

8.2. Дополнительная литература

1. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Сикорская Г.А. - Оренбург: ОГУ, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785741019436.html> (ЭБС «Консультант студента»).
2. Справочное пособие по высшей математике [Электронный ресурс]: учебное пособие / Бутырин В.И. URL: Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229402.html> (ЭБС «Консультант студента»).

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения **практических занятий**:

1. Используется аудитория, оборудованная необходимым количеством столов, стульев, доской маркерной и электронной.
2. Аудитория должна иметь следующие нормы освещенности
 - СНиП 23-05-95 «Естественное и искусственное освещение» норма освещенности аудиторий ВУЗов 400 Лк.

- СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий» пункт 3.3.3. «Общее освещение в помещениях общественных зданий должно быть равномерным».

3. Электронная доска должна быть подключена к сети Интернет.

10. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

Для лиц с нарушением слуха возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; тексты заданий, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Доклад (реферат) также может быть представлен в письменной форме, при этом требования к содержанию остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т. д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т. д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).