

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО

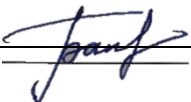
Руководитель ОПОП

С. А. Тишкова

«28» 06 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой Математики

 **И.А. Байгушева**

«28» 06 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Векторный и тензорный анализ

наименование дисциплины

Составитель

**Шацков Д.О., к.ф.-м.н., доцент кафедры
математики**

Направление подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль) ОПОП

Инженерная физика

Квалификация (степень)

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год приема (курс)

2023

Курс

2

Семестр(ы)

3

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1 Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является освоение студентами одного из наиболее важных для физической науки разделов математики – векторного и тензорного анализа.

Курс «Векторный и тензорный анализ» позволяет студентам овладеть фундаментальными понятиями и методами современной математики, без знания которых невозможна дальнейшая профессиональная подготовка. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математического аппарата, систематизации полученных знаний.

1.2 Задачи освоения дисциплины (модуля): получение базовых знаний по избранным главам некоторых разделов математики, а именно, векторного анализа и тензорной алгебры.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Векторный и тензорный анализ» относится к факультативным дисциплинам и осваивается в 3 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):

- математический анализ

Знания: алгебры, аналитической геометрии и математического анализа.

Умения: вычислять производные и интегралы.

Навыки: построение трехмерных фигур.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

- электричество и магнетизм;

- квантовая теория.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

- Способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-2).

Таблица 1 - Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать	Уметь	Владеть
Способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-2)	ИПК-2.1.1 знать методы расчетно-теоретического исследования физических процессов, создания программ расчета количественных характеристик на ЭВМ	ИПК-2.2.1 уметь использовать численные методы и современные компьютеры для решения научно-исследовательских задач	ИПК-2.3.1 владеть практическими навыками численного моделирования типовых задач в своей предметной области с требуемой степенью точности

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 72 часа, 2 зачетных единицы. Из них 54 часов отводится на аудиторные занятия (18 ч. лекций, 36 ч. практических занятий), 18 часа – на самостоятельное изучение дисциплины.

Таблица 2- Структура и содержание дисциплины (модуля)

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПР	ЛР	КР	СР	
Раздел I. Тензорный анализ							
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	3	8	16			4	опрос, проверка домашнего задания, контрольная работа №1
Раздел II. Векторный анализ							
Тема 1. Векторная функция скалярного переменного.	3	4	8			4	Форма текущего контроля - опрос, проверка домашнего задания
Тема 2. Скалярное поле.	3	2	4			4	Форма текущего контроля - опрос, проверка домашнего задания
Тема 3. Векторное поле.	3	4	8			6	Форма текущего контроля - опрос, проверка домашнего задания, контрольная работа № 2
Итоговая аттестация	3						Зачёт
ИТОГО	3	18	36			18	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 - Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Разделы, темы дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Компетенции	
		ПК 2	общее количество компетенций
Раздел I. Тензорный анализ	28	+	1
Раздел II. Векторный анализ	44	+	1
Итого	72		

Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля).

Раздел I. Тензорный анализ

Тема 1. Элементы тензорной алгебры

Векторы. Ковекторы. Линейные операторы. Теория инвариантов оператора. Полилинейные функции (формы). Свойства полилинейных кососимметрических форм.

Представления билинейных и трилинейных кососимметрических форм. Понятие тензора типа (p,q) . Примеры.

Раздел II. Векторный анализ

Тема 1. Векторная функция скалярного переменного

Предел векторной функции скалярного переменного, формальные свойства. Непрерывность векторной функции скалярного переменного. Производная векторной функции скалярного переменного, выражение в координатах. Свойства производной. Годограф. Геометрический смысл производной векторной функции скалярного переменного. Понятие гладкой регулярной кривой. Длина дуги кривой. Длина дуги как натуральный параметр. Производная векторной функции по натуральному параметру. Векторная функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность. Элементы дифференциальной геометрии поверхности: нормали и касательные. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.

Тема 2. Скалярное поле

Поверхности и линии уровня скалярного поля. Дифференцируемость скалярного поля, градиент. Производная скалярного поля по направлению. Связь градиента с производной по направлению. Алгебраические и геометрические свойства градиента. Вычисления градиента и производной по направлению в координатах. Система обозначений Гамильтона.

Тема 3. Векторное поле

Дифференцируемость векторного поля, дифференциальный оператор. Матрица дифференциального оператора в декартовых координатах. Производная векторного поля по направлению. Дивергенция векторного поля, свойства, вычисление в координатах. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Выражение дивергенции через поток. Соленоидальные векторного поля и их признаки. Ротор векторного поля, его выражение в декартовых координатах и через гамильтониан. Формальные свойства ротора. Теорема Стокса. Потенциальные векторные поля. Различные признаки потенциальности. Некоторые полезные вычислительные формулы векторного анализа, в частности: дивергенция и ротор векторного произведения векторных полей, градиент скалярного произведения векторных полей. Вычисления в криволинейных координатах.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты программ MathCad14. Данные программы, в частности, используются для иллюстрации конических сечений, метода сечений при изучении различных фигур в пространстве.

Методические указания для преподавателей по освоению дисциплины

Исходя из цели и задач дисциплины необходимо сформировать у студентов готовность к изучению математических дисциплин в вузе, которая включает мотивационно-ценностный (учебная мотивация, осознание необходимости и ценности математических знаний для будущей профессиональной деятельности), содержательный (математические знания школьного курса математики, необходимые для изучения математических дисциплин в вузе), инструментальный (математические методы решения типовых задач школьного курса математики) и личностный (способность к коммуникации в совместной учебно-познавательной деятельности, упорство и способность к творчеству при решении математических задач) компоненты. В связи с этим:

1. Изучение дисциплины предваряет входное тестирование по математическому анализу, целью которого является выявление начального уровня готовности к изучению данной дисциплины и наиболее «проблемных» тем.
2. Ведущая роль отводится практическим занятиям (2 часа подряд еженедельно), на которых следует использовать интерактивные методы обучения: работа в малых группах, «равные обучают равных», «мозговой штурм», викторины, квесты и др.

3. Применять рейтинговую систему оценивания. После каждой контрольной работы доводить до сведения студентов их текущий рейтинг.
4. Завершается изучение дисциплины итоговым компьютерным тестированием, которое позволяет провести анализ достигнутого студентами уровня готовности к изучению математических дисциплин в вузе и в сравнении с результатами входного тестирования сделать вывод об эффективности обучения.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Для освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» обучающемуся необходимо:

1. Уделять особое внимание работе на практических занятиях: участвовать в дискуссиях, работе в малых группах, добросовестно выполнять предлагаемые преподавателем упражнения и кейсы, проявлять творчество и инициативу.
2. Выполнять домашнюю работу по обобщению материала каждой изученной темы, составляя схемы и ментальные карты с помощью индивидуально разработанных средств кодирования информации.
3. Выполнять самостоятельную работу по дисциплине, которая заключается в выполнении домашних заданий в Рабочей тетради.

Таблица 4 - Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Раздел I. Тензорный анализ</i>	4	чтение учебной литературы
<i>Раздел II. Векторный анализ</i>	14	чтение учебной литературы
Контрольная работа	2	
Итоговая аттестация		

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

Индивидуальные (типовые) работы

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

интерактивные лекции, групповые дискуссии

анализ ситуаций и имитационных моделей, равный обучает равного

проектные семинары

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<i>Раздел I. Тензорный анализ</i>			
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 1. Элементы тензорной алгебры.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ</i>	<i>Не предусмотрено</i>

		<i>конкретных ситуаций</i>	
Раздел II. Векторный анализ			
Тема 1. Векторная функция скалярного переменного.	<i>Обзорная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	
Тема 2. Скалярное поле.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций</i>	
Тема 3. Векторное поле.	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций</i>	

6.2. Информационные технологии

- использование Интернета
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронные библиотеки, журналы и т.д.) как источник информации
- использование возможностей электронной почты преподавателя
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т.д.)
- использование интерактивных средств взаимодействия участников образовательного процесса (технологии дистанционного или открытого обучения в глобальной сети (веб-конференции, форумы, учебно-методические материалы и др.))
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т.е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс)]

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением

Moodle	Образовательный портал ФГБОУ ВО «АГУ»
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Наименование ЭБС
Электронно-библиотечная система BOOK.ru https://book.ru
Образовательная платформа ЮРАЙТ, https://urait.ru/
Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех» https://biblio.asu.edu.ru
<i>Учётная запись образовательного портала АГУ</i>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Векторный и тензорный анализ» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 - Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тензорный анализ	ПК2	Контрольная работа
Векторный анализ	ПК2	Контрольная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 - Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность

	полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 - Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Примерные варианты контрольной работы

Раздел «Векторная функция скалярного переменного»

Раздел «Векторная функция скалярного переменного».

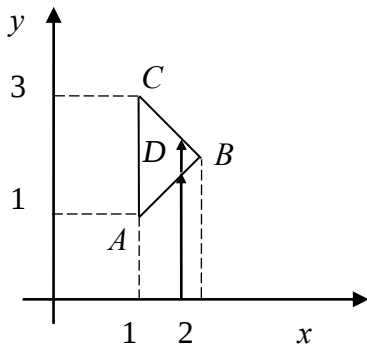
Вариант 0

- 1). Продифференцировать векторную функцию $r(t)$: $\bar{r}(t) = [\bar{a}e^{at} + \bar{b}, \varpi e^{at}\bar{a}]$, $\bar{a}, \bar{b}$ - постоянные векторы
- 2). Найти производную при $t = 0$ векторной функции $r(t) : \bar{r}(\sin t, \cos t, t)$
- 3). Найти градиент скалярного поля Φ : $\Phi = \bar{r}^2(\bar{a}\bar{r})$
- 4). Найти производную в точке M_0 по направлению к точке M_1 скалярного поля Φ : $\Phi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $M_0(1,1,1)$, $M_1(3,2,1)$
- 5). Найти ротор векторного поля $\bar{V} = \bar{a}(\bar{b}\bar{r})$, $\bar{a}, \bar{b}$ - постоянные векторы
- 6). Является ли следующее поле соленоидальным? $\bar{V}(2y, -z, 2x)$

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
Способность проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-2)				
1.	Задание закрыто го типа	Векторное произведение ненулевых векторов $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 0$ тогда и только тогда, когда:	$\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$	1
2.		Координаты вектора $\mathbf{AB}$, если $A(3,0,3)$, $B(-1,-4,3)$, равны	$(-4,-4,0)$	1
3.		Что такое тензор нулевого ранга?	Скаляр.	1
4.		Что такое тензор первого ранга?	Вектор.	1
5.		Что такое свертывание тензора?	Суммирование тензора по каким-либо двум индексам	1
6.		Найти общее решение дифференциальных уравнений. $(xy + y)dx + (xy + x)dy = 0$	Попытаемся разделить переменные интегрирования. Для этого вынесем за скобки общий множитель: $y(x+1)dx + x(y+1)dy = 0$, разнесем слагаемые: $y(x+1)dx = -x(y+1)dy; \text{ выражая } \frac{dy}{dx} \text{ из}$ полученного уравнения убедимся в том, что $\frac{dy}{dx} = f_1(x) \cdot f_2(y)$ и, значит, наше уравнение является дифференциальным уравнением в разделяющихся переменных. Разделим переменные. $\left(\frac{1}{x} + 1\right)dx = -\left(\frac{1}{y} + 1\right)dy.$ Проинтегрируем получившееся выражение по соответствующим переменным: $\int \left(\frac{1}{x} + 1\right)dx = -\int \left(\frac{1}{y} + 1\right)dy.$ Получим $\ln x + x = -\ln y - y + \ln C$, $\Rightarrow \ln xy + \ln e^{x+y} = \ln C$. Таким образом, мы убедились в том, что $xye^{x+y} = C$ - общий интеграл заданного уравнения.	5
7.		Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям	$y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ - неоднородное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами 2-ого порядка. Решение будем искать в виде суммы решений: общего решения однородного	5

	$y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ $y(0) = 1; y'(0) = 1$	уравнения $\bar{y}$ и частного решения неоднородного уравнения y^*, которое будем искать по виду правой части. Начнем с отыскания $\bar{y}$. $y'' + 2y' - 3 = 0$ Составим характеристическое уравнение: $k^2 + 2k - 3 = 0; \quad k_1 = 1; k_2 = -3.$ Следовательно, общее решение однородного уравнения: $\bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$. y^* будем искать в виде $A \cdot e^{2x}$. y^* - частное решение уравнения, поэтому оно превращает его в верное числовое тождество. Подставим его в уравнение и вычислим A. $(y^*)' = 2Ae^{2x}; (y^*)'' = 4Ae^{2x}.$ $4Ae^{2x} + 4Ae^{2x} - 3Ae^{2x} = e^{2x} \Rightarrow A = 0,2.$ Значит $y^* = 0,2e^{2x}$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения $y = \bar{y} + y^* = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + 0,2e^{2x}$. Для вычисления частного решения определим значения констант исходя из начальных условий: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x} + 0,2e^{2x};$ $y' = C_1 e^x - 3C_2 e^{-3x} + 0,4e^{2x};$ $y(0) = 1; y'(0) = 1;$ $1 = C_1 e^0 + C_2 e^{-3 \cdot 0} + 0,2e^{2 \cdot 0};$ $1 = C_1 e^0 - 3C_2 e^{-3 \cdot 0} + 0,4e^{2 \cdot 0};$ $\begin{cases} 1 = C_1 + C_2 + 0,2 \\ 1 = C_1 - 3C_2 + 0,4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_1 = 0.75 \\ C_2 = 0.05 \end{cases}$ Ответ: $y = 0.75 e^x + 0.05 e^{-3x} + 0,2e^{2x}.$	
8.	Вычислить $\int_K (x + y) dL$, где (K) контур треугольника с вершинами $a(1, 0)$, $b(0, 1)$, $o(0,0)$	контур интегрирования (K) разбит на три части oa, av, vo, тогда криволинейный интеграл по данному контуру будет равен: $J = \int_K (x + y) dL = \int_{OA} (x + y) dL + \int_{AB} (x + y) dL + \int_{BO} (x + y) dL$ УРАВНЕНИЕ (OA): $y = 0 \Rightarrow \dot{y} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$ УРАВНЕНИЕ (AB): $y = 1 - x \Rightarrow \dot{y} = -1, \quad 0 \leq x \leq 1$ УРАВНЕНИЕ (BO) $x = 0 \Rightarrow \dot{x} = 0, \quad 0 \leq y \leq 1$	5

		$J = \int_0^1 (x + 0) \sqrt{1 + 0} \, dx +$ $\int_0^1 (x + 1 - x) \sqrt{1 + (-1)^2} \, dx + \int_0^1 (0 + y) \sqrt{1 + 0} \, dy =$ $= \int_0^1 x \, dx + \sqrt{2} \cdot \int_0^1 dx + \int_0^1 y \, dy = \frac{x^2}{2} \Big _0^1 +$ $\sqrt{2} \cdot x \Big _0^1 + \frac{y^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2} + \sqrt{2} + \frac{1}{2} = \sqrt{2} + 1.$ ОТВЕТ: $\int_K (x + y) dL = \sqrt{2} + 1.$	
9.	ВЫЧИСЛИТЬ ИНТЕГРАЛ $\oint_L 2(x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy$ ДВУМЯ СПОСОБАМИ: НЕПОСРЕДСТВЕННО И ПО ФОРМУЛЕ ГРИНА. L – КОНТУР МНОГОУГОЛЬНИКА $ABCA$: $A(1; 1),$ $B(2; 2), C(1; 3)$	В НАШЕМ ПРИМЕРЕ $P(x, y) = 2(x^2 + y^2), \quad Q(x, y) = (x + y)^2,$ ТОГДА $\frac{\partial P}{\partial y} = 4y, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = 2(x + y).$ ПОЛУЧАЕМ, ЧТО $J = \int_{ABCA} 2(x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 = \iint_D (2(x - y)) dx dy$ ГДЕ ОБЛАСТЬ (D) – ТРЕУГОЛЬНИК ABC.  Рис. 6 ЗАПИШЕМ УРАВНЕНИЕ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА ABC. (AB): $y = x,$ (BC): $y = 4 - x,$ (CA): $x = 1$ ВЫЧИСЛИМ ДВОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ ПО ДАННОЙ ОБЛАСТИ (D): $J = 2 \cdot \int_1^2 dx \int_x^{4-x} (x - y) dy = 2 \cdot \int_1^2 \left(xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big _x^{4-x} dx =$ $4 \cdot \int_1^2 (4x - x^2 - 4) dx =$ $= 4 \cdot \left(2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 4x \right) \Big _1^2 = -\frac{4}{3}$	5

			ВЫЧИСЛИМ ТЕПЕРЬ НЕПОСРЕДСТВЕННО КРИВОЛИНЕЙНЫЙ ИНТЕГРАЛ ПО КОНТУРУ ТРЕУГОЛЬНИКА ABC, СОСТОЯЩЕМУ ИЗ ЗВЕНЬЕВ: AB, BC, CA. $J = \int_{AB} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy + \int_{BC} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy + \int_{CA} 2 \cdot (x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy$ УРАВНЕНИЕ (AB): $y = x \Rightarrow dy = dx, \quad 1 \leq x \leq 2$ УРАВНЕНИЕ (BC): $y = 4 - x \Rightarrow dy = -dx, \quad 2 \geq x \geq 1$ УРАВНЕНИЕ (CA): $x = 1 \Rightarrow dx = 0, \quad 3 \geq y \geq 1$ ТАКИМ ОБРАЗОМ, $J = \int_1^2 8x^2 dx + \int_2^1 (4x^2 - 16x + 16) dx + \int_3^1 (1 + y)^2 dy =$ $= \frac{56}{3} - \frac{4}{3} - \frac{56}{3} = -\frac{4}{3}$ РЕЗУЛЬТАТЫ ОДИНАКОВЫ. ОТВЕТ: $J = -\frac{4}{3}$.	
--	--	--	---	--

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Преподаватель, реализующий дисциплину, в зависимости от уровня подготовленности обучающихся может использовать иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	<i>Ответ на занятии</i>	3/1	3	в течении семестра

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
2.	<i>Выполнение практического задания</i>	7/1	7	в течении семестра
3.	<i>Выполнение контрольных работ</i>	3/10	80	в течении семестра
Всего			90	-
Блок бонусов				
4.	<i>Посещение занятий</i>		5	
5.	<i>Своевременное выполнение всех заданий</i>		5	
Всего			10	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-1
<i>Неготовность к занятию</i>	-1
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69		
60–64	3 (удовлетворительно)	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Акивис М.А., Тензорное исчисление [Электронный ресурс]: Учеб. пособ. / Акивис М. А., Гольдберг В. В. - 3-е изд., перераб - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 304 с. - ISBN 5-9221-0424-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104241.html>
2. **Краснов М.Л.** Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями: книга была допущена М-вом высшего и среднего специального образования СССР в качестве учеб. пособ. для вузов . - изд. 2-е ; испр. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 144 с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 5-354-00014-9 : 107-50. (14 экз)

8.2. Дополнительная литература

1. Киреев И.В., Тензорный анализ и дифференциальная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин - Красноярск : СФУ,

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекционные занятия проводятся в аудиториях на 60-80 посадочных мест, практические занятия – на 20-30 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Также в ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).