

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

_____ И.А. Байгушева
« 29 » _____ 04 _____ 2025 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики

_____ И.А. Байгушева
« 29 » _____ 04 _____ 2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ГЕОМЕТРИЯ**

Составитель(-и)

**Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф.
математики**

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) ОПОП

Математика и Информатика

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приема (курс)

2023

Семестр(ы)

6-9

Астрахань - 2025 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель освоения дисциплины «Геометрия»: формирование и развитие у студентов общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области геометрии, позволяющих подготовить конкурентоспособного выпускника для сферы образования, готового к инновационной творческой реализации в образовательных учреждениях различного уровня и профиля.

1.2. Задачи освоения дисциплины «Геометрия»:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса геометрии, необходимых для формирования профессиональных и предметных компетенций обучаемого;
- сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов в образовании, сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;
- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрии, входящих в программы классов естественнонаучного и математического профилей, элективных математических курсов и факультативов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

2.1. Учебная дисциплина «Геометрия» относится к обязательной части и осваивается в 6-9 семестрах.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» средней общеобразовательной школы, а также дисциплиной «Математический анализ», изучаемой в университете.

Знания: основных понятий школьного курса математики и математического анализа.

Умения: использовать изученный математический аппарат для решения задач, строить математические модели.

Навыки: применять универсальные учебные действия при решении математических задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Практикум по решению математических задач», «Подготовка учащихся к итоговой аттестации по математике» и т.д.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

Профессиональных: Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности (ОПК-8).

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Знать историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных (педагогических) систем, роль и место образования в жизни личности и общества; культурно-исторические, нормативно-правовые, аксиологические, этические, медико-биологические, эргономические, психологические основы (включая закономерности, законы, принципы) педагогической деятельности; классические и инновационные педагогические концепции и теории; теории социализация личности, индикаторы индивидуальных особенностей траекторий жизни, их возможные девиации, а также основы их психодиагностики; основы психодидактики, поликультурного образования, закономерностей поведения в социальных сетях; законы развития	ОПК-8.2. Уметь осуществлять педагогическое целеполагание и решать задачи профессиональной педагогической деятельности на основе специальных научных знаний; оценивать результативность собственной педагогической деятельности	ОПК-8.3. Владеть алгоритмами и технологиями осуществления профессиональной педагогической деятельности на основе специальных научных знаний; приемами педагогической рефлексии; навыками развития у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, формирования гражданской позиции, способности к труду и жизни в условиях современного мира, формирования у обучающихся культуры здорового и безопасного образа жизни

	личности и проявления личностных свойств, психологические законы периодизации и кризисов развития		
--	---	--	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объём дисциплины (модуля) составляет 4,3,3,3 зачётных единицы, в том числе 188 часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 80 часов – лекции, 108 часов – практические, семинарские занятия), и 280 часов – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2.

Структура и содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа (в часах)			Самостоят. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости.								
2	Тема 1. Векторная алгебра.	6	1-4	8	8			20	К/р 1, коллоквиум 1, диф. зачет
3	Тема 2. Метод координат на плоскости.	6	5-8	8	8			20	К/р 2, коллоквиум 1, диф. зачет
4	Тема 3. Прямая линия на плоскости.	6	9-12	8	8			20	К/р 3, коллоквиум 1, диф. зачет
5	Тема 4. Линии второго порядка.	6	13-16	8	8			26	К/р 4, коллоквиум 1, диф. зачет
	ИТОГО ЗА 6 СЕМЕСТР			32	32			86	ДИФ. ЗАЧЕТ
6	Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве.								
7	Тема 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.	7	1-5	5	10			28	К/р 5, экзамен
8	Тема 6. Плоскости и прямые.	7	6-10	5	10			28	К/р 6, экзамен
9	Тема 7. Поверхности	7	11-14	4	8			30	К/р 7, экзамен

	второго порядка.								
	ИТОГО ЗА 7 СЕМЕСТР			14	28			86	ЭКЗАМЕН
14	Раздел 3. Преобразования плоскости.								
15	Тема 8. Группа преобразований подобия плоскости.	8	1-7	7	14			22	К/р 8, коллоквиум 2, зачет
16	Тема 9. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.	8	8-14	7	14			24	К/р 9, коллоквиум 2, зачет
	ИТОГО ЗА 8 СЕМЕСТР			14	28			46	ЗАЧЕТ
17	Раздел 4. Многомерные пространства.								
18	Тема 10. Аффинное и евклидово n-мерные пространства.	9	1-5	10	10			32	К/р 10, экзамен
19	Тема 11. Квадратичные формы и квадрики	9	6-10	10	10			30	К/р 11, экзамен
	ИТОГО ЗА 9 СЕМЕСТР			20	20			62	ЭКЗАМЕН
ИТОГО				80	108			280	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ)

Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Тема 1. Векторная алгебра.

Определение вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора относительно данного базиса и их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения по координатам векторов. Аксиомы векторного пространства. Примеры векторных пространств. Использование векторов при решении школьных геометрических задач.

Тема 2. Метод координат на плоскости.

Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками.

Преобразование аффинной системы координат. Ориентация плоскости. Угол между векторами на ориентированной плоскости. Полярная система координат и ее связь с

декартовой. Уравнение ГМТ на плоскости в прямоугольной системе координат. Алгебраическая линия и ее порядок.

Тема 3. Прямая линия на плоскости.

Прямая линия. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Общее уравнение. Уравнение с угловым коэффициентом. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$.

Нормальный вектор. Уравнение прямой с нормальным вектором. Расстояние от точки до прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми, точка пересечения двух прямых.

Тема 4. Линии второго порядка.

Общее уравнение линии второго порядка. Примеры.

Эллипс. Определение. Каноническое уравнение. Эксцентриситет. Фокальные радиусы. Директрисы. Свойства эллипса.

Гипербола. Определение. Каноническое уравнение. Эксцентриситет. Фокальные радиусы. Директрисы. Асимптоты. Свойства гиперболы.

Парабола. Определение. Каноническое уравнение. Свойства параболы.

Уравнения эллипса, гиперболы, параболы в полярной системе координат. Касательная к кривой второго порядка. Уравнение касательной. Биссекториальное свойство касательной для эллипса, гиперболы и параболы. Оптические свойства.

Общее уравнение линии второго порядка. Асимптотические направления, центр, диаметры, главные направления, оси. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Пересечение прямой линии и кривой второго порядка.

Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве.

Тема 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.

Аффинная системы координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении.

Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами, примеры.

Сферическая и цилиндрическая системы координат и их связь с декартовой.

Векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, геометрический смысл. Формулы для вычисления через координаты. Условие компланарности трех векторов.

Поверхности и линии в пространстве и их уравнения. Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями. Уравнение полупространства. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости, расстояние от точки до прямой в пространстве.

Тема 6. Плоскости и прямые.

Уравнение плоскости с направляющими векторами. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл знака многочлена $Ax+By+Cz+D$. Уравнение с нормальным вектором. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Взаимное расположение двух, трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.

Канонические и параметрические уравнения прямой. Прямая как пересечение двух плоскостей. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Тема 7. Поверхности второго порядка.

Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Поверхности вращения. Сфера.

Эллипсоид, гиперболоиды, эллиптический параболоид как результат сжатия поверхности вращения. Исследование гиперболического параболоида методом сечения. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Раздел 3. Преобразования плоскости.

Тема 8. Группа преобразований подобия плоскости.

Определение преобразования. Композиция преобразований. Обратное преобразование. Инварианты преобразования. Группа преобразований. Подгруппа группы преобразований.

Движение. Группа движений плоскости. Осевая симметрия, поворот плоскости вокруг точки, параллельный перенос (определение, аналитическое задание, свойства). Представление движения в виде композиции осевых симметрий. Неподвижные точки движений плоскости. Классификация движений плоскости (теорема Шаля). Подгруппы группы движений плоскости.

Группа инвариантности данной фигуры. Примеры: точка, прямая, правильный треугольник, ромб, квадрат, окружность.

Преобразование подобия, гомотетия (определение, аналитическое задание, свойства). Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы. Подобие фигур.

Тема 9. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.

Аффинные преобразования плоскости (определение, аналитическое задание, свойства). Сжатие, родство. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур.

Эрлангенская программа Ф.Клейна. Предмет геометрии данной группы преобразований.

Раздел 4. Многомерные пространства.

Тема 10. Аффинное и евклидово n-мерные пространства.

Понятие аффинного n-мерного пространства. Аффинный репер, координаты точек в n-мерном пространстве. Многомерная плоскость и ее уравнение. Взаимное расположение многомерных плоскостей. Отношение «лежать между», понятия отрезка, середины отрезка, луча, угла, r-мерного параллелепипеда.

Евклидово векторное пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины векторов и углы между ними, перпендикулярность (ортогональность), ортонормированный базис, формула скалярного произведения в координатах. Евклидово точечное пространство. Расстояние между точками, его свойства, связь с отношением «лежать между» и с простым отношением трех точек. Понятие ортогональности подпространств и ортогонального дополнения в векторном пространстве. Понятие полного перпендикуляра. Уравнение перпендикуляра к гиперплоскости (прямой) и расстояние от точки до гиперплоскости (прямой).

Тема 11. Квадратичные формы и квадратики.

Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы.

Квадрики в аффинном пространстве. Центр. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду. Классификация квадрик.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Квадрики в трехмерном евклидовом пространстве.

Таблица 3. Матрица соотношения тем/разделов учебной дисциплины/модуля и формируемых компетенций

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-8	

Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости.		+	1
Тема 1. Векторная алгебра.	36	+	1
Тема 2. Метод координат на плоскости.	36	+	1
Тема 3. Прямая линия на плоскости.	36	+	1
Тема 4. Линии второго порядка.	42	+	1
Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве.		+	1
Тема 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.	43	+	1
Тема 6. Плоскости и прямые.	43	+	1
Тема 7. Поверхности второго порядка.	42	+	1
Раздел 3. Преобразования плоскости		+	1
Тема 8. Группа преобразований подобия плоскости.	43	+	1
Тема 9. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.	45	+	1
Раздел 4. Многомерные пространства.		+	1
Тема 10. Аффинное и евклидово n-мерные пространства.	52	+	1
Тема 11. Квадратичные формы и квадратики	50	+	1
Итого	468		

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).

Методические указания по проведению лекционных занятий

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций

позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Методические указания по проведению практических занятий

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине «Геометрия»;
- формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. Перечень тем практических занятий по дисциплине «Геометрия» определяется рабочей учебной программой дисциплины. План практических занятий должен отвечать общим идеям и направленности лекционного курса, и соотнесен с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Приступая к изучению учебной дисциплины «Геометрия», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем

учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Геометрия» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

- развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);
- исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);
- информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умения использовать справочную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к зачету; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Геометрия» представлено в таблице 4.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости.	86	Самостоятельная внеаудиторная работа:
Тема 1. Векторная алгебра.	20	

Тема 2. Метод координат на плоскости.	20	изучение соответствующих разделов рекомендуемых источников; решение практических задач.
Тема 3. Прямая линия на плоскости.	20	
Тема 4. Линии второго порядка.	26	
Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве.	86	
Тема 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.	28	
Тема 6. Плоскости и прямые.	28	
Тема 7. Поверхности второго порядка.	30	
Раздел 3. Преобразования плоскости	46	
Тема 8. Группа преобразований подобия плоскости.	22	
Тема 9. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии.	24	
Раздел 4. Многомерные пространства.	62	
Тема 10. Аффинное и евклидово n-мерные пространства.	32	
Тема 11. Квадратичные формы и квадрики	30	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

В процессе изучения дисциплины «Геометрия» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

- 1) аудиторная контрольная работа;
- 2) домашнее задание, как теоретического, так и практического характера;
- 3) коллоквиум;
- 4) экзаменационная работа.

Контрольные работы, коллоквиум и экзаменационная работа выполняются студентом в аудитории.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Геометрия» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости			
Тема 1. Векторная алгебра	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
Тема 2. Метод координат на плоскости	Активная лекция	Командная работа	Не предусмотрено
Тема 3. Прямая линия на	Лекция-	Командная	Не

плоскости	презентация	работа	предусмотрено
Тема 4. Линии второго порядка	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве			
Тема 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 6. Плоскости и прямые	Лекция-презентация	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 7. Поверхности второго порядка	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 3. Преобразования плоскости			
Тема 8. Группа преобразований подобия плоскости	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 9. Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии	Лекция-презентация	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
Раздел 4. Многомерные пространства			
Тема 10. Аффинное и евклидово n -мерные пространства	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 11. Квадратичные формы и квадратики	Лекция-презентация	Фронтальный опрос	Не предусмотрено

6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Геометрия» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е.

информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);

- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров].

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Windows 10 Professional	Операционная система
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

6.3.2. Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu.edu.ru/catalog/>
2. Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: <http://journal.asu.edu.ru/>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Геометрия» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК – 8	К/р 1-4, коллоквиум 1, диф. зачет
2	Аналитическая геометрия в пространстве	ОПК – 8	К/р 5-7, экзамен
3	Преобразования плоскости	ОПК – 8	К/р 8-9, коллоквиум 2, зачет
4	Многомерные пространства	ОПК – 8	К/р 10-11, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7
Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8
Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2	неспособен правильно выполнить задание

«неудовлетворительно»	
-----------------------	--

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Инструкция по выполнению контрольных работ.

Контрольные работы выполняются в аудитории. Внимательно прочитайте задания. При выполнении заданий нельзя пользоваться телефоном, интернетом, можно использовать конспекты лекций, рабочую тетрадь, справочную литературу. Задания выполняются на отдельном листе, на котором необходимо записать Ф.И.О. студента, группу, номер варианта, в каждом задании записывается номер задания, условие задания, подробное решение, ответ.

Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Контрольная работа 1 «Векторная алгебра» Вариант 0

- Точки A, B, C заданы (нарисованы). Построить точку M, если:
 - $\vec{AM} + \vec{BM} = 2\vec{AB}$
 - $\vec{AM} - 2\vec{MB} = 3\vec{AB}$
 - $\vec{AM} + \vec{BM} = \vec{MC}$
 - $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{CM}$
- ABCD – параллелограмм. P – середина BC, K – середина CD. Разложить векторы **AB**, **AC**, **AD** по векторам **AP**, **AK**.
- Разложить по векторам $\vec{a} = \{0; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -1\}$ вектор $\vec{c} = \{5; 3\}$.
- Дано: $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 2\sqrt{2}, |\vec{c}| = 4, (\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{a}, \vec{c}) = 60^\circ, (\vec{b}, \vec{c}) = 45^\circ$. Найти длину вектора $\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{c}$.

Контрольная работа 2 «Метод координат на плоскости» Вариант 0

- Дан ΔABC , где $A(0; 1), B(-1; 2), C(1; -1)$. Найти величину угла A и длину медианы AK.
- Точки $C(0; 1)$ и $D(1; -2)$ делят отрезок AB на три равные части. Найти координаты точек A и B.
- Найти полярные координаты точки $A(1; \sqrt{3})$.
- Найти центр тяжести четырехугольной однородной доски, зная, что углы доски помещаются в точках: A(4;4), B(5;7), C(10;10), D(12;4).

Контрольная работа 3
«Прямая линия на плоскости»
Вариант 0

1. Найти вершины параллелограмма, если две его стороны имеют уравнения $x-2y=0$, $3x-y=0$, а точка пересечения диагоналей $Q(1;1)$.
2. Написать уравнение прямой, проходящей через начало координат и пересекающей прямую $2x-3y+3=0$ под углом 45° .
3. Написать уравнение прямой, перпендикулярной прямой $2x-y+3=0$ и удаленной от начала координат на расстояние $d=5$.
4. В $\triangle ABC$ известны вершина $A(1;1)$ и уравнения высоты $x+y+3=0$ и медианы $x-2y-4=0$, проведенных из вершины C . Найти величину угла при вершине B .

Контрольная работа 4
«Линии второго порядка»
Вариант 0

1. Доказать, что уравнение $x^2+y^2+6x-2y-6=0$ определяет окружность. Найти ее центр и радиус.
2. Написать уравнение окружности, описанной около $\triangle ABC$, где $A(-3;6)$, $B(9;-10)$, $C(-5;4)$. Окружность касается оси Ox в начале координат. Написать уравнение этой окружности, если прямая $3x+4y-8=0$ касается этой окружности.
3. Написать уравнение эллипса, проходящего через точку $A(\frac{5}{3}; 2\sqrt{2})$, если его эксцентриситет $e=0,8$.
4. Написать уравнения гиперболы, проходящей через точку $A(3; 6\sqrt{2})$ и имеющей асимптоты $y = \pm 3x$.
5. Написать уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а фокус в точке $F(3;4)$.

Раздел 2. Аналитическая геометрия в пространстве

Контрольная работа 5
«Метод координат в пространстве.
Векторное и смешанное произведения векторов»
Вариант 0

1. При каком значении α векторы $\vec{a} = \{-2; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{1; 1; 4\}$, $\vec{c} = \{\alpha; 2-\alpha; 1\}$ компланарны?
2. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{1; 0; -1\}$, $\vec{c} = \{0; 1; 0\}$ некопланарны. Выразить вектор $\vec{v} = \{1; 2; 3\}$ через векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .
3. Найти площадь $\triangle ABC$ и угол при вершине A , если $\vec{MN} = \{4; 0; -1\}$, $\vec{MC} = \{1; -3; 2\}$, где M ,

N – середины сторон AB и AC.

- Найти высоту DH тетраэдра DABC и угол между гранями DAB и ABC, если $\vec{DA} = \{0; 1; 3\}$, $\vec{DB} = \{-1; 5; 2\}$, $\vec{DC} = \{1; 3; 2\}$.
- Найти объем параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁, если $\vec{AB} = \{1; 2; 3\}$, $\vec{AB_1} = \{-1; 2; 5\}$, $\vec{AQ} = \{0; 3; 1\}$, где Q середина ребер CC₁.

Контрольная работа 6
«Плоскости и прямые»
Вариант 0

- Написать уравнения плоскости, содержащей прямые:

$$a: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{5}, \quad b: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-5}.$$

- Написать уравнение плоскости, содержащей прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+4}{-1}$ и параллельной оси Oz.
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку N(1;-2;3), параллельную плоскости $\alpha: 2x - y + 4z + 3 = 0$ и пересекающей ось Oz.
- Написать уравнение прямой, проходящей через точку N(1;-2;3) и параллельной плоскостям $\alpha: 2x - y + 4z + 3 = 0$, $\beta: x + y + z + 4 = 0$.
- Направление падающего луча света совпадает с осью Oz. Найти направление луча после отражения от плоскости $x - 2y + z = 0$.
- Луч света падает по оси Oz на некоторую плоскость, проходящую через начало координат. Найти уравнение этой плоскости, если отраженный луч проходит через точку N(3;4;0).
- Написать уравнения прямой, проходящей через начало координат и пересекающей прямые $a: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$, $b: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{-3}$.

Контрольная работа 7
«Поверхности второго порядка e»
Вариант 0

- Как расположена прямая $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ относительно сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 3z + \frac{1}{2} = 0$?
- Определить линию пересечения поверхностей $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{3} = 2z$ и $x - 2y - 1 = 0$.

3. Написать уравнение поверхности, полученной вращением кривой $16y^2 - 4z^2 = 64, x=0$ вокруг оси Oz .
4. Привести уравнение $x^2 + y^2 - y^2 - 4z + 3 = 0$ к каноническому виду.
5. Из точки $N(1;2;3)$ проводятся всевозможные касательные к сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. Доказать, что точки касания образуют окружность, лежащую в плоскости $x + 2y + 3z = 9$. Найти радиус этой окружности.

Раздел 3. Преобразования плоскости

Контрольная работа 8 «Группа преобразований подобия плоскости» Вариант 0

1. Доказать, что тождественное преобразование и осевая симметрия образуют вместе группу преобразований.
2. Найти уравнение образа прямой $2x + y - 3 = 0$ при вращении вокруг точки $O(0;0)$ на угол 45° .
3. Найти аналитическое выражение осевой симметрии, если дано уравнение ее оси: $2x - y - 6 = 0$.
4. Установить, какими движениями являются следующие композиции:
а) $Z_A \circ T_v^-$; б) $T_v^- \circ Z_B$; в) $R_Q^\alpha \circ Z_A$; г) $Z_A \circ R_Q^\alpha$; е) $R_A \circ T_v^- \circ R_A^{-1}$.
5. Выяснить, является ли данное преобразование подобием, если да, то представить его в виде композиции гомотетии на движение: $x' = 4x - y + 3, y' = x + 4y + 1$.
6. Найти коэффициент гомотетии, если известны координаты ее центра $Q(-4;6)$ и дано, что прямая $3x - y - 2 = 0$ преобразуется в прямую $3x - y + 8 = 0$.

Контрольная работа 9 «Группа аффинных преобразований плоскости. Групповой подход к геометрии» Вариант 0

1. Доказать, что множество, состоящее из тождественного преобразования и всех перспективно-аффинных преобразований плоскости на себя, имеющих общую ось, является группой.
2. На плоскости даны два параллелограмма: $ABCD$ и $PQRS$. Найдите все аффинные преобразования плоскости, при которых первый параллелограмм отображается на второй.
3. Выяснить, является ли перспективно-аффинным преобразование плоскости, заданное формулами: $x' = 4x + 2y - 5, y' = 6x + 5y - 10$.

Раздел 4. Многомерные пространства

Контрольная работа 10
«Аффинное и евклидово n-мерные пространства»
Вариант 0

1. Установить, являются ли линейно независимыми следующие системы векторов, заданных в пространстве R_4 своими координатами: $\vec{a}(2;3;4;-3)$, $\vec{b}(-5;-4;-9;2)$, $\vec{c}(4;7;8;-5)$, $\vec{d}(3;5;5;3)$.
2. Составить параметрические уравнения плоскости, заданной в аффинном четырехмерном пространстве своими общими уравнениями: $x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 3 = 0$, $3x_2 + 2x_3 - x_4 - 4 = 0$.
3. В E_4 вычислить расстояние от точки $M(2; 3; -1; 4)$ до плоскости $x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 1 = 0$.

Контрольная работа 11
«Квадратичные формы и квадрики»
Вариант 0

1. Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу:

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

$$1) x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2 \quad (n=3);$$

$$x_1 = y_3 - y_1, \quad x_2 = 3y_2 + 4y_1 - y_3, \quad x_3 = 2y_2 - y_1;$$

$$2) x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2; \quad y_1 = x_2 - x_1, \quad y_2 = x_3 - x_2, \quad y_3 = x_1 + x_2 + x_3;$$

3. Привести данную квадратичную форму к каноническому виду, используя метод Лагранжа, и указать формулы преобразования переменных и канонический базис:

$$1) 9x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2;$$

$$2) x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1.$$

4. Привести уравнение квадрики в евклидовом точечном пространстве E_n к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований, найти формулы преобразований и определить вид квадрики:

$$1) E_2, Q: 4x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 20x_1 - 10x_2 + 5 = 0;$$

$$2) E_3, Q: x_1^2 + 7x_2^2 - 8x_1x_2 + 6x_1 - 6x_2 + 9 = 0.$$

Вопросы для подготовки к коллоквиуму 1 (6 семестр)

1. Определение вектора. Сложение векторов, его алгебраические законы. Два способа построения.

2. Умножение вектора на число. Законы умножения. Признак коллинеарности двух векторов.
3. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Теорема о линейной зависимости системы из n векторов. Подсистема линейно независимой системы векторов.
4. Базис на прямой. Критерий коллинеарности векторов.
5. Базис на плоскости. Критерий компланарности векторов.
6. Базис в пространстве. Линейная зависимость системы более, чем из трех векторов геометрического пространства.
7. n -мерное векторное пространство. Базис и координаты вектора. Теорема о единственности координат.
8. Скалярное произведение векторов. Его алгебраические и геометрические свойства.
10. Скалярное произведение векторов. Вычисление в координатах и приложения.
11. Аффинная система координат на плоскости. Координаты точки. Решение простейших задач.
12. Формулы перехода от одной аффинной (прямоугольной декартовой) системы координат к другой.
13. Уравнение фигуры. Две задачи аналитической геометрии. Вывести уравнение окружности.
14. Способы задания прямой на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения.
15. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Геометрический смысл углового коэффициента. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом.
16. Расположение прямой относительно системы координат в зависимости от равенства нулю некоторых из коэффициентов в общем уравнении прямой.
17. Геометрический смысл неравенств $Ax+By+C>0$, $Ax+By+C<0$.
18. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой.
19. Условие перпендикулярности двух прямых.
20. Определение и вывод канонического уравнения эллипса.
21. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
22. Определение и вывод канонического уравнения гиперболы.
23. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению.
24. Определение и вывод канонического уравнения параболы. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.
25. Директориальное свойство эллипса и гиперболы. Другие определения эллипса и гиперболы.
26. Полярная система координат на плоскости. Переход от полярных координат точки к декартовым и обратно.
27. Полярные уравнения конических сечений.

Вопросы для подготовки к экзамену (7 семестр)

1. Векторное произведение векторов и его геометрические свойства. Сформулировать алгебраические свойства. Доказать антикоммутативность и закон вынесения скалярного множителя.
2. Смешанное произведение векторов, его геометрические и алгебраические свойства.
3. Дистрибутивный закон векторного произведения.
4. Вычисление векторного и смешанного произведения в координатах. Приложения векторного и смешанного произведения.
5. Аффинный репер и аффинные координаты в трехмерном пространстве. Свойства координат. Решение простейших задач. Аффинные и метрические задачи.

6. Формулы перехода от одной аффинной системы координат к другой.
7. Уравнение множества точек. Две основные задачи аналитической геометрии.
8. Алгебраические поверхности. Вывод уравнения сферы.
9. Плоскости в трехмерном пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках.
10. Общее уравнение плоскости.
11. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения плоскости.
12. Условие параллельности вектора и плоскости. Расположение плоскости в системе координат в зависимости от ее уравнения.
13. Условия взаимного расположения двух плоскостей.
14. Геометрический смысл неравенств $Ax+By+Cz+D>0$, $Ax+By+Cz+D<0$. Вывод формулы для вычисления расстояния от точки до плоскости.
15. Способы задания прямой в трехмерном пространстве. Переход от одного вида уравнений прямой к другому.
16. Условия взаимного расположения прямой и плоскости.
17. Условия взаимного расположения двух прямых в трехмерном пространстве.
18. Вычисление углов между двумя плоскостями, между прямой и плоскостью, между двумя прямыми в трехмерном пространстве.
19. Вычисление расстояний от точки до прямой и между двумя прямыми в трехмерном пространстве (рассмотреть все возможные случаи).
20. Определение цилиндрической поверхности. Направляющая и образующие.
21. Определение конической поверхности. Направляющая и образующие.
22. Конус второго порядка. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
23. Определение поверхности вращения. Параллели и меридианы. Вывод уравнения поверхности вращения.
24. Эллипсоиды. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
25. Однополостные гиперболоиды. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
26. Двуполостные гиперболоиды. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
27. Эллиптические параболоиды. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
28. Гиперболические параболоиды. Исследование методом сечений. Построение в системе координат.
29. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
30. Прямолинейные образующие гиперболоического параболоида.
31. Классификация квадрик (случаи трех, двух и одного квадратов).

Вопросы для подготовки к коллоквиуму 2 (8 семестр)

1. Отображения, биекции, преобразования. Примеры и контрпримеры. Композиция отображений, ее некоммутативность.
2. Аффинные преобразования. «Координатное» определение аффинного преобразования.
3. Геометрические свойства аффинных преобразований.
4. Неподвижные точки аффинных преобразований. Аффинные преобразования плоскости с двумя или тремя неподвижными точками. Строение аффинной группы.
5. Нахождение неподвижных прямых аффинного преобразования.
6. Аналитическое задание движений евклидовой плоскости. Движения первого и второго рода.

7. Параллельный перенос плоскости и его свойства.
8. Поворот плоскости и его свойства. Центральная симметрия плоскости как частный случай поворота плоскости.
9. Осевая симметрия плоскости и ее свойства.
10. Скользящая симметрия плоскости и ее свойства.
11. Разложение движений плоскости в композицию не более трех осевых симметрий.
12. Неподвижные точки движений плоскости. Классификация движений плоскости (теорема Шаля).
13. Группы самосовмещений фигур, примеры, отсутствие в них переносов и скользящих симметрий в случае ограниченности фигуры.
14. Разложение аффинного преобразования на движение и растяжения.
15. Подобия, их групповые и геометрические свойства.
16. Гомотетия плоскости и ее свойства.
17. Разложение подобия в композицию движения и гомотетии. Формулы подобий.
18. Неподвижные точки подобий. Классификация подобий плоскости.
19. Преобразования прямых и окружностей в инверсии.
20. Эрлангенская программа Ф.Клейна. Предмет геометрии данной группы преобразований.

Вопросы для подготовки к экзамену (9 семестр)

1. Определение n -мерного аффинного пространства. Простейшие следствия из системы аксиом n -мерного аффинного пространства.
2. Аффинный репер в n -мерном аффинном пространстве. Координаты точек. Формулы преобразования координат точек при переходе от одного аффинного репера к другому.
3. k -плоскости. Определение. Примеры. Свойства.
4. Параметрические и общие уравнения k -плоскости.
5. Взаимное расположение двух плоскостей в n -мерном аффинном пространстве.
6. Определение n -мерного евклидова векторного пространства. Длина вектора. Угол между векторами.
7. Определение n -мерного евклидова пространства (точечного). Метрика в евклидовом пространстве.
8. Ортогональное дополнение подпространства. Полный перпендикуляр к k -плоскости.
9. Уравнение полного перпендикуляра. Формула вычисления расстояния от точки до гиперплоскости.
10. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
11. Квадратичные формы. Закон инерции. Положительно определенные формы.
12. Квадрики в аффинном пространстве. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду.
13. Квадрики в аффинном пространстве. Классификация квадрик.
14. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
15. Квадрики в трехмерном евклидовом пространстве.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

Примеры оценочных средств по каждому типу заданий:

№ n/n	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-1. Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности				
1.	Задание закрытого типа	Если векторы $\vec{a}=\{7;-4;1\}$ и $\vec{b}=\{1;n;5\}$ перпендикулярны, то n равно 1) 0 2) 1 3) 3	3	2
2.		Отношение, в котором координатная плоскость Oxz делит отрезок $[AB]$, где $A(2;-1;7)$ и $B(4;5;-2)$, равно 1) 0,1 2) 0,2 3) 0,3	2	3
3.		Прямая $l: \begin{cases} y-2z+4=0 \\ 3y+z+5=0 \end{cases}$ параллельна 1) оси Ox 2) оси Oy 3) плоскости Oyz	1	3
4.		Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{AB}=\{2;-2;-3\}$ и $\vec{AC}=\{2;0;3\}$ равна 1) 7 2) 14 3) 28	1	3
5.	Задание комбинированного типа	Скалярное произведение векторов $\vec{a}=\{1;-2;-3\}$ и $\vec{b}=\{x;4;8\}$ равно -10. Тогда x равен 1) 21 2) 22 3) 40	2 По определению скалярного произведения двух ненулевых векторов имеем: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot x + (-2) \cdot 4 + (-3) \cdot 8 = -10$, отсюда $x=22$.	3
6.	Задание открытого типа	Решите задачу: Составить уравнение	Воспользуемся уравнением плоскости с направляющими векторами, взяв в качестве	8

№ n/n	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		плоскости, проходящей через три точки: $A(3;0;1)$, $B(-2;4;3)$, $C(1;2;3)$.	направляющих векторов $AB=\{-5;4;2\}$ и $AC=\{-2;2;2\}$ и точку $A(3;0;1)$ в качестве начальной точки. Искомое уравнение плоскости: $\begin{vmatrix} x-3 & yz-1 \\ -5 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$ или $2x+3y-z-5=0$.	
7.		Решите задачу: Докажите, что уравнение $x^2+y^2+z^2+2x+4y-8z$ определяет сферу, найдите её центр и радиус.	Преобразуем данное уравнение, выделив полные квадраты: $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2-1-4-16$, $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=19$. Следовательно, данное уравнение определяет сферу с центром в точке $O(-1;-2;4)$ радиуса $R=\sqrt{19}$.	10
8.		Решите задачу: Вычислите объем V тетраэдра с вершинами в точках $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$ и $D(4;1;3)$.	Так как объем тетраэдра, построенного на векторах AB , AC и AD , равен $1/6$ объема параллелепипеда, построенного на этих же векторах, то $V=1/6 AB \cdot AC \cdot AD $. Найдем координаты векторов $AB=\{3;6;3\}$, $AC=\{1;3;-2\}$ и $AD=\{2;2;2\}$. Тогда $V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 3$.	10
9.		Решите задачу: Центральная симметрия относительно точки $A(a_1; a_2)$ переводит точку $M(x;y)$ в точку $M'(x';y')$. Найдите формулы, задающие центральную симметрию	Так как по определению точка A является серединой отрезка $[MM']$, то $(x+x')/2=a_1$ и $(y+y')/2=a_2$. Отсюда получаем искомые формулы: $x'=2a_1-x$, $y'=2a_2-y$.	8

№ n/n	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		относительно точки А		
10.		Решите задачу: Напишите общее уравнение плоскости по ее параметрическим уравнениям $x=2+3u-4v$ $y=4-v$ $z=2+3u$	Из заданной системы уравнений исключим параметры u и v , для чего из второго уравнения выразим параметр $v: v=4-y$, а из третьего — параметр $u: u=(z-2)/3$, и подставим их значения в первое уравнение: $x=2+3\cdot((z-2)/3)-4(4-y)$. После упрощения получим искомое уравнение $x-4y-z+16=0$.	10

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (6 семестр)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				
1.	Контрольная работа №1.	По 2 балла за правильно выполненное задание 1 и 2, по 3 балла за правильно выполненное задание 3 и 4	10	по расписанию
2.	Контрольная работа №2.	По 2 балла за каждое правильно выполненное задание 1-3 и 4 балла за правильно выполненное задание 4	10	по расписанию
3.	Контрольная работа №3.	По 2 балла за правильно	10	по

		выполненное задание 1 и 2, по 3 балла за правильно выполненное задание 3 и 4		расписание
4.	Контрольная работа №4.	По 2 балла за каждое правильно выполненное задание	10	по расписание
5.	Коллоквиум №1.	По 25 баллов за каждый правильный ответ на вопрос	50	по расписание
Всего			90	-
Блок бонусов				
6.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по расписание
7.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
8.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
9.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Итого:			100	

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (7 семестр)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				
1.	Контрольная работа №5.	По 2 балла за каждое правильно выполненное задание	10	по расписание
2.	Контрольная работа №6.	По 2 балла за каждое правильно	14	по расписание

		выполненное задание		ию
3	Контрольная работа №7.	По 3 балла за правильно выполненное задание 1 - 4, 4 балла за правильно выполненное задание 5	16	по расписанию
Всего			40	-
Блок бонусов				
4.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по расписанию
5.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
6.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
7.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Дополнительный блок				
8.	Экзамен	по 25 баллов за каждый правильный ответ на каждый вопрос	50	по расписанию
Всего			50	
Итого:			100	

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (8 семестр)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				
1.	Контрольная работа №8.	По 7 баллов за правильно выполненное задание 1 - 3,5,6 10 баллов за правильно	45	по расписанию

		выполненное задание 4		
2.	Контрольная работа №9.	По 15 баллов за каждое правильно выполненное задание	45	по расписанию
Всего			90	-
Блок бонусов				
3.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по расписанию
4.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
5.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
6.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Итого:			100	

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю) (9 семестр)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий/баллы	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Основной блок				
1.	Контрольная работа №10.	По 6 баллов за каждое правильно выполненное задание 1,2 и 8 баллов за правильно выполненное задание 3	20	по расписанию
2.	Контрольная работа №11.	По 5 баллов за каждое правильно выполненное задание	20	по расписанию
Всего			40	-
Блок бонусов				
3.	Посещение занятий	0,1 балл за	2	

		занятие, но не более 2		по расписан ию
4.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
5.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
6.	Знание материала выходящего за рамки лекций	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	
Всего			10	
Дополнительный блок				
7.	Экзамен	по 25 баллов за каждый правильный ответ на каждый вопрос	50	по расписан ию
Всего			50	
Итого:			100	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено
Ниже 60		

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Атанасян С.Л., Покровский В.Г. Геометрия 1: учебное пособие для вузов. М.: Лаборатория знаний, 2021. 334 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785932085073.html> (ЭБС «Консультант студента»).
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник для вузов. Санкт-Петербург-Москва-Краснодар: ЛАНЬ, 2022. 312 с. URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html> (ЭБС «Консультант студента»).
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М. 1954. 356 с.

8.2. Дополнительная литература

1. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2024. 233 с. URL <https://urait.ru/bcode/537091> (Образовательная платформа ЮРАЙТ).
1. Сабитов И.Х., А. А. Михалев А.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов . М.: Юрайт, 2024. 258 с. URL: <https://urait.ru/bcode/539950> (Образовательная платформа ЮРАЙТ).

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: www.studentlibrary.ru
2. Образовательная платформа ЮРАЙТ: <https://urait.ru/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).