МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП
А.П. Мешкова

«__29_» ___08_____ 2023_ г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой МиМП
_____ И.А. Байгушева

«__29__» _____08_____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Составитель(-и)	**Сячина Е.И., старший преподаватель каф ФМО**
Направление подготовки / специальность	**38.05.01 Экономическая безопасность**
Направленность (профиль) ОПОП	
Квалификация (степень)	**специалист**
Форма обучения	**заочная**
Год приема	**2023**
Курс	**1**
Семестр(ы)	**1**

Астрахань – 2023

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целями освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра» является формирование у будущих специалистов базовых математических знаний для решения задач в профессиональной деятельности, умений аналитического мышления и математического формулирования экономических задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля): познакомить студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры, подготовить к изучению других дисциплин.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. **Учебная дисциплина (модуль)** «Линейная алгебра» относится к обязательной части учебного плана **Б1.Б.08.02** и изучается в 1 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами математической подготовки в средней общеобразовательной школе.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

–Математический анализ;
–Теория вероятностей;
–Математическая статистика;
- Статистика;
- Эконометрика;
- Практикум по математическому анализу;
- Финансы.
- Деньги, кредит, банки;
- Рынок ценных бумаг.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

а) универсальных (УК): способностью осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать знания и методы экономической науки, применять статистикоматематический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты (ОПК-1)

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать	Уметь	Владеть
УК-1: способность осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	*ИУК-1.1.1.* основные методы, способы и средства получения, хранения, поиска, систематизации, обработки и передачи информации.	*ИУК-1.2.1.* применять основные методы, способы и средства получения, хранения, поиска, систематизации, обработки и передачи информации.	*ИУК-1.3.1.* навыками самостоятельной работы информационно-поисковым и информационносправочными системами, используемыми в профессиональной деятельности.
ОПК-1: способность использовать знания и	*ИОПК-1.1.1.*	*ИОПК-1.2.1.*	*ИОПК-1.3.1.*

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать	Уметь	Владеть
методы экономической науки, применять статистикоматематический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты	основы линейной алгебры, необходимые для анализа экономических процессов.	применять методы линейной алгебры для оптимизации решения профессиональных экономических задач.	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объём дисциплины (модуля) составляет 6 зачётных(ые) единиц(ы), в том числе 16 часов(а), выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 8 часов(а) – лекции, 8 часов(а) – практические, семинарские занятия) и 200 часов(а) – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самостоят. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации
			Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	1	2	2			40	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 1, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
2	Тема 2. Матрицы и определители.	1	2	2			40	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 2, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
3	Тема 3. Векторные пространства.	1	2	2			40	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа №3, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
4	Тема 4. Линейные операторы.	1	1	1			40	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 3, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
5	Тема 5. Квадратичные формы.	1	1	1			40	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 4, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
ИТОГО			8	8			**200**	**ЭКЗАМЕН**

Условные обозначения:

Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторные работы; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции		Общее количество компетенций
		УК-1	ОПК-1	
Тема 1. Системы линейных уравнений.	44	+	+	2
Тема 2. Матрицы и определители.	44	+	+	2
Тема 3. Векторные пространства.	44	+	+	2
Тема 4. Линейные операторы.	42	+	+	2
Тема 5. Квадратичные формы.	42	+	+	2
Итого	**216**			

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Тема 1. Системы линейных уравнений.

Линейное уравнение и система уравнений. Совместные и несовместные системы. Основная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Ступенчатые матрицы. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. Расширенная матрица системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса, методом Гаусса-Жордана. Различные случаи решения систем, количество решений.

Арифметические n- мерные векторы. Операции над векторами. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов.

Строчечный и столбцовый ранги матрицы, неизменяемость их при элементарных преобразованиях над матрицами. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Однородная система линейных уравнений. Связь между решениями неоднородной линейной системы и соответствующей однородной. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений и способ ее построения.

Тема 2. Матрицы и определители.

Операции над матрицами и их свойства. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения.

Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки, инверсии, транспозиции. Определитель квадратной матрицы n-го порядка. Основные свойства определителей.

Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.

Необходимое и достаточное условие невырожденности матрицы. Определитель произведения матриц.

Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.

Правило Крамера. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевые решения.

Задачи с экономическим содержанием. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Тема 3. Векторные пространства.

Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств (плоскость и физическое 3-мерное пространство, пространство строк над данным полем, пространства многочленов, функций и матриц, пространство решений однородной системы линейных уравнений, нулевое пространство). Простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора. Размерность векторного пространства. Связь между координатами векторов относительно различных базисов. Изоморфизм векторных пространств одинаковой

размерности.

Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка множества векторов. Линейное многообразие. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств.

Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности. Ортогональное дополнение подпространства.

Тема 4. Линейные операторы.

Определение, примеры и простейшие свойства линейных операторов. Задание линейного оператора при помощи отображения базиса. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобие матриц. Обратимые линейные операторы.

Действие над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Область значений и ядро линейного оператора.

Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Тема 5. Квадратичные формы.

Определение квадратичной формы, матрица квадратичной формы, преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

Порядок проведения лекционного занятия.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

1 формулировку темы лекции;

2 указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;

3 изложение вводной части;

4 изложение основной части лекции;

5 краткие выводы по каждому из вопросов;

6 заключение;

7 рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Методические рекомендации для студентов

Организация самостоятельной работы

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

Самостоятельная работа включает в себя:

проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

Таблица 4. – Содержание самостоятельной работы обучающихся

Номер радела (темы)	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	40	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач
2	Тема 2. Матрицы и определители.	40	
3	Тема 3. Векторные пространства.	40	
4	Тема 4. Линейные операторы.	40	
5	Тема 5. Квадратичные формы.	40	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

Письменные работы, самостоятельно выполняемые обучающимися (курсовая работа/ курсовой проект, реферат, доклад и т.п.) учебным планом и/или рабочей программой при освоении дисциплины, не предусмотрены.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Системы линейных уравнений.	*Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция*	*Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии*	*Не предусмотрено*
Тема 2. Матрицы и определители.	*Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция*	*Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах*	*Не предусмотрено*
Тема 3. Векторные пространства.	*Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления*	*Фронтальный опрос, технология дифференци-рованного обучения, вы-полнение практических заданий, работа в малых группах*	*Не предусмотрено*
Тема 4. Линейные операторы.	*Лекция-визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция*	*Фронтальный опрос, технология дифференци-рованного обучения, вы-пол-*	*Не предусмотрено*

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
		нение практических заданий, работа в малых группах	
Тема 5. Квадратичные формы.	*Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления*	*Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, работа в малых группах*	*Не предусмотрено*

6.2. Информационные технологии

- использование возможностей интернета в учебном процессе (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.);
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
OpenOffice	Пакет офисных программ
Maple 18	Система компьютерной алгебры

MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебный год	*Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем*
2023/2024	Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». https://library.asu.edu.ru
	Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: http://journal.asu.edu.ru/
	Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО "ИВИС". http://dlib.eastview.com *Имя пользователя: AstrGU* *Пароль: AstrGU*
	Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов www.polpred.com
	Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) - сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. http://mars.arbicon.ru
	Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержится огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. http://www.consultant.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	УК-1, ОПК-1	Экспресс-опросы на занятиях (устно), индивидуальные задания по учебникам, контрольные работы, письменные ответы на экзаменационные
2	Тема 2. Матрицы и определители.	УК-1, ОПК-1	
3	Тема 3. Векторные пространства.	УК-1, ОПК-1	
4	Тема 4. Линейные операторы.	УК-1, ОПК-1	

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
5	Тема 5. Квадратичные формы.	УК-1, ОПК-1	вопросы, итоговый тест

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Вопросы к экзамену

1. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы.
2. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы.
3. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.
4. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.
5. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

6. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.
7. Операции над матрицами и их свойства.
8. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
9. Определители. Основные свойства определителей.
10. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
11. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц.
12. Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.
13. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевые решения.
14. Определение, примеры и простейшие свойства линейных пространств.
15. Линейная зависимость и независимость векторов.
16. Базис и размерность линейного пространства.
17. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса пространства.
18. Связь между различными базисами пространства.
19. Подпространства линейного пространства.
20. Сумма и пересечение подпространств.
21. Определение, примеры и свойства евклидова пространства.
22. Длина вектора и угол между двумя векторами в евклидовом пространстве.
23. Ортогональный и ортонормированный базисы.
24. Определение, простейшие свойства и примеры линейных операторов.
25. Матрица линейного оператора.
26. Характеристическое уравнение линейного оператора.
27. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
28. Приведение матрицы к диагональному виду.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. Решить системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3-x_4=-6, \\ x_1+x_2+2x_3+3x_4=1, \\ 3x_1-x_2-x_3-2x_4=-4, \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4=-4. \end{cases}$

2. Даны векторы $a_1 = (4,3,2,1)$, $a_2 = (3,3,2,2)$, $a_3 = (1,1,1,3)$, $a_4 = (4,4,3,5)$, $a_5 = (-5,-4,-3,-4)$. Найти всевозможные линейные зависимости между векторами a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. Можно ли вектор a_2 линейно выразить через векторы a_1 и a_3 ? Можно ли вектор a_5 линейно выразить через векторы a_1, a_2, a_3, a_4? Найти какой-нибудь базис системы векторов a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. Выразить все векторы данной системы через векторы найденного базиса.

3. Дано: $a_1 = (3,4,2)$, $a_2 = (6,8,4)$, $b = (9,12, x)$. Найти все значения x, при которых вектор b линейно выражается через векторы a_1, a_2.

4. Найти ранг основной матрицы системы линейных уравнений, фундаментальную систему решений и записать общее решение системы уравнений $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4=0, \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4=0, \\ 2x_1+3x_2+x_3-x_4=0, \\ 2x_1+2x_2+2x_3+x_4=0, \\ 5x_1+5x_2+2x_3=0. \end{cases}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Записать и решить систему уравнений в матричной форме. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$

2. Решить матричное уравнение: $X\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 14 \\ 9 & -1 & 25 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix}$

3. Вычислить матрицу, обратную данной, используя формулу для обратной матрицы:
$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера: $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ -x_1 + 2x_3 = 1. \end{cases}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

1. Доказать, что отображение *f*, описываемое путем задания координат вектора *f(x)* как функций координат вектора $x = (x_1, x_2, x_3)$ в некотором базисе пространства R^3, является линейным оператором и найти его матрицу в том же базисе, в котором заданы координаты векторов *x* и $f(x) = (0; x_3 - x_1; 2x_3 + 2x_2)$.

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе данной матрицей: $\begin{pmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \\ 21 & -3 & -7 \end{pmatrix}$.

3. Найти базис суммы и пересечения линейных подпространств, порожденных соответственно векторами $a_1 = (1;2;1;-2)$, $a_2 = (2;3;1;0)$, $a_3 = (1;2;2;-3)$; $b_1 = (1;1;1;1)$, $b_2 = (1;1;0;2)$, $b_3 = (1;0;1;0)$.

4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов $a_1 = (0;1;-1;2)$, $a_2 = (1;0;-2;2)$, $a_3 = (-1;1;0;-2)$, $a_4 = (1;-1;-2;2)$, заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе данной матрицей: $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \\ 1 & -4 & -4 \end{pmatrix}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

1. Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу: $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

2. ЗАДАНИЕ 3. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

1) [illegible]

2) A – матрица квадратичной формы, C – матрица преобразования

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

3) [illegible] $C=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix};$

4) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix};$ [illegible]

3. Привести данную квадратичную форму к каноническому виду. Найти ранг и положительный и отрицательный индексы. Какие из данных форм являются положительно определенными?

1) $4x_1^2+4x_1x_2+5x_2^2;$

2) [illegible]

3) [illegible]

4) $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1.$

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

*В заданиях А1 – А8 Выберите правильный вариант ответа***.**

А1.(*5 баллов)*

Какой из указанных векторов является решением системы?

$$\begin{cases} 2x_1-7x_2+4x_3=-6, \\ 5x_1-4x_2+3x_3=5, \\ 6x_1+x_2-2x_3=12 \end{cases}$$

1) (2;-1;4); 2) (3;2;1); 3) (-1;1;3); 4) (2;2;1).

А2. (***5 баллов)***

Сколько решений может иметь система?

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_4=1, \\ x_1+x_2-x_3=3 \\ 3x_1+2x_2-5x_3+x_4=2 \end{cases}$$

1) 4; 2) 3; 3) 0; 4) 1.

А3.(***2 балла)***

Как изменится ранг данной матрицы, если из нее вычеркнуть вторую строку?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

1) увеличится на 1; 2) уменьшится на 1;

3) не изменится; 4) уменьшится на 2.

А4.(***8 баллов)***

Известно, что существуют сумма матриц A + B и их произведение AB. В матрице A 3 строки. Пусть в матрице B k столбцов. Тогда

1) k = 1; 2) k = 2; 3) k = 3; 4) k - любое.

А5. (***8 баллов)***

Матрица B получается из матрицы A умножением всех элементов первой строки на 2. Каким из указанных преобразований получается матрица B^{-1} из матрицы A^{-1}?

1) Все элементы первой строки умножаются на 2.
2) Все элементы первой строки делятся на 2.
3) Все элементы первого столбца умножаются на 2.
4) Все элементы первого столбца делятся на 2.

А6. ***(5 баллов)***

Известно, что $\det(A^tB) = 10$. Чему равен $\det(B^tA)$?

1) 0,1; 2) -10; 3) – 0,1; 4) 10.

А7. (***2 балла)***

Являются ли векторы *a, 2a, b, b-c* линейно зависимыми?

1) нет; 2) да.

А8. (***8 баллов)***

В матрице A 8 строк и 5 столбцов. Верно ли, что строки этой матрицы линейно независимы?

да; 2) нет.

В заданиях B1 – B12 ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Укажите это число.

B1. (***5 баллов)*** Найти сумму значений *a*, при которых векторы *(2;-3;2-4a)* и *(4;-6;2a-6)* линейно зависисмы.

B2. (***5 баллов)*** Сколько базисов имеет система векторов (1;4;-1), (-3;-12;3), (2;4;1)?

B3. (***2 балла)*** Общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса имеет вид: $x_1 = 3x_2 + x_4 - x_5$, $x_3 = x_4 + x_5$, x_2, x_4, x_5 – любые. Сколько векторов содержит фундаментальная система решений?

B4. (***5 баллов)*** Известно, что

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица C получается из A умножением всех элементов первой строки на 2. Чему равна сумма элементов первой строки матрицы CB?

B5. (***5 баллов)*** Чему равна сумма элементов первой строки матрицы A^{-1}, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

B6. (***5 баллов)*** A – матрица 4 порядка. Пусть a_1, a_2, a_3, a_4 – строки матрицы A. Пусть строки матрицы B суть a_2, a_3, a_4, a_1. Известно, что detA = 5. Чему равен detB?

B7. (***5 баллов)*** A – матрица 5 порядка. Известно, что detA = 7. Чему равен det(2A)?

B8. (***5 баллов)*** Известно, что detA = 5, detB = 4. Чему равен $\det(A^{-1}B)$?

B9. (***2 балла)*** Чему равен определитель, если первая его строка равна сумме второй и третьей строк?

B10. (***8 баллов)*** Найти сумму значений λ при которых матрица обратная к данной не существует

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 8 & 1 \\ 10 & -5 & \lambda \end{pmatrix}$$

B11. (***5 баллов)*** В системе три уравнения и три неизвестных, основная матрица системы невырождена. Столбец свободных членов равен удвоенному столбцу коэффициентов при x_2. Чему равна разность $x_3 - x_1$?

B12. (***5 баллов)*** Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений содержит 5 решений. Ранг основной матрицы системы равен 4. Сколько неизвестных в этой системе?

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
УК-1: способность осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода,вырабатывать стратегию действий				
1.	Задание закрытого типа	Определитель матрицы $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ равен 1) *cos*2*x* 2) 1 3) *sin*2*x* 4) -1	2	1-2
2.		Как изменится ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, если из нее вычеркнуть вторую строку? 1) увеличится на 1 2) уменьшится на 1 3) не изменится 4) уменьшится на 2	3	1
3.		Система уравнений $\begin{cases} 3x-2y+5z=3, \\ -9x+6y-11z=-7, \\ -24x+16y-36z=-22. \end{cases}$ имеет решений 1) одно 2) два 3) бесконечное множество 4) ни одного	3	7
4.		Пусть n – число неизвестных системы линейных уравнений, k – ранг основной матрицы системы, m – ранг расширенной матрицы системы. Система имеет решения при условии, что 1) k < n 2) m < n 3) k = m 4) m = n	3	1
5.		Решением системы $\begin{cases} 2x-7y+4z=-6, \\ 5x-4y+3z=5, \\ 6x+y-2z=12. \end{cases}$	4	4

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		является вектор 1) (2;-1;4) 2) (3;2;1) 3) (-1;1;3) 4) (2;2;1)		
6.	Задание открытого типа	Чему равен определитель 3-го порядка $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -5 & 1 & -2 \end{vmatrix}$?	-4	2-3
7.		Сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} 3x-2y+5z=3, \\ -9x+6y-11z=-7, \\ -24x+16y-36z=-22. \end{cases}$?	Бесконечное множество	7
8.		Пусть n – число неизвестных системы линейных уравнений, k – ранг основной матрицы системы, m – ранг расширенной матрицы системы. При каком условии система имеет решения?	k = m	3
9.		Что произойдет с рангом матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, если из нее вычеркнуть вторую строку?	не изменится	1
10.		Чему равен определитель матрицы $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$?	1	1-2
ОПК-1: способность использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.				
11.	Задание закрытого типа	Известно, что $detA$=4, $detB$=12. Чему равен $det(A^{-1}B)$? 1) 1/3 2) 3 3) 16 4) 48	2	2
12.		Решением матричного уравнения $XA = B$ является матрица 1) $X = A^{-1}B$	2	1

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		2) $X = BA^{-1}$ 3) $X = B^{-1}A$ 4) $X = \text{B}/\text{A}$		
13.		Матрице $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ соответствует квадратичная форма: 1) $3x_2 + 2xy + 4y_2$ 2) $3x_2 - 2xy + 4y_2$ 3) $3x_2 - xy + 4y_2$ 4) $9x_2 - 2xy + 16y_2$	2	1
14.		Векторы $\vec{a}$={0;−1;2}, $\vec{b}$={1;−2;2} и $\vec{c}$={−1;2;−2} являются 1) линейно зависимыми 2) линейно независимыми.	1	10-15
15.		Скалярное произведение векторов $\vec{x}$={0; −1; 2; 2} и $\vec{y}$={3;−2;1;5}в ортонормированном базисе равно 1) 10 2) 14 3) 17 4) 13	2	4
16.	Задание открытого типа	Бивалютная корзина стоимостью 95,37 руб. на 55% состоит из доллара, а на 45% из евро. Если бы она на 55% состояла из евро, а на 45% из доллара, то ее стоимость была бы равна 39,05 руб. Найти курс доллара.	33	10-12
17.		Выясните, являются ли векторы $\vec{a}$ = {0;−1;2}, $\vec{b}$ = {1;−2;2}, $\vec{c}$={−1;2;−2} линейно зависимыми или независимыми.	Линейно зависимые	10-15
18.		Известно, что $detA$=4, $detB$=12. Чему равен $det(A^{-1}B)$?	3	2
19.		Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $\begin{cases} -2x + 12 = p, \\ x + 3 = p. \end{cases}$ Найти точку рыночного равновесия.	(3;6)	7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
20.		Найдите скалярное произведение векторов $\vec{x}=\{0; -1; 2; 2\}$ и $\vec{y}=\{3;-2;1;5\}$в ортонормированном базисе.	14	4

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	Контрольная работа 1	1/10	10	По расписанию
2.	Контрольная работа 2	1/10	10	По расписанию
3.	Контрольная работа 3	1/10	10	По расписанию
4.	Контрольная работа 4	1/10	10	По расписанию
Всего			**40**	-
Блок бонусов				
5.	Посещение занятий	1	5	В течение семестра
6.	Своевременное выполнение всех заданий		5	В течение семестра
Всего			**10**	-
Дополнительный блок				
9.	Итоговый тест		20	Проводится в письменной форме в конце семестра
10.	Экзамен		30	Проводится в письменной форме по расписанию
Всего			**50**	
ИТОГО			**100**	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие без уважительной причины	-0,5
Нарушение учебной дисциплины	-0,5
Неготовность к занятию	-0,5
Пропуск занятия без уважительной причины	-0,5

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) Основная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания, решение типовых задач и варианты заданий для студентов 1-го курса МГСУ, обучающихся по направлениям подготовки 080100 «Экономика», 080200 «Менеджмент», 230100 «Информатика и вычислительная техника».— М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2014. — 83 с. URL: http://www.iprbookshop.ru/25511.html. (ЭБС «IPRbooks»)
2. Пчелинцев С.В., Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3-х ч. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учеб. пособие / С.В. Пчелинцев, В.А. Бабайцев, А.С. Солодовников и др.; под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. - М. : Финансы и статистика, 2013. - 256 с. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034413.html. (ЭБС «Консультант студента»).
3. Солодовников А.С., Математика в экономике: учебник. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. - 3-е изд., перераб. и доп.- М. : Финансы и статистика, 2013. - 384 с. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034888.html. (ЭБС «Консультант студента»).

б) Дополнительная литература:

4. Беклемишев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html. (ЭБС «Консультант студента»).
5. Бутузов В.Ф., Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 248 с. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html. (ЭБС «Консультант студента»).
6. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии: учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013.- 130 с. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778222755.html. (ЭБС «Консультант студента»).

в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля)

1. **Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента».** Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований. **www.studentlibrary.ru.** *Регистрация с компьютеров АГУ*
2. **Электронная библиотечная система IPRbooks.** www.iprbookshop.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения занятий по дисциплине «Высшая математика» имеются лекционные аудитории, аудитории для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью и средствами наглядного представления учебных материалов: мультимедиа-проектором или интерактивной доской; библиотека с местами, оборудованными компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).