МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ОПОП	И.о. заведующего кафедрой информационной безопасности
Р.Ю. Демина	В.А. Черкасова
«05» мая 2025 г.	«05» мая 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Теория принятия решений и методы оптимизации
(наименование)

Составитель(-и)	**Мартьянова А.Е., к.т.н., доцент кафедры информационной безопасности**
Направление подготовки	**10.03.01 ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**
Направленность (профиль) ОПОП	**«Организация и технология защиты информации (в сфере информационных и коммуникационных технологий)»**
Квалификация (степень)	**бакалавр**
Форма обучения	**очно-заочная**
Год приема	**2023**
Курс	**3**
Семестры	**6**

Астрахань, 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целью освоения дисциплины (модуля) «Теория принятия решений и методы оптимизации» является формирование у студентов знаний основных методов принятия решений и оптимизации, развитие в процессе обучения системного мышления, сравнительного анализа.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля):

– ознакомить студентов с основными классами задач оптимизации, методами нахождения решений,

– подготовить студентов к установке, настройке, эксплуатации и поддержании в работоспособном состоянии компонентов системы обеспечения информационной безопасности с учетом установленных требований.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Теория принятия решений и методы оптимизации» Б1.Б.27 относится к обязательной (базовой) части учебного плана направления подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность» 2022 года набора и осваивается в 6 семестре, общая трудоемкость дисциплины – 4 ЗЕ, 144 часов, итоговая форма контроля – экзамен.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, формируемые предшествующими дисциплинами (модулями):

1. Информатика.
2. Математика.
3. Основы программирования.

<u>знания</u>:

- основ информационных технологий и информационной безопасности, современных информационнокоммуникационных технологий, программных средств системного и прикладного назначения,
- основ математики, основных математических методов,
- основ программирования;

<u>умения</u>:

- применять информационные технологии и основы информационной безопасности, выбирать информационнокоммуникационные технологии, программные средства системного и прикладного назначения,
- решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования,
- использовать языки программирования и технологии программных средств для решения задач профессиональной деятельности;

<u>навыки</u>:

использования информационных технологий и основ информационной безопасности, применения современных информационно-коммуникационных технологий, программных средств системного и прикладного назначения,

- математического исследования объектов профессиональной деятельности,
- программирования для решения задач профессиональной деятельности.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для который необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

1. Методы и средства криптографической защиты информации;
2. Системы искусственного интеллекта в информационной безопасности;
3. Анализ данных в информационной безопасности;

4. Проектирование и эксплуатация защищенных информационных систем.

Также дисциплина «Теория принятия решений и методы оптимизации безопасности» поможет студентам при реализации задач преддипломной практики и написанию бакалаврской работы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки /специальности:

общепрофессиональных (ОПК): ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-12. Способен проводить подготовку исходных данных для проектирования подсистем, средств обеспечения защиты информации и для технико-экономического обоснования соответствующих проектных решений.

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты по дисциплине (модулю)		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	ИОПК-3.1. Знать: основы математики, основные математические методы.	ИОПК-3.2. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования.	ИОПК-3.3. Владеть: навыками математического исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-12. Способен проводить подготовку исходных данных для проектирования подсистем, средств обеспечения защиты информации и для технико-экономического обоснования соответствующих проектных решений	ИОПК-12.1. Знать: основные исходные данные для проектирования подсистем.	ИОПК-12.2. Уметь: проводить экспериментальные исследования и проектировать подсистемы и средств обеспечения защиты информации.	ИОПК-12.3. Владеть: методами технико-экономического обоснования соответствующих проектных решений.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объем дисциплины (модуля) 4 ЗЕ, 144 часов, в том числе 45 часов выделено на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 15 – лекции, 30 – лабораторные работы) и 99 часов – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Семе	неде ля семе	Контактная работа	Самостоят. работа	Формы текущего контроля

	(модуля)			(в часах)					успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Раздел 1. Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический метод.	6	25-26	2		4		12	Устный опрос. Лабораторная работа 1
2	Раздел 2. Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.	6	27-28	2		4		12	Устный опрос. Лабораторная работа 2
3	Раздел 3. Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.	6	29-30	2		4		12	Устный опрос. Лабораторная работа 3
4	Раздел 4. Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.	6	31-32	2		4		12	Устный опрос. Лабораторная работа 4. Контрольная работа 1.
5	Раздел 5. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственность в линейном программировании.	6	33-34	2		4		14	Устный опрос. Лабораторная работа 5

6	Раздел 6. Целочисленное программирование. Метод Гомори.	6	35-36	2		4		13	Устный опрос. Проверочное тестирование
7	Раздел 7. Транспортная задача. Задача о назначении.	6	37-38	2		4		12	Устный опрос. Лабораторная работа 6
8	Раздел 8. Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.	6	39-40	1		2		12	Устный опрос. Контрольная работа 2.
	ИТОГО		144	**15**		**30**		**99**	**ЭКЗАМЕН**

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Компетенции		Общее количество компетенций
		ОПК 3	ОПК 12	
Раздел 1. Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический метод.	18	+	+	2
Раздел 2. Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.	18	+	+	2
Раздел 3. Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод	18	+	+	2

с дроблением шага, метод Ньютона.				
Раздел 4. Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.	18	+	+	2
Раздел 5. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственность в линейном программировании.	20	+	+	2
Раздел 6. Целочисленное программирование. Метод Гомори.	19	+	+	2
Раздел 7. Транспортная задача. Задача о назначении.	18	+	+	2
Раздел 8. Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.	15	+	+	2
ИТОГО	144			

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

Раздел 1 Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Функции одной переменной. Функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический метод.

Раздел 2 Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.

Итерационные и интерполяционные методы оптимизации функций одной переменной:

- Метод бисекций.
- Метод дихотомии.
- Метод Фибоначчи.
- Метод «золотого сечения».
- Итерационный метод regula falsi (метод «секущих»).
- Метод Ньютона-Рафсона.
- Метод квадратичной интерполяции.

Раздел 3 Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.

Численные методы безусловной оптимизация функций многих переменных.

Методы прямого поиска:

- Прямой случайный поиск.
- Случайный поиск на гиперсфере.
- Метод Хука-Дживса (поиск по образцу).

Градиентные методы:
- Покоординатный спуск (метод Гаусса-Зейделя).
- Методы наискорейшего спуска.
- Метод сопряженного градиента Флетчера-Ривса.

Ньютоновские методы:
- Классификация Ньютоновских методов.
- Метод Ньютона-Рафсона.

Раздел 4 Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.

Раздел 5 Линейное программирование. Симплекс-метод.
Двойственность в линейном программировании.
Каноническая и стандартная формы задачи ЛП. Переход от одной формы к другой. Графический метод решения задач ЛП. Симплекс-метод Данцига. Двойственность в задачах ЛП. Пример практического применения ЛП

Раздел 6 Целочисленное программирование. Метод Гомори.

Раздел 7 Транспортная задача. Задача о назначении.

Раздел 8 Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

При подготовке к лекционным занятиям необходимо воспользоваться учебно-методической литературой (основной) из п.8 № 1 – 6.

При подготовке к лабораторным занятиям необходимо воспользоваться учебно-методической литературой (дополнительной) из п.8 № 1 – 10.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Во время самостоятельной работы необходимо воспользоваться учебно-методической литературой из п.8 (основной) № 1 – 3, (дополнительной) № 1 – 6, Интернет-ресурсами № 1 – 2.

Таблица 4 – Содержание самостоятельной работы обучающихся

Номер раздела (темы)	Темы/вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
1.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета по лабораторной работе 1.	12	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
2.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета по лабораторной работе 2.	12	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
3.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета по лабораторной работе 3.	12	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
4.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета	12	Внеаудиторная,

	по лабораторной работе 4. Подготовка к контрольной работе 1.		изучение учебных пособий
5.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета по лабораторной работе 5.	14	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
6.	Подготовка к устному опросу. Подготовка к тестированию.	13	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
7.	Подготовка к устному опросу. Подготовка отчета по лабораторной работе 6.	12	Внеаудиторная, изучение учебных пособий
8.	Подготовка к устному опросу. Подготовка к контрольной работе 2.	12	Внеаудиторная, изучение учебных пособий

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно – не предусмотрены.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический метод.	Обзорная лекция	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 2. Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.	Лекция -презентация	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 3. Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.	Лекция -презентация	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 4. Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.	Обзорная лекция	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 5. Линейное	Лекция -презентация	Не предусмотрено	выполнение

программирование. Симплекс-метод. Двойственность в линейном программировании.			лабораторной работы
Раздел 6. Целочисленное программирование. Метод Гомори.	Лекция -презентация	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 7. Транспортная задача. Задача о назначении.	Лекция -презентация	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы
Раздел 8. Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.	Обзорная лекция	Не предусмотрено	выполнение лабораторной работы

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line в формах: видеолекций, лекций-презентаций, видеоконференции, собеседования в режиме чат, форума, чата, выполнения виртуальных практических и/или лабораторных работ и др.

Максимальный объем занятий обучающегося с применением электронных образовательных технологий не должен превышать 25%.

6.2. Информационные технологии

– использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т.д.));

– использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;

– использование возможностей электронной почты преподавателя;

– использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);

– использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);

– использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров.

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда

Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013 , Microsoft Office Visio 2013	Офисная программа
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: https://library.asu.edu.ru.
2. Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: http://journal.asu.edu.ru/.
3. Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО «ИВИС»: http://dlib.eastview.com/
4. Электронно-библиотечная система elibrary. http://elibrary.ru
5. Справочная правовая система КонсультантПлюс: http://www.consultant.ru
6. Информационно-правовое обеспечение «Система ГАРАНТ»: http://garant-astrakhan.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория принятия решений и методы оптимизации» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1)	Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 1

	метод.		
2)	Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 2
3)	Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 3
4)	Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 4. Контрольная работа 1.
5)	Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственность в линейном программировании.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 5
6)	Целочисленное программирование. Метод Гомори.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Проверочное тестирование
7)	Транспортная задача. Задача о назначении.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Лабораторная работа 6
8)	Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.	ОПК 3, ОПК 12	Вопросы для обсуждения. Контрольная работа 2.

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

При решении комплексной ситуационной задачи можно использовать следующие критерии оценки:

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетвори тельно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлет-	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы

ворительно»	преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетвори тельно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлет-ворительно»	не способен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тема 1. Общая постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Функции одной переменной. Функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Аналитический метод.

1. Вопросы для обсуждения

1) Общая постановка задачи оптимизации.
2) Классификация задач оптимизации.
3) Функции одной переменной.
4) Функции многих переменных.
5) Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума.
6) Аналитический метод.

2. Лабораторная работа 1

Лабораторная работа 1.
Классификация задач и методов оптимизации
Классификация задач

По виду целевой функции.

В общем случае:

При имеем задачу *однокритериальной* или *скалярной* оптимизации.

При - задача *многокритериальной* или *векторной* оптимизации.

По размерности вектора независимых переменных

При - задача *одномерной* (иногда - *линейной*) оптимизации.

При - задача *многомерной* оптимизации или *задача* оптимизации со *многими переменными*.

По допустимой области

$D = S$ - задача *безусловной* оптимизации или *задача* оптимизации *без ограничений* (какие-либо ограничения на неизвестные отсутствуют);

$D \subset S$ - задача *условной* оптимизации или *задача с ограничениями* (т.е. в задаче не все значения переменных допустимы).

По пространству оптимизации

$S = \boldsymbol{R}^n$ - *задача* оптимизации *с непрерывными переменными;*

$S = \boldsymbol{Z}^n$ - задача *целочисленной оптимизации;*

$S = \boldsymbol{B}^n$ - задача *булевой оптимизация* (частный случай задачи целочисленной оптимизации, при которой переменные могут принимать только два значения - ноль и единица). Если при этом *f(X)* принимает значения из $\boldsymbol{R}^n$, то - задача *псевдобулевой оптимизации;*

Если значение целевой функции зависит от некоторых комбинаций объектов из конечного набора, их размещения или способа упорядочения, то такие задачи называются задачами *комбинаторной оптимизации.*

Задачи целочисленной и комбинаторной оптимизации объединяются понятием задач *дискретной оптимизации.*

В задачах *смешанной оптимизации* могут одновременно присутствовать переменные нескольких или даже всех типов (наиболее известный частный случай - задачи *смешанного целочисленного* программирования с целочисленными и непрерывными переменными).

По свойствам функций, входящих в постановку задачи оптимизации

Целевая функция имеет более одного локального экстремума - задача *глобальной* или *многоэкстремальной* оптимизации (если требуется найти все локальные экстремумы или наилучший из них)

В задачах *локальной* оптимизации требуется найти один локальный экстремум (единственный для одноэкстремальной (унимодальной) целевой функции или любой для многоэкстремальной).

Если целевая функция и/или функции, описывающие ограничения, заданы не аналитически (в виде компьютерных программ, имитационных моделей, человеко-машинных процедур или как выход реальной системы), то это - задачи *оптимизации с неявными функциями* (поисковые задачи оптимизации).

Если все функции, входящие в постановку задачи, записываются в явном аналитическом виде, то это - задача *математического программирования.*

Общая формулировка задачи математического программирования имеет вид:

при ограничениях

Если все функции, входящие в постановку задачи, являются непрерывно дифференцируемыми - задача *дифференцируемой* оптимизации, иначе - задача *не дифференцируемой оптимизации.*

Если целевая функция выпукла, функции-ограничения образуют выпуклую допустимую область то это - задача *выпуклой оптимизации.*

Если целевая функция сепарабельна, ограничения линейны - задача *сепарабельного программирования.*

Если все функции общего вида - общая задача *нелинейного программирования*

Если целевая функция и функции-ограничения являются линейными относительно независимых переменных, имеем задачу *линейного программирования.*

Более узкие постановки задачи линейного программирования - *транспортная* задача, задача *о назначениях*, задача *целочисленного линейного программирования* и т.п.

Классификация методов оптимизации

Один из способов состоит в классификации методов по типу информации о производных, требуемой для организации процесса оптимизации.

Согласно этому способу методы подразделяются на:

- методы нулевого порядка, требующие только вычислений значений функции в точках пространства оптимизации и не требующие вычисления производных;
- методы первого порядка (градиентные), требующие кроме значений функции в точке еще и вычисления производных первого порядка для определения градиента;
- методы второго порядка (ньютоновские), для работы которых требуются еще и производные второго порядка.

Другая классификация:

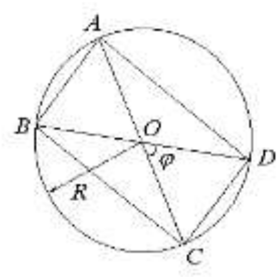
- методы *прямого поиска;*
- методы *линейной аппроксимации*;
- методы *квадратичной аппроксимации.*

По степени математической обоснованности методы делятся на *эвристические* и *рациональные*.

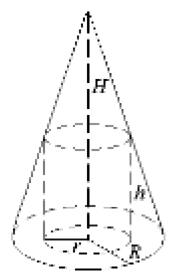
Методы оптимизации подразделяют также на *детерминированные* и *стохастические*. Стохастические алгоритмы используют элементы случайности при выборе направления или длины шага в процессе оптимизации.

Решение простых задач оптимизации

Задача 1. Найти стороны прямоугольника, вписанного в окружность радиуса R и имеющего наибольшую площадь S (рис В.1).



Задача 2. В прямой круговой конус вписан прямой круговой цилиндр так, что основания конуса и цилиндра лежат в одной плоскости (рис.В.2). Найти наибольшую возможную часть объема конуса, занятую таким цилиндром.



Задача 3. Найти экстремумы функции

на R^3.

Задача 4. Найти экстремумы функции на R^2.

Тема 2. Одномерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.

1. Вопросы для обсуждения

1) Одномерная оптимизация.
2) Численные методы поиска экстремума.
3) Итерационные и интерполяционные методы оптимизации функций одной переменной:
4) Метод бисекций
5) Метод дихотомии
6) Метод Фибоначчи
7) Метод "золотого сечения"
8) Итерационный метод regula falsi (метод «секущих»)
9) Метод Ньютона-Рафсона
10) Метод квадратичной интерполяции

2. Лабораторная работа 2

Лабораторная работа 2
Классические методы безусловной оптимизации

Решить задачи:

1. Найти точки экстремума функции $f(X)=\frac{(x_1-3)^2}{4}+\frac{(x_2+2)^2}{9}$ на множестве R^2.
Ответ: в $x^*=(3;-2)^T$ - одновременно локальный и глобальный минимум.

2. Найти точки экстремума функции $f(X)=x_1^2-4x_1x_2+4x_2^2$ на множестве R^2.

Ответ: так как $f(X)=(x_1-2x_2)^2$, то во всех точках прямой с уравнением $x_1=2x_2$ достигается одновременно локальный и глобальный минимум.

3. Проверить знакоопределенность матрицы Гессе целевой функции $f(X)=x_1^3+x_2^3-3x_1x_2$ в точке $(0;0)^T$.

Ответ: матрица Гессе и соответствующая квадратичная форма неопределенные.

4. Проверить знакоопределенность матрицы Гессе целевой функции $f(X)=\frac{x_1^2}{4}+x_2^2$.

Ответ: матрица Гессе и соответствующая квадратичная форма положительно определенные.

5. Проверить знакоопределенность матрицы Гессе целевой функции $f(X)=x_1^2-4x_1x_2+4x_2^2$.

Ответ: матрица Гессе положительно полуопределенная.

Тема 3. Многомерная оптимизация. Численные методы поиска экстремума. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.

1. Вопросы для обсуждения

1) Численные методы безусловной оптимизация функций многих переменных
Методы прямого поиска:
2) Прямой случайный поиск
3) Случайный поиск на гиперсфере
4) Метод Хука-Дживса (поиск по образцу)
5) Градиентные методы:
6) Покоординатный спуск (метод Гаусса-Зейделя)
7) Методы наискорейшего спуска

8) Метод сопряженного градиента Флетчера-Ривса
9) Ньютоновские методы:
10) Классификация Ньютоновских методов
11) Метод Ньютона-Рафсона

2. Лабораторная работа 3

Лабораторная работа 3
Численные методы безусловной оптимизации

Решить задачи:

1. Методом Свена найти начальный интервал неопределенности для решения задачи $f(x) = x^2 + 6x + 12 \to \min$ при x^0=-10, t =2; x^0=1, t =2; x^0=1, t =1; x^0=0, t =1.

Ответ: L_0=[-8;4], L_0=[-5;1], L_0=[-6;0], L_0=[-7;-1].

2. Методами бисекций, дихотомии, «золотого сечения», Фибоначчи решить задачу $f(x) = x^2 + 6x + 12 \to \min$ при L_0=[-4;1].

Ответ: Метод бисекций – при l=1 $x^* \in L_6$=[-3,375;-2,750];

Метод дихотомии – при l=1, ε=0,2 $x^* \in L_6$=[-3,4;-2,6];

Метод «золотого сечения» – при l=1 $x^* \in L_5$=[-3,271;-2,541]; при l=0,1 $x^* \in L_{10}$=[-3,033;-2,967];

Метод Фибоначчи – при N=5, δ=0,1 $x^* \in L_5$=[-3,375;-2,650]; при N=5, δ=0,01 $x^* \in L_5$=[-3,375;-2,740].

Точное решение x^* = -3.

3. Сделать три итерации методом Хука-Дживса в задаче $f(X) = 4(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 6)^2 \to \min$ при ε=0,1; Δ_1=Δ_1=0,5; α=1,5; λ=1.

Ответ: полученные точки $(1,5;2)^T$, $(1,5;2,5)^T$, $x_1=(2;3)^T$, $(2,5;3)^T$, $(2,5;3,5)^T$, $x_2=(3,5;4,5)^T$, $(4;4,5)^T$, $(4;5)^T$, $x_3=(5,5;6,5)^T$.

Точное решение $X^* = (5;6)^T$.

4. Методами покоординатного спуска, Гаусса-Зейделя, Флетчера-Ривса и Ньютона-Равсона решить задачу:

$$f(X) = x_1^3 - x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 3x_2 - 4 \to \min, \quad X^0 = (0;0)^T$$

Ответ: точное решение $X^*=(1/2; -5/4)^T$.

5. Методами покоординатного спуска, Гаусса-Зейделя, Флетчера-Ривса и Ньютона-Равсона из начальных точек $X^0=(0,5;0,1)^T$ и $X^0=(-0,1;-0,5)^T$ решить задачу:

$$f(X) = x_1^3 - x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 3x_2 - 4 \to \min$$

Ответ: точное решение $X^*=(0;1)^T$ из точки $X^0=(0,5;0,1)^T$ и $X^*=(0; -1)^T$ из точки $X^0=(-0,1;-0,5)^T$.

Тема 4. Задачи условной оптимизации. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.

1. Вопросы для обсуждения

1) Задачи условной оптимизации.
2) Необходимые и достаточные условия условного экстремума.
3) Метод множителей Лагранжа.

2. Лабораторная работа 4

Лабораторная работа 4
Классические методы условной оптимизации

Решить задачи:

1. Найти условный экстремум в задаче

$$f(X) = x_1 + x_2 \to extr,$$

$$g_1 = x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0.$$

Ответ: в точке X^*=(-2; -2)^T – условный минимум, а в точке X^*=(2; 2)^T – условный максимум.

2. Найти условный экстремум в задаче

$$f(X) = (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \to extr,$$

$$g_1(X) = x_1^2 + x_2^2 - 1 \le 0,$$

$$g_2(X) = -x_1 \le 0, \quad g_3(X) = x_2 \le 0$$

Ответ: в точке X^*=(0; 0)^T – условный минимум, а в точке X^*=($\sqrt{2}/2; -\sqrt{2}/2$)^T – условный максимум.

3. Контрольная работа 1

Вопросы к контрольной работе № 1

1. Общая постановка задачи оптимизации.
2. Классификация задач оптимизации.
3. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума.
4. Аналитический метод.
5. Одномерная оптимизация.
6. Численные методы поиска экстремума.
7. Метод сканирования, половинного деления, золотого сечения, Ньютона.
8. Многомерная оптимизация.
9. Численные методы поиска экстремума.
10. Метод покоординатного спуска, градиентный метод с дроблением шага, метод Ньютона.
11. Задачи условной оптимизации.
12. Необходимые и достаточные условия условного экстремума.
13. Метод множителей Лагранжа.

Тема 5. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственность в линейном программировании.

1. Вопросы для обсуждения

1) Линейное программирование. Симплекс-метод.
2) Двойственность в линейном программировании Каноническая и стандартная формы задачи ЛП. Переход от одной формы к другой
3) Графический метод решения задач ЛП
4) Симплекс-метод Данцига
5) Двойственность в задачах ЛП
6) Пример практического применения ЛП

2. Лабораторная работа 5

Лабораторная работа 5
Линейное программирование (ЛП)

1. Решить графически задачу ЛП:

$$f(X) = -x_1 - x_2 \to extr$$

$$x_1 \ge 1, \quad x_2 \ge 1.$$

Ответ: в точке A=(1;1)^T – достигается максимум, а минимума нет, т.к множество допустимых решений в направлении антиградиента – не ограничено.

2. Симплекс-методом решить задачу:

$$f(X) = -3x_1 - 4x_2 \to \max,$$
$$6x_1 + 6x_2 + x_3 = 36,$$
$$4x_1 + 8x_2 + x_4 = 32,$$
$$x_j \geq 0,\ j = 1, 2, 3, 4.$$

Ответ: X^*=(0; 0;36;32)^T

3. Симплекс-методом решить задачу:

$$f(X) = -3x_1 + 2x_2 \to \max,$$
$$-2x_1 + 3x_2 \geq 6,$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 16,$$
$$x_j \geq 0,\ j = 1, 2.$$

Ответ: X^*=(0; 4)^T – точка максимума.

4. Найти целочисленное решение методом Гомори:

$$f(X) = 10x_1 + x_2 \to \max$$
$$4x_1 + 5x_2 \leq 20,$$
$$-x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 1$$
$$\frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0 \quad x_1, x_2 \in Z$$

Ответ: X^*=(2; 0)^T.

5. Найти целочисленное решение методом Гомори:

$$f(X) = 3x_1 + 2x_2 \to \max$$
$$-x_1 + 2x_2 \leq 4,$$
$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$
$$x_1 - x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \in Z$$

Ответ: X^*=(3; 1)^T.

Тема 6. Целочисленное программирование. Метод Гомори.

1. Вопросы для обсуждения

1) Целочисленное программирование.
2) Метод Гомори.

2. Проверочное тестирование

Пробные тесты

1. По степени математической обоснованности методы делятся на

эвристические
рациональные
прямого поиска
квадратичной аппроксимации

2. Классификация методов по типу информации о производных, требуемой для организации процесса оптимизации

методы нулевого порядка
методы первого порядка
методы второго порядка
методы третьего порядка

3. Расставьте в правильной последовательности Стратегия поиска включает в себя три этапа:

Выбор начального интервала неопределенности.
Уменьшение интервала неопределенности
Проверку условия окончания.

4. Какой метод позволяет на каждом шаге уменьшать вдвое длину интервала, содержащего минимум, причем значения целевой функции вычисляются с этой целью в двух определенных точках.

Метод бисекций
Метод дихотомии
Метод Фибоначчи

5. В каком методе интервал неопределенности на каждом шаге делится на две части так, что отношение целого к большей части равно отношению большей части к меньшей

Метод бисекций
Метод дихотомии

Тема 7. Транспортная задача. Задача о назначении.

1. Вопросы для обсуждения

1) Транспортная задача.
2) Задача о назначении.

2. Лабораторная работа 6

Лабораторная работа 6

1. Решить транспортную задачу:

Пункты	B_1	B_2	B_3	Запасы
A_1	1	2	4	90
A_2	1	3	4	30
A_3	2	2	3	40
Потребности	50	60	10	120

Ответ:

$$X^* = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 0 \\ 40 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \end{pmatrix}$$

2. Решить транспортную задачу:

Пункты	B_1	B_2	Запасы
A_1	1	2	40
A_2	3	2	30

A_3	1	4	30
Потребности	30	70	100

Ответ: $$X^* = \begin{pmatrix} 0 & 40 \\ 0 & 30 \\ 30 & 0 \end{pmatrix}$$

Тема 8. Комбинаторные задачи. Задача коммивояжера.

1. Вопросы для обсуждения

1) Комбинаторные задачи.
2) Задача коммивояжера.

2. Контрольная работа 2

Вопросы к контрольной работе № 2

1. Линейное программирование.
2. Симплекс-метод.
3. Двойственность в линейном программировании.
4. Целочисленное программирование.
5. Метод Гомори.
6. Транспортная задача.
7. Задача о назначении.
8. Комбинаторные задачи.
9. Задача коммивояжера.

Перечень вопросов к экзамену

1. Что такое целевая функция, вектор независимых переменных, множество допустимых значений неизвестных, пространство оптимизации?
2. Какие задачи и методы оптимизации Вы знаете?
3. На чем основаны классические методы безусловной оптимизации функций одной и многих переменных?
4. В чем отличие критериев существования экстремума для функций одной переменной и функций многих переменных?
5. Для чего служат критерий Сильвестра и критерий собственных значений?
6. В чем отличие пассивной и последовательной стратегии поиска экстремумов?
7. К какой стратегии поиска относятся итерационные и интерполяционные методы оптимизации? В чем отличие между этими методами?
8. Для чего служит метод Свена и в чем его сущность?
9. В чем суть методов бисекций, дихотомии, Фибоначчи, «золотого сечения»? В скольки точках после нулевой итерации вычисляется значение целевой функции в каждом из этих методов?
10. В чем суть интерполяционных методов?
11. От чего зависит надежность и скорость сходимости интерполяционных алгоритмов?
12. Какие численные методы безусловной оптимизация функций многих переменных Вы знаете? Что такое «порядок» метода оптимизации?
13. В чем суть метода Хука-Дживса (поиска по образцу)?
14. В чем суть методов Гаусса-Зейделя, «наискорейшего спуска» и метода Флетчера-Ривса?

15. На чем основан метод Ньютона-Рафсона отыскания безусловного экстремума функции многих переменных?

16. Каковы необходимые и достаточные условия существования экстремума в задачах условной оптимизации?

17. Каков алгоритм решения задачи условной оптимизации классическими методами?

18. Какие группы численных методов условной оптимизации Вы знаете?

19. Каковы основные условия, позволяющие строить модели линейного программирования?

20. Какие существуют формы задачи линейного программирования?

21. Как осуществляется переход между различными формами записи задачи линейного программирования?

22. На чем основан графически метод решения задач линейного программирования?

23. В чем заключается стратегия симплекс-метода решения задач линейного программирования?

24. Какие способы нахождения начального базиса Вы знаете? Что такое М-задача?

25. Из каких шагов состоит процедура нахождения решения задачи симплекс-методом?

26. Что такое двойственная задача к задаче линейного программирования?

27. В чем отличие целочисленной задачи линейного программирования от общей задачи ЛП?

28. В чем суть метода Гомори?

29. Какие типы транспортных задач Вы знаете? Как осуществляется переход между ними?

30. Какими методами находится начальный план перевозок?

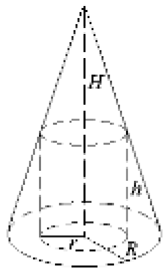
31. Каков алгоритм метода потенциалов решения транспортной задачи?

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

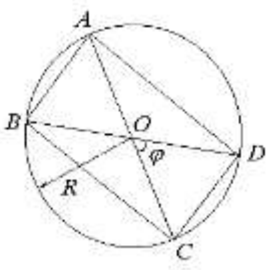
№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности				
1.	Задание закрытого типа	Наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения: 1. Линейное программирование 2. Объектно-ориентированное программирование 3. Структурное программирование 4. Программирование на ЯВУ	1	2
2.		Основные условия,	1, 2, 3	2

		позволяющие строить модели линейного программирования: 1. Пропорциональность 2. Аддитивность 3. Неотрицательность 4. Конгруэнтность 5. Допустимость 6. Положительность		
3.		Этап принятия решения состоит: 1. из коллективной экспертной оценки; 2. из принятия решения лицом, принимающим решение; 3. из разработки оценочной системы; 4. из разработки плана действий.	1, 2, 4	2
4.		Конкретную обстановку при принятии решения оценивают: 1. по достоверности информации, по управляемости фирмы, по ресурсам, по сложности разрешения проблемы; 2. по разрешимости ситуации, способности персонала найти пути и средства решения проблемы; 3. по технике, по технологии, по времени, по эффективности по кадровым, материальным и информационным ресурсам; 4. по сложности и разрешимости проблемы, ресурсному обеспечению и мотивации персонала.	3	2
5.		Выработка управленческого решения включает в себя? 1. определение целей, разработку вариантов, оценку вариантов, выбор решения и его реализацию; 2. определение проблемы, выбор цели, разработку вариантов решения, выбор окончательного варианта и его реализацию; 3. разработку вариантов, оценку и сравнение	1, 3	2

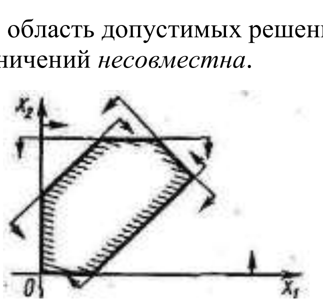
		вариантов, вероятность реализации альтернатив и их эффективность, выбор решения; 4. выбор целей, критериев реализации решения, разработку вариантов, утверждение оптимального варианта.		
6.	Задание открытого типа	Какие этапы включает в себя стратегия поиска выбора точек, в которых производится вычисление значений функции	Стратегия поиска выбора точек, в которых производится вычисление значений функции включает в себя три этапа: 1. Выбор начального интервала неопределенности. Границы интервала должны быть такими, чтобы функция *f(x)* была унимодальной, то есть имела только одну точку минимума на этом интервале. 2. Уменьшение интервала неопределенности. Методами поиска определяется достаточно малый интервал, в котором находится минимум, осуществляя при этом наименьшее количество вычислений функции (так как затраты на вычисления могут быть весьма велики). 3. Проверку условия окончания. Поиск заканчивается, когда длина текущего интервала неопределенности оказывается меньше установленной величины.	3
7.		Характерные черты задач линейного программирования	Характерные черты задач линейного программирования: 1. Допустимая область всегда является выпуклым многогранником даже в случае, когда она не ограничена. 2. Оптимальное решение всегда достигается в вершинах допустимой области. 3. Если оптимальное решение не одно, то значение функции совпадает во всех точках-решениях.	3
8.		Численные методы условной оптимизации	Численные методы условной оптимизации: 1. Методы, использующие преобразование задачи условной оптимизации в последовательность задач безусловной оптимизации путем введения в рассмотрение вспомогательных функций. Такие методы называются методами последовательной безусловной оптимизации. 2. Методы непосредственного решения задачи условной оптимизации, основанные на движении из одной допустимой точки, где выполнены все ограничения, к другой допустимой точке с лучшим значением целевой функции. Эти методы называются методами возможных направлений.	3
9.		В прямой круговой конус вписан прямой круговой цилиндр так, что основания конуса и цилиндра лежат в одной плоскости (рис.1). Найти наибольшую возможную часть объема конуса, занятую таким	Обозначим высоту и радиус основания цилиндра через h и r, а высоту и радиус основания конуса через H и R. Запишем отношение их объемов $\eta = \frac{\pi r^2 h}{\pi R^2 H/3} = 3\frac{r^2 h}{R^2 H}$ Это равенство задает целевую функцию, в которой в качестве параметров оптимизации можно взять отношения r/R и h/H. Из условия задачи (цилиндр	5

		цилиндром.  Рис.1– Изображение прямого кругового конуса с вписанным прямым круговым цилиндром	вписан в конус) вытекает ограничение $r/R=(H-h)/H$. Подставляя его в целевую функцию, получаем $\eta=\eta\left(\frac{h}{H}\right)=3\left(1-\frac{h}{H}\right)^2\frac{h}{H}$, $\frac{h}{H}\in(0,1)$ Введем обозначение $x=\frac{h}{H}$. Тогда целевая функция η примет вид $\eta=\eta(x)=3(1-x)^2x$, $x\in(0,1)$ Очевидно, что эта функция определена не только на интервале $(0,1)$, но и на всей числовой оси x. Но мы рассмотрим ее на отрезке $[0,1]$. Нетрудно видеть, что $\eta(x)>0$ на $(0,1)$ и $\eta(0)=\eta(1)=0$. Кроме того, функция $\eta=\eta(x)$ дифференцируема. Для определения точки x^0 максимума функции $\eta(x)$ на $(0,1)$ вычислим ее производную в точках $x\in(0,1)$. $\eta'(x)=3\left(3x^2-4x+1\right)=9\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-3)$ Видим, что производная $\eta'(x)$ обращается в нуль в единственной точке $x^*=\frac{1}{3}$ интервала $(0,1)$. При этом $\eta'(x)>0$, если $x\in\left(0,\frac{1}{3}\right)$ и $\eta'(x)<0$, если $x\in\left(\frac{1}{3},1\right)$. Отсюда следует, что функция $\eta(x)$ достигает максимума на интервале $(0,1)$ в точке $x^*=\frac{1}{3}$. Таким образом, при $\frac{h}{H}=\frac{1}{3}$ функция $\eta\left(\frac{h}{H}\right)$, $\frac{h}{H}\in(0,1)$ достигает максимума $\eta\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$. При этом отношение радиусов оснований цилиндра и конуса будет $\frac{r}{R}=\frac{2}{3}$.	
10.		Классификация методов оптимизации по типу информации о производных, требуемой для организации процесса оптимизации	Классификация методов оптимизации по типу информации о производных, требуемой для организации процесса оптимизации: - методы нулевого порядка, требующие только вычислений значений функции в точках пространства оптимизации и не требующие вычисления производных; - методы первого порядка (градиентные), требующие кроме значений функции в точке еще и вычисления производных первого порядка для определения градиента;	2

			- методы второго порядка (ньютоновские), для работы которых требуются еще и производные второго порядка.	
ОПК-12. Способен проводить подготовку исходных данных для проектирования подсистем, средств обеспечения защиты информации и для технико-экономического обоснования соответствующих проектных решений				
11.	Задания закрытого типа	Классификация задач оптимизации по размерности вектора независимых переменных 1. Задачи одномерной и многомерной оптимизации 2. Задачи однокритериальной и многокритериальной оптимизации 3. Задачи безусловной и условной оптимизации 4. Задачи дифференцируемой и не дифференцируемой оптимизации 5. Задачи скалярной и векторной оптимизации	1	2
12.		Градиент функции направлен 1. Параллельно линии уровня 2. Перпендикулярно линии уровня 3. По касательной к линии уровня 4. Перпендикулярно к касательной к линии уровня 5. Параллельно касательной к линии уровня	2	2
13.		Задача математического программирования является линейной, если 1. Если ее целевая функция линейна 2. Если ее ограничения линейны 3. Если ее целевая функция и ограничения линейны	3	2

		4. Если независимые переменные этой функции линейны 5. Если график этой функции линейный		
14.		Гессиан – это 1. Матрица частных производных первого порядка функции *n* переменных 2. Единичная матрица 3. Треугольная матрица 4. Матрица частных производных второго порядка функции *n* переменных 5. Нет правильного ответа	4	2
15.		Оптимум задачи линейного программирования – это 1. Любое значение целевой функции 2. Целевая функция приведена к линейному виду 3. Найдена область оптимального плана 4. Оптимальный план 5. Значение целевой функции на оптимальном плане	5	2
16.	Задания открытого типа	Найти стороны прямоугольника, вписанного в окружность радиуса R и имеющего наибольшую площадь S (рис.1).  Рис.1	Диагональ вписанного в окружность прямоугольника $ABCD$ является диаметром окружности и имеет фиксированную длину. Площадь S прямоугольника $ABCD$ удовлетворяет равенству $S = 2R^2 \sin\varphi$. Ясно, что S будет наибольшей при $\sin\varphi = 1$, т. е. при $\varphi = \frac{\pi}{2}$. В этом случае диагонали прямоугольника $ABCD$ перпендикулярны, а сам прямоугольник представляет собой квадрат. Таким образом, прямоугольником наибольшей площади, вписанным в окружность радиуса R, является квадрат со стороной $R\sqrt{2}$ и площадью $2R^2$. Заметим, что в этой задаче в роли <u>целевой функции</u> выступала действительная функция одной переменной $S = S(\varphi) = 2R^2 \sin\varphi$. Переменная φ - параметр	5

			оптимизации удовлетворяет ограничениям $0 < \varphi < \pi$ (угол между диагоналями прямоугольника невырожден, т. е. $\varphi \neq 0$, $\varphi \neq \pi$). Таким образом, здесь рассматривается задача $S = S(\varphi) = 2R^2 \sin\varphi \to \max$; $0 < \varphi < \pi$ Если в качестве параметров оптимизации выбрать длины $a > 0$, $b > 0$ сторон прямоугольника $ABCD$, то получим целевую функцию S, представленную в другом виде $S = S(a, b) = ab$ и ограничение на параметры оптимизации $\sqrt{a^2 + b^2} = 2R$, нелинейное по отношению к этим параметрам a и b. Поэтому рассматриваемую задачу можно отнести к задачам нелинейного программирования. Ее математическую формулировку можно представить в виде: $S = S(a,b) = ab \to \max$; $a > 0$, $b > 0$, $a^2 + b^2 = 4R^2$ Эту задачу способом, основанным на использовании формулы $S = 2R^2 - \frac{(a-b)^2}{2}$, из которой следует, что S достигает наибольшего значения при $a = b$, т. е. когда прямоугольник $ABCD$ является квадратом со сторонами $a = b = R\sqrt{2}$.	
17.		Найти экстремумы функции на R^2 классическим методом безусловной оптимизации	Найдем градиент исходной функции: $\Rightarrow X_0 = (0,0)^T$ Найдем матрицу Гессе для исходной функции: По критерию Сильвестра имеем: $\Delta_1 = g_{11} = 2 > 0$; $\Delta_2 =$ $= 4 > 0 \Rightarrow X_0$ – точка локального минимума. По критерию собственных значений имеем: $= 0 \Rightarrow (2-\lambda)^2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 2 > 0 \Rightarrow X_0$ – точка локального минимума. Таким образом, установлено, что функция строго выпуклая на R^2 (выпуклом множестве). Следовательно, X_0 – точка локального и одновременно глобального минимума.	4
18.		Найти условный экстремум в задаче $f(X) = x_1^2 + x_2^2 \to \text{extr}$ $g_1(X) = x_1 - 1 = 0,$ $g_2(X) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0.$	1. Составим обобщенную функцию Лагранжа: $L(X, \lambda_0, \lambda) = \lambda_0(x_1^2 + x_2^2) + \lambda_1(x_1 - 1) + \lambda_2(x_1 + x_2 - 2)$ 2. Запишем необходимые условия первого порядка: а) $\frac{\partial L(X,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_1} = 2\lambda_0 x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$; $\frac{\partial L(X,\lambda_0,\lambda)}{\partial x_2} = 2\lambda_0 x_2 + \lambda_2 = 0$; б) $g_1(X) = x_1 - 1 = 0$, $g_2(X) = x_1 + x_2 - 2 \leq 0$; в) $\lambda_2 \geq 0$ - для условного минимума $\lambda_2 \leq 0$ - для условного максимума; г) $\lambda_2 g_2(X\ \ ) = \lambda_2(x_1 + x_2 - 2) = 0$. 3. Решим полученную систему для двух случаев: 1) $\lambda_0 = 0$. Тогда $\lambda_1 = 0$ и $\lambda_2 = 0$, что противоречит необходимому условию первого порядка 2) $\lambda_0 \neq 0$. Поделим условия «а», «в» и «г» из п.2 на λ_0 и заменим $\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$ на λ_1, $\frac{\lambda_2}{\lambda_0}$ на λ_2. Условие «а» записывается в виде: $\frac{\partial L(X,\lambda)}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$;	5

			$\frac{\partial L(X,\lambda)}{\partial x_2} = 2x_2 + \lambda_2 = 0;$ Остальные соотношения сохраняют свой вид. Рассмотрим варианты удовлетворения условия дополняющей нежесткости «г»: 1) $\lambda_2 = 0$. Тогда $x_2 = 0$. Из ограничения следует $x_1 = 1$, а из условия «а» : $\lambda_1 = -2$. Имеем условно-стационарную точку A: $x_1 = 1, x_2 = 0, \lambda_1 = -2, \lambda_2 = 0$, в которой удовлетворяются необходимые условия и минимума, и максимума; 2) $\lambda_2 \neq 0$. Тогда $x_1 + x_2 - 2 = 0$, $2x_1 + \lambda_1 + \lambda_2 = 0$, $2x_2 + \lambda_2 = 0$, $x_1 - 1 = 0$. Получаем условно-стационарную точку B: $x_1 = 1, x_2 = 1, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = -2 < 0$ в которой удовлетворяются условия максимума. 4. Для выделенных на шаге 3 точек A и B проверим достаточные условия существования экстремума. Исследуем точку A. Ограничение-неравенство не является активным. Поэтому $l = 1 < n = 2$ и достаточные условия первого порядка не выполняются. Проверим условия второго порядка: $d^2L(A) = 2\mathrm{dx}_1^2 + 2\mathrm{dx}_2^2$. Так как ограничение $g_2(x) \leq 0$ в точке A пассивно, то $dg_1(A) = \mathrm{dx}_1 = 0$ и $d^2L(A) = 2\mathrm{dx}_2^2 > 0$ при $dx_2 \neq 0$. Следовательно, в точке A – условный локальный минимум. Исследуем точку B. Ограничение $g_2(x) \leq 0$ в точке B активно. Поэтому $l = 2 = n = 2$. Так как $\lambda_2 = -2 < 0$, то в точке B выполняются достаточные условия первого порядка и она является точкой локального максимума. 5. Значения функции в точках условного экстремума: $f(A) = 1; f(B) = 2.$	
19.		Решить задачу линейного программирования графическим методом $f(X) = c_1x_1 + c_2x_2 \to \min$ при ограничениях	Каждое неравенство $a_{ij}x_1 + a_{ij}x_2 \leq b_i$ определяет в плоскости x_1Ox_2 полуплоскость с граничной прямой $a_{ij}x_1 + a_{ij}x_2 = b_i$. Точки, лежащие в полуплоскости, удовлетворяют данному неравенству. Неравенства $x_1 \geq 0$ и $x_2 \geq 0$ определяют первый квадрант в системе координат. Множество точек пересечения всех этих полуплоскостей образует многоугольник решений (*область допустимых решений*). Каждая точка этого многоугольника есть решение системы ограничений или *допустимый план* задачи ЛП. Многоугольник решений может быть неограниченной областью или вырождаться в прямую (луч, отрезок) или в точку. Если область допустимых решений пустая, то система ограничений *несовместна*.  Таким образом, при графическом способе решения задачи ЛП необходимо: 1. Построить множество допустимых решений. В общем случае оно представляет собой выпуклый	5

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>многоугольник.
2. Найти градиент целевой функции. В силу ее линейности градиент постоянен и может быть построен в любой точке координатной плоскости. Как правило, его строят в начале координат.
3. Провести линию уровня функции, перпендикулярную градиенту.
4. Передвигать линию уровня параллельно самой себе до касания с множеством допустимых решений. Точки касания являются точками экстремума.
5. Классифицировать точки касания с использованием свойств градиента.</td><td></td></tr>
<tr><td>20.</td><td></td><td>Найти начальный план перевозок в транспортной задаче, заданной матрицей:
<table>
<tr><td>Пунк-ты</td><td>B_1</td><td>B_2</td><td>B_3</td><td>Запасы</td></tr>
<tr><td>A_1</td><td>2
10</td><td>3
10</td><td>4
•</td><td>20</td></tr>
<tr><td>A_2</td><td>1
•</td><td>2
10</td><td>5
30</td><td>40</td></tr>
<tr><td>Потреб-ности</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>60</td></tr>
</table></td><td>Начинаем с северо-западного угла, т.е. x_{11} = min [20;10] = 10. Тогда в пункте B_1 потребности удовлетворены и, следовательно, x_{21} = 0 (в таблице ставим точку). Первый столбец выбывает из рассмотрения.
Продолжаем с северо-западного угла, т.е. x_{12} = min [(20-10);20] = min [10;20] = 10. Тогда запасы в пункте A_1 исчерпаны и x_{13} = 0 (в таблице ставим точку). При этом первая строка выбывает из рассмотрения.
Вновь продолжаем с северо-западного угла:
x_{22} = min [40;(20-10)] = min [40;10] = 10.
Потребности в пункте B_2 удовлетворены, и второй столбец выбывает из рассмотрения.
Заполняем последний элемент, находящийся в северо-западном углу: x_{23} = min [(40-10);30] = 30. Таким образом, получен начальный план перевозок:
$x_{11} = 10$ $x_{12} = 10$ $x_{13} = 0$
$x_{21} = 0$ $x_{22} = 10$ $x_{23} = 30$
с суммарной стоимостью $f = 2\cdot10 + 3\cdot10 + 4\cdot0 + 1\cdot0 + 2\cdot10 + 5\cdot30 = 220$. Число базисных клеток равно $m + n - 1 = 2 + 3 - 1 = 4$.</td><td>4</td></tr>
</table>

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

Методические рекомендации по выполнению лабораторных и контрольных работ, проведению экзамена

Отчет по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе представляется в электронном виде. Защита отчета проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя. В случае, если оформление отчета и поведение студента во время защиты соответствуют указанным требованиям, студент получает максимальное количество баллов.

Основаниями для снижения количества баллов в диапазоне от max до min являются:

- отсутствие списка использованной литературы,
- небрежное выполнение,
- отсутствие выводов.

Отчет не может быть принят и подлежит доработке в случае:

- отсутствия необходимых разделов,
- отсутствия необходимого графического материала,
- неверных результатов расчета.

В отчете по выполненной лабораторной работе должны быть указаны:

- тема лабораторной работы,
- пакет документов в соответствии с темой лабораторной работы,
- использованная литература.

Критерии оценки:

– оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если студент продемонстрировал глубокие знания теоретического материала и умение их применять, обоснованно изложил свои мысли, сделал необходимые выводы;

– оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если студент продемонстрировал глубокие знания теоретического материала и умение их применять, обоснованно изложил свои мысли, сделал необходимые выводы, допущены некоторые неточности, имеется одна негрубая ошибка;

– оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если студент ответил на вопросы преимущественно верно, имеются затруднения в формулировке выводов, имеются одна или две негрубые ошибки;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если студент не дал ответы на поставленные вопросы, обоснования неверные, либо дан верный ответ без его обоснования, сделаны грубые ошибки, отсутствуют знания по основам математики.

Контрольные работы

Контрольная работа состоит из 2-х заданий.

Основаниями для снижения оценки за задание являются:

- ошибки в объяснениях и комментариях при верно выполненном задании;
- неполный ответ для теоретический заданий;
- небрежное выполнение;
- многократное переписывание контрольной работы.

Задание не может быть засчитано, если:

- даны два неверных ответа на теоретические вопросы.

Метод "золотого сечения"

Критерии оценки контрольных работ:

– оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если студент продемонстрировал глубокие знания теоретического материала и умение их применять, обоснованно изложил свои мысли, сделал необходимые выводы и учел основные нормативно-правовые документы по информационной безопасности;

– оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если студент продемонстрировал глубокие знания теоретического материала и умение их применять, обоснованно изложил свои мысли, сделал необходимые выводы и учел основные нормативно-правовые документы по информационной безопасности, допущены некоторые неточности, имеется одна негрубая ошибка.

– оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если студент ответил на вопросы преимущественно верно, имеются затруднения в формулировке выводов, имеются одна или две негрубые ошибки, учтены не все нормативно-правовые документы по информационной безопасности;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если студент не дал ответы на поставленные вопросы, обоснования неверные, либо дан верный ответ без его обоснования, сделаны грубые ошибки, отсутствуют знания нормативно-правовых документов по информационной безопасности.

Критерии оценки теста:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он умеет безошибочно самостоятельно обрабатывать и интерпретировать данные при решении задач, как в стандартной, так и в нестандартной формулировке;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он умеет безошибочно самостоятельно обрабатывать и интерпретировать данные при решении задач в стандартной ситуации или за верное решение 75% - 89% заданий теста;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он умеет при решении задач обрабатывать данные с опорой на справочные материалы и помощь преподавателя, верно выполняя при этом 60% - 74% работы.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не умеет правильно обрабатывать данные, выполнил менее 60% заданий теста.
- оценка «зачтено» выставляется студенту, если тест студента оценен не ниже чем «удовлетворительно»;
- оценка «не зачтено», если тест оценен ниже чем «удовлетворительно».

Экзамен

Экзамен заключается в письменном ответе на 2 теоретических вопроса и устном собеседовании по каждому теоретическому вопросу.

Основаниями для снижения оценки за теоретический вопрос являются:

- небрежное выполнение;
- неполный ответ;
- наличие мелких неточностей или незначительных искажений фактов;
- неточные объяснения при собеседовании;
- отсутствие ответов на заданные при собеседовании вопросы.

В соответствии с балльно-рейтинговой системой БАРС по дисциплине на экзамен отводится 100 баллов (40 баллов на текущие формы контроля, 10 баллов на бонусы и 50 баллов отводится на экзамен),

Оценивание студентов на экзамене осуществляется в соответствие с требованиями и критериями 100-балльной шкалы. Учитываются как результаты текущего контроля, так и знания, навыки и умения, непосредственно показанные студентами в ходе экзамена.

Критерии оценок на экзамене:

40-50 баллов – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности.

35-39 баллов – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает отдельные неточности.

25-34 балла – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает некоторые ошибки общего характера.

20-24 балла – студент хорошо понимает пройденный материал, но не может теоретически обосновать некоторые выводы.

15-19 баллов – студент отвечает в основном правильно, но чувствуется механическое заучивание материала. 1

1-14 баллов – в ответе студента имеются существенные недостатки, материал охвачен «половинчато», в рассуждениях допускаются ошибки. 1

0 баллов – ответ студента правилен лишь частично, при разъяснении материала допускаются серьезные ошибки.

6-9 баллов – студент имеет общее представление о теме, но не умеет логически обосновать свои мысли.

1-5 баллов – студент имеет лишь частичное представление о теме. 0 баллов – нет ответа.

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	*Ответ на занятии*	18/1	18	По расписанию
2.	*Выполнение лабораторной работы*	6/2	12	
3.	*Выполнение контрольной работы*	2/3	6	
4.	*Тест*	1/4	4	
Всего			**40**	-
Блок бонусов				
5.	*Посещение занятий без пропусков*	1	3	
6.	*Своевременное выполнение всех заданий*	1	3	
7.	*Активность студента на занятии*	1	4	
Всего			**10**	-
Дополнительный блок				
8.	*Экзамен*		50	
Всего			**50**	-
ИТОГО			**100**	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие	- 1
Нарушение учебной дисциплины	- 1
Неготовность к занятию	- 2
Пропуск занятия без уважительной причины	- 2

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература:

1. Методы принятия оптимальных управленческих решений : моделирование принятия решений / Пятецкий В.Е. - М. : МИСиС, 2014. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785876238498.html (ЭБС «Консультант студента»)
2. Методы оптимальных решений / Балдин К.В. - М. : ФЛИНТА, 2015. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976520684.html (ЭБС «Консультант студента»)
3. Ажмухамедов, И. М., Гурская, Т. Г., Теория принятия решений и методы оптимизации :курс лекций. Издательский дом «Астраханский университет», 2016. URL: https://biblio.asu.edu.ru/Reader/Book/2016112109332605100002065846 ЭБС Электронный Читальный зал – БиблиоТех).

8.2. Дополнительная литература:

1. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / Пантелеев А.В. - М. : Логос, 2011. - (Новая университетская библиотека). - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785987045404.html (ЭБС «Консультант студента»)
2. Теория принятия решений: Учебное пособие для вузов / Федунец Н.И., Куприянов В.В. - М: Издательство Московского государственного горного университета, 2005. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5741803970 (ЭБС «Консультант студента»)
3. Методы оптимизации: Курс лекций: учеб. пособие / В.Н. Розова, И.С. Максимова. - М. : Издательство РУДН, 2010. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785209038726.html (ЭБС «Консультант студента»)
4. Методы оптимизации: сборник задач и упражнений / С.В. Ренин, Н.Д. Ганелина - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2011. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778216884.html (ЭБС «Консультант студента»)
5. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / Подиновский В.В., Ногин В.Д. 2-е изд.,испр. И доп.- М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108126.html (ЭБС «Консультант студента»)

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. **Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента».** Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований. www.studentlibrary.ru.
2. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». https://biblio.asu.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения лекционных занятий необходима мультимедийная аудитория, оснащенная компьютерной презентационной техникой.

Для проведения публичной защиты проектов, необходима мультимедийная аудитория с проектором.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).