

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОПОП

\_\_\_\_\_ Матвеев Д.Ю.

« 04 » \_\_\_\_\_ 04 \_\_\_\_\_ 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики

\_\_\_\_\_ И.А. Байгушева

« 04 » \_\_\_\_\_ 04 \_\_\_\_\_ 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

Составитель(-и)

**Сячина Е.И., старший преподаватель кафедры  
математики**

Направление подготовки /  
специальность

**03.03.02 ФИЗИКА**

Направленность (профиль) ОПОП

**Инженерная физика**

Квалификация (степень)

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Год приема

**2023**

Курс

**2**

Семестр

**3**

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1. Целями освоения дисциплины (модуля) «Аналитическая геометрия, линейная алгебра»** является обеспечение подготовки студентов в области применения основных алгебраических и геометрических идей и положений при решении физических задач.

**1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля) «Аналитическая геометрия, линейная алгебра»:**

1. подготовка студентов к самостоятельному использованию математического аппарата – алгебраических и геометрических идей и положений при изучении физики и решении физических задач;
2. обучение студентов построению геометрических интерпретаций ситуаций, применению методов линейной алгебры, математического моделирования к решению задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

**2.1. Учебная дисциплина (модуль) Б1.Б.08.02 «Аналитическая геометрия, линейная алгебра»** относится к обязательной части и осваивается во 3 семестре.

**2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые** дисциплинами математической подготовки в средней общеобразовательной школе.

**2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:**

- «Математический анализ»;
- «Векторный и тензорный анализ»;
- «Теория функции комплексного переменного»;
- «Механика»;
- «Оптика» и др.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

общепрофессиональных (ОПК): способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1).

**Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения**

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	<i>ИОПК-1.1.1</i> Знать базовые знания в области аналитической геометрии и линейной алгебры	<i>ИОПК-1.2.1</i> Уметь использовать на практике углубленные фундаментальные знания в области аналитической геометрии и линейной алгебры	<i>ИОПК-1.3.1</i> Владеть навыками обобщения, синтеза и анализа фундаментальных знаний, полученных в области аналитической геометрии и линейной алгебры

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объем дисциплины «Аналитическая геометрия, линейная алгебра» составляет 2 зачетные единицы, всего 72 академических часа, из них: 18 часов(а) – лекции, 36 часов(а) – практические, самостоятельная работа – 18 часов. Форма контроля: зачет в 3 семестре.

**Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины (модуля)**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самостоят. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
<b>Раздел 1. Линейная алгебра.</b>	3						
Тема 1. Системы линейных уравнений	3	1	2			1	Контрольная работа № 1, итоговый тест
Тема 2. Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство	3	1	2			1	Контрольная работа № 1, итоговый тест
Тема 3. Исследование системы линейных уравнений.	3	1	2			1	Контрольная работа № 1, итоговый тест
Тема 4. Операции над матрицами.	3	1	2			1	Контрольная работа № 2, итоговый тест
Тема 5. Определители.	3	1	2			1	Контрольная работа № 2, итоговый тест
Тема 6. Линейные пространства.	3	1	2			1	Контрольная работа № 2, итоговый тест
Тема 7. Евклидовы пространства.	3	1	2			1	Контрольная работа № 3, итоговый тест
Тема 8. Линейные операторы.	3	1	2			1	Контрольная работа № 3, итоговый тест
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.	3	1	2			1	Контрольная работа № 3, итоговый тест
Тема 10. Билинейные и квадратичные формы.	3	1	2			1	Контрольная работа № 3, итоговый тест
<b>Раздел 2. Аналитическая геометрия</b>	3						
Тема 11. Элементы	3	1	2			1	Контрольная

векторной алгебры							работа № 4, итоговый тест
Тема 12. Метод координат на плоскости.	3	1	2			1	Контрольная работа № 4, итоговый тест
Тема 13. Прямая линия на плоскости.	3	1	2			1	Контрольная работа № 4, итоговый тест
Тема 14. Линии второго порядка.	3	1	2			1	Контрольная работа № 5, итоговый тест
Тема 15. Метод координат в пространстве.	3	1	2			1	Контрольная работа № 5, итоговый тест
Тема 16. Векторное и смешанное произведения векторов.	3	1	2			1	Контрольная работа № 5, итоговый тест
Тема 17. Прямые и плоскости в пространстве.	3	1	2			1	Контрольная работа № 6, итоговый тест
Тема 18. Поверхности второго порядка.	3	1	2			1	Контрольная работа № 6, итоговый тест
<b>ИТОГО</b>		<b>18</b>	<b>36</b>			<b>18</b>	<b>Экзамен</b>

Условные обозначения:

Л – занятия лекционного типа; ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторные работы; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа по отдельным темам

**Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-1	
<b>Раздел 1. Линейная алгебра.</b>			
Тема 1. Системы линейных уравнений	4	+	1
Тема 2. Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство	4	+	1
Тема 3. Исследование системы линейных уравнений.	4	+	1
Тема 4. Операции над матрицами.	4	+	1
Тема 5. Определители.	4	+	1
Тема 6. Линейные пространства.	4	+	1
Тема 7. Евклидовы пространства.	4	+	1
Тема 8. Линейные	4	+	1

операторы.			
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.	4	+	1
Тема 10. Билинейные и квадратичные формы.	4	+	1
<b>Раздел 2. Аналитическая геометрия</b>			
Тема 11. Элементы векторной алгебры	4	+	1
Тема 12. Метод координат на плоскости.	4	+	1
Тема 13. Прямая линия на плоскости.	4	+	1
Тема 14. Линии второго порядка.	4	+	1
Тема 15. Метод координат в пространстве.	4	+	1
Тема 16. Векторное и смешанное произведения векторов.	4	+	1
Тема 17. Прямые и плоскости в пространстве.	4	+	1
Тема 18. Поверхности второго порядка.	4	+	1
<b>Итого</b>	<b>72</b>		

### Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)

#### Раздел 1. Линейная алгебра.

##### **Тема 1. Системы линейных уравнений**

Системы линейных уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования системы. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). Однородные системы. Ненулевые решения системы линейных однородных уравнений.

##### **Тема 2. Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство**

Арифметические векторы. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов.

##### **Тема 3. Исследование системы линейных уравнений.**

Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Свойства решений системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.

##### **Тема 4. Операции над матрицами.**

Неизменяемость строчного и столбцового рангов матрицы при элементарных преобразованиях. Равенство строчного и столбцового рангов матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду; вычисление ранга матрицы. Связь между решениями неоднородной линейной системы уравнений и соответствующей однородной системы.

Операции над матрицами, их свойства. Обратные матрицы. Элементарные матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричной форме.

#### **Тема 5. Определители.**

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц. Вычисление обратной матрицы. Формулы Крамера.

#### **Тема 6. Линейные пространства.**

Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора. Переход от одного базиса к другому. Подпространства линейного пространства.

#### **Тема 7. Евклидовы пространства.**

Скалярное произведение. Определение, примеры и простейшие свойства евклидовых пространств. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Процесс ортогонализации.

#### **Тема 8. Линейные операторы.**

Определение, примеры и простейшие свойства линейных операторов. Задание линейного оператора при помощи отображения базиса. Матрица линейного оператора. Область значений и ядро линейного оператора.

#### **Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.**

Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

#### **Тема 10. Билинейные и квадратичные формы.**

Билинейные и квадратичные формы в линейном пространстве. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.

### **Раздел 1. Аналитическая геометрия**

#### **Тема 11. Векторная алгебра.**

Определение вектора. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора относительно данного базиса и их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения по координатам векторов. Аксиомы векторного пространства. Примеры векторных пространств. Использование векторов при решении школьных геометрических задач.

#### **Тема 12. Метод координат на плоскости.**

Аффинная система координат на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками. Преобразование аффинной системы координат. Ориентация плоскости. Угол между векторами на ориентированной плоскости. Полярная система координат и ее связь с декартовой. Уравнение ГМТ на плоскости в прямоугольной системе координат. Алгебраическая линия и ее порядок.

### **Тема 13. Прямая линия на плоскости.**

Прямая линия. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Общее уравнение. Уравнение с угловым коэффициентом. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax+By+C$ .

Нормальный вектор. Уравнение прямой с нормальным вектором. Расстояние от точки до прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми, точка пересечения двух прямых.

### **Тема 14. Линии второго порядка.**

Общее уравнение линии второго порядка. Примеры.

Эллипс. Определение. Каноническое уравнение. Эксцентриситет. Фокальные радиусы. Директрисы. Свойства эллипса.

Гипербола. Определение. Каноническое уравнение. Эксцентриситет. Фокальные радиусы. Директрисы. Асимптоты. Свойства гиперболы.

Парабола. Определение. Каноническое уравнение. Свойства параболы.

Уравнения эллипса, гиперболы, параболы в полярной системе координат. Касательная к кривой второго порядка. Уравнение касательной. Биссекториальное свойство касательной для эллипса, гиперболы и параболы. Оптические свойства.

Общее уравнение линии второго порядка. Асимптотические направления, центр, диаметры, главные направления, оси. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Пересечение прямой линии и кривой второго порядка. Технические приложения геометрических свойств кривых.

### **Тема 15. Метод координат в пространстве.**

Аффинная системы координат в пространстве. Деление отрезка в данном отношении.

Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами, примеры.

Сферическая и цилиндрическая системы координат и их связь с декартовой.

### **Тема 16. Векторное и смешанное произведения векторов.**

Векторное и смешанное произведения векторов: определения, свойства, геометрический смысл. Формулы для вычисления через координаты. Условие компланарности трех векторов. Простейшие приложения векторного произведения в науке и технике.

### **Тема 17. Прямые и плоскости в пространстве.**

Уравнение плоскости с направляющими векторами. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ . Уравнение с нормальным вектором. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Взаимное расположение двух, трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.

Канонические и параметрические уравнения прямой. Прямая как пересечение двух плоскостей. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

### **Тема 18. Поверхности второго порядка.**

Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Поверхности вращения. Сфера.

Эллипсоид, гиперболоиды, эллиптический параболоид как результат сжатия поверхности вращения. Исследование гиперболического параболоида методом сечения. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Технические приложения геометрических свойств поверхностей.

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)

#### Порядок проведения лекционного занятия.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Освоение дисциплины «Аналитическая геометрия, линейная алгебра» обучающимися предполагает посещение, прослушивание и конспектирование лекций, работу на практических занятиях в виде решения задач, выполнения практических заданий под руководством преподавателя как в группах, так и индивидуально. Часть заданий после изучения соответствующей темы обучающиеся выполняют в качестве самостоятельной работы.

### 5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

#### Организация самостоятельной работы

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);

подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

Таблица 4 – Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
<b>Раздел 1. Линейная алгебра.</b>		Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной
Тема 1. Системы линейных уравнений	1	
Тема 2. Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство	1	
Тема 3. Исследование системы линейных уравнений.	1	
Тема 4. Операции над матрицами.	1	
Тема 5. Определители.	1	
Тема 6. Линейные пространства.	1	
Тема 7. Евклидовы пространства.	1	
Тема 8. Линейные операторы.	1	
Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.	1	
Тема 10. Билинейные и квадратичные формы.	1	
<b>Раздел 2. Аналитическая геометрия</b>		
Тема 11. Элементы векторной алгебры	1	
Тема 12. Метод координат на плоскости.	1	

Тема 13. Прямая линия на плоскости.	1	литературы, решение задач по образцу и вариантных задач
Тема 14. Линии второго порядка.	1	
Тема 15. Метод координат в пространстве.	1	
Тема 16. Векторное и смешанное произведения векторов.	1	
Тема 17. Прямые и плоскости в пространстве.	1	
Тема 18. Поверхности второго порядка.	1	

### 5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

Письменные работы, самостоятельно выполняемые обучающимися при освоении дисциплины, не предусмотрены.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 1. Системы линейных уравнений	Лекция-беседа	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 2. Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство	Лекция-беседа	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 3. Исследование системы линейных уравнений.	Лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 4. Операции над матрицами.	Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 5. Определители.	Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в	Не предусмотрено

		малых группах	
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 6. Линейные пространства.	Лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 7. Евклидовы пространства.	Лекция-беседа, проблемная лекция	Выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 8. Линейные операторы.	Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 9. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.	Лекция-беседа, проблемная лекция	Технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 1. Линейная алгебра. Тема 10. Билинейные и квадратичные формы.	Лекция-беседа	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 1. Аналитическая геометрия Тема 11. Элементы векторной алгебры	Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 12. Метод координат на плоскости.	Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 13. Прямая линия на плоско-	Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind	Фронтальный опрос, технология	Не предусмотрено

сти.	map — техника визуализации мышления	дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 14. Линии второго порядка.	Лекция — визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, технология дифференцированного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 15. Метод координат в пространстве.	Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, работа в малых группах	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 16. Векторное и смешанное произведения векторов.	Лекция — визуализация, лекция-беседа	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено
Раздел 3. Аналитическая геометрия Тема 17. Прямые и плоскости в пространстве.	Лекция-беседа, проблемная лекция	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Раздел 2. Аналитическая геометрия Тема 18. Поверхности второго порядка.	Лекция — визуализация, лекция-беседа	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии	Не предусмотрено

## 6.2. Информационные технологии

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;

– использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);

– использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);

– использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров

### 6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

#### 6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
OpenOffice	Пакет офисных программ
Maple 18	Система компьютерной алгебры
MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений

#### 6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебный год	Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем
2024/2025	Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <a href="https://library.asu.edu.ru">https://library.asu.edu.ru</a>
	Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: <a href="http://journal.asu.edu.ru/">http://journal.asu.edu.ru/</a>
	<a href="http://dlib.eastview.com">Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО "ИВИС". http://dlib.eastview.com</a> Имя пользователя: AstrGU Пароль: AstrGU
	Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов <a href="http://www.polpred.com">www.polpred.com</a>

<p>Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) - сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. <a href="http://mars.arbicon.ru">http://mars.arbicon.ru</a></p>
<p>Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержится огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a></p>

## **7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

### **7.1. Паспорт фонда оценочных средств**

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Аналитическая геометрия, линейная алгебра» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
Раздел 1. Аналитическая геометрия	ОПК-1	Тестирование, письменные ответы на экзаменационные вопросы, контрольные работы
Раздел 2. Линейная алгебра	ОПК-1	

### **7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

**Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетвори»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«удовлетворительно»	существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

### 7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

#### *Раздел «Линейная алгебра»*

#### *Тема 1 «Системы линейных уравнений»*

#### *Тема 2 «Арифметическое n-мерное векторное пространство»*

#### *Тема 3 «Исследование системы линейных уравнений»*

### **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1**

1. Исследовать и решить систему линейных уравнений методом последовательного

исключения неизвестных (методом Гаусса):

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

2. Даны векторы  $a_1 = (4,3,2,1)$ ,  $a_2 = (3,3,2,2)$ ,  $a_3 = (1,1,1,3)$ ,  $a_4 = (4,4,3,5)$ ,  $a_5 = (-5,-4,-3,-4)$ . Найти всевозможные линейные зависимости между векторами  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Можно ли вектор  $a_2$  линейно выразить через векторы  $a_1$  и  $a_3$ ? Можно ли вектор  $a_5$  линейно выразить через векторы  $a_1, a_2, a_3, a_4$ ? Найти какой-нибудь базис системы векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Выразить все векторы данной системы через векторы найденного базиса.
3. Дано:  $a_1 = (3,4,2)$ ,  $a_2 = (6,8,4)$ ,  $b = (9,12, x)$ . Найти все значения  $x$ , при которых вектор  $b$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2$ .

4. Найти ранг основной матрицы системы линейных уравнений, фундаментальную систему решений и записать общее решение системы

$$\text{уравнений} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

**Раздел «Линейная алгебра»**  
**Тема 4 «Операции над матрицами»**  
**Тема 5 «Определители»**  
**Тема 6 «Линейные пространства»**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2**

1. Записать и решить систему уравнений в матричной форме. 
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Вычислить матрицу, обратную данной, используя формулу для обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -4 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \\ 3 & -6 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ -x_1 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

**Раздел «Линейная алгебра»**  
**Тема 7 «Евклидовы пространства»**  
**Тема 8 «Линейные операторы»**  
**Тема 9 «Собственные векторы и собственные значения линейных операторов»**  
**Тема 10 «Билинейные и квадратичные формы»**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3**

1. Найти базис суммы и пересечения линейных подпространств, порожденных соответственно векторами  $a_1 = (1; 2; 1; -2)$ ,  $a_2 = (2; 3; 1; 0)$ ,  $a_3 = (1; 2; 2; -3)$ ;  $b_1 = (1; 1; 1; 1)$ ,  $b_2 = (1; 1; 0; 2)$ ,  $b_3 = (1; 0; 1; 0)$ .

2. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов  $a_1 = (0; 1; -1; 2)$ ,  $a_2 = (1; 0; -2; 2)$ ,  $a_3 = (-1; 1; 0; -2)$ ,  $a_4 = (1; -1; -2; 2)$ , заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе.
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе данной матрицей: 
$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \\ 1 & -4 & -4 \end{pmatrix}.$$
4. Привести данную квадратичную форму  $2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2$  к каноническому виду. Найти ранг и положительный и отрицательный индексы. Какие из данных форм являются положительно определенными?
5. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2 \quad (n = 3);$$

$$x_1 = y_3 - y_1, \quad x_2 = 3y_2 + 4y_1 - y_3, \quad x_3 = 2y_2 - y_1.$$

*Раздел «Аналитическая геометрия»*  
**Тема 11. «Элементы векторной алгебры»**  
**Тема 12. «Метод координат на плоскости»**  
**Тема 13. «Прямая линия на плоскости»**

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

1. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . В качестве базиса выбраны векторы  $e_1 = AB$ ,  $e_2 = AD$ ,  $e_3 = AA_1$ . Найти в этом базисе координаты вектора  $FE$ , где  $F$  - середина  $BB_1$ ,  $E$  - центр грани  $A_1 B_1 C_1 D_1$ .
2. Разложить по векторам  $\vec{a} = \{0; 1\}$  и  $\vec{b} = \{1; -1\}$  вектор  $\vec{c} = \{5; 3\}$ .
3. Найти координаты точки  $M$ , симметричной точке  $P(-1, 5)$  относительно точки  $Q(3, 2)$ .
4. Доказать, что треугольник с вершинами  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 3)$  и  $C(5; -1)$  прямоугольный.
5. Дан треугольник  $ABC$ . Написать параметрические уравнения прямой  $AB$  и уравнение прямой  $AC$ . Написать уравнение средней линии  $MN$ , параллельной стороне  $AC$ . Написать уравнение высоты  $BD$  и найти ее длину. Найти тангенс угла  $ABD$ .  $A(0; 1)$ ,  $B(\square 1; 2)$ ,  $C(1; \square 1)$ .

*Раздел «Аналитическая геометрия»*  
**Тема 14 «Линии второго порядка»**  
**Тема 15 «Метод координат в пространстве»**  
**Тема 16 « Векторное и смешанное произведения векторов»**

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

1. Написать уравнение окружности, описанной около  $\Delta ABC$ , где  $A(-3; 6)$ ,  $B(9; -10)$ ,  $C(-5; 4)$ .

- Написать уравнение эллипса, проходящего через точку  $A\left(\frac{5}{3}; 2\sqrt{2}\right)$ , если его эксцентриситет  $e=0,8$ .
- Написать уравнения гиперболы, проходящей через точку  $A(3; 6\sqrt{2})$  и имеющей асимптоты  $y = \pm 3x$ .
- Найти объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если  $\overline{AB} = \{1; 2; 3\}$ ,  $\overline{AB_1} = \{-1; 2; 5\}$ ,  $\overline{AQ} = \{0; 3; 1\}$ , где  $Q$  середина ребер  $CC_1$ .
- Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$  и  $\vec{b} = 6\vec{p} + \vec{q}$ , где  $|\vec{p}| = 7$ ,  $|\vec{q}| = 2$ ,  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = 60^\circ$ .

**Раздел «Аналитическая геометрия»**  
**Тема 17 «Прямые и плоскости в пространстве»**  
**Тема 18 «Поверхности второго порядка»**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6**

- Даны вершины пирамиды  $ABCD$ :  $A(1, 0, 3)$ ,  $B(0, 2, 5)$ ,  $C(-1, 3, 2)$ ,  $D(5, 0, 2)$ . Найти а) уравнение грани  $ABC$ , б) уравнение прямой  $AB$ , в) уравнение высоты  $DH$ , г) уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$  параллельно грани  $ABD$ , д) вычислить косинус угла между прямыми  $AB$  и  $BD$ , е) вычислить длину высоты  $DH$ .
- Составить уравнение плоскости, которая проходит через прямую пересечения плоскостей  $3x - y + 5z - 2 = 0$ ,  $-2x + y - 11z + 6 = 0$ , перпендикулярно плоскости  $3x - y - 2z + 4 = 0$ .
- Установить, что плоскость  $z + 1 = 0$  пересекает однополостный гиперболоид  $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1$  по гиперболе, найти ее полуоси и вершины.
- Луч света падает по оси  $Oz$  на некоторую плоскость, проходящую через начало координат. Найти уравнение этой плоскости, если отраженный луч проходит через точку  $N(3; 4; 0)$ .
- Найти радиус сферы, вписанной в тетраэдр  $OABC$ , где  $O(0; 0; 0)$ ,  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$ .

**Итоговый тест**

В заданиях 1 – 22 выберите правильный вариант ответа.

1. Координаты точки  $C$  оси  $Ox$ , равноудаленной от точек  $A(1, -2)$  и  $B(5, -3)$ , равны:

1)  $\left(3; -\frac{1}{2}\right)$ ; 2)  $\left(2; \frac{3}{8}\right)$ ; 3)  $\left(\frac{1}{8}; 4\right)$ ; 4)  $\left(\frac{29}{8}; 0\right)$ .

2. Дано:  $A(4; 6)$ ,  $B(-9; 2)$ . Координаты середины отрезка  $AB$  равны:

1)  $\left(5; \frac{7}{2}\right)$ ; 2)  $\left(\frac{5}{2}; 8\right)$ ; 3)  $\left(-\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ ; 4)  $\left(-\frac{5}{2}; 4\right)$ .

3. Точка  $D(2;0)$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $\mu = -\frac{1}{2}$ , где  $A(3;4)$ . Координаты точки  $B$  равны:

1)  $(4;8)$ ; 2)  $(1;0)$ ; 3)  $(2;3)$ ; 4)  $(-5;1)$ .

4. Полярные координаты точки  $A(3;-4)$  равны:

1)  $(3; \arccos \frac{3}{5})$ ; 2)  $(1; \arccos \frac{8}{9})$ ; 3)  $(5; -\arccos \frac{3}{5})$ ; 4)  $(-3; \arccos \sqrt{7})$ .

5. Угловой коэффициент прямой  $2x - y + 4 = 0$  равен:

1)  $2$ ; 2)  $-2$ ; 3)  $\sqrt{2}$ ; 4)  $\frac{1}{2}$ .

6. Прямая, проходящая через точки  $A(1;3)$  и  $B(1;-7)$  задается уравнением:

1)  $2x - 4y = 0$ ; 2)  $x - 1 = 0$ ; 3)  $2x + 4y = 0$ ; 4)  $x + 1 = 0$ .

7. Пусть  $(x_0, y_0)$  - координаты точки пересечения прямых  $x - y + 3 = 0$  и  $2x + 3y - 4 = 0$ , тогда  $x_0 + y_0$  равно

1)  $-2,2$ ; 2)  $-3$ ; 3)  $2,2$ .

8. Угол между прямыми  $2x + 3y - 1 = 0$  и  $3x - 2y + 1 = 0$  равен

1)  $\arctg \frac{1}{2}$ ; 2)  $60^\circ$ ; 3)  $90^\circ$ .

9. Даны вершины треугольника:  $A(0;1)$ ;  $B(6;5)$ ;  $C(12;-1)$ . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины  $C$ .

1)  $2x + 3y - 34 = 0$ ; 2)  $3x + 2y - 34 = 0$ ; 3)  $3x + 2y - 17 = 0$ .

10. Прямые  $3x - 2y + 1 = 0$  и  $2x + 5y - 12 = 0$  пересекаются в точке

1)  $(2;1)$ ; 2)  $(1;2)$ ; 3)  $(-1;2)$ .

11. Уравнение касательной к окружности  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$  в начале координат имеет вид:

1)  $x + y = 0$ ; 2)  $x + 3y = 0$ ; 3)  $x - 3y = 0$ ; 4)  $-x - 3y = 0$ .

12. Дано уравнение эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Большая полуось этого эллипса равна

1)  $5$ ; 2)  $25$ ; 3)  $3$ .

13. Асимптотами гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  являются прямые

1)  $y = \pm \frac{3}{4}x$ ; 2)  $y = \pm \frac{4}{3}x$ ; 3)  $y = \pm \frac{16}{9}x$ .

14. Полуоси эллипса  $3x^2 + 16y^2 = 192$  равны:

1)  $a = 3; b = 16$ ; 2)  $a = 8; b = 2\sqrt{3}$ ; 3)  $a = 64; b = 12$ .

15. Координаты вершины параболы, заданной уравнением  $x = 2y^2 + 4y - 5$

1)  $(-1; 7)$ ; 2)  $(7; -1)$ ; 3)  $(-7; -1)$

16. Дано:  $\vec{a} = \{-1, 0, 2\}$ ,  $\vec{b} = \{2, 1, 3\}$ . Координаты вектора  $\vec{a} \times \vec{b}$  равны:

1)  $\{-2, 7, -1\}$ ; 2)  $\{-3, -1, -1\}$ ; 3)  $\{-2, 0, 6\}$ ; 4)  $\{1, 1, 5\}$ .

17. Смешанное произведение векторов  $\vec{a} = \{2, -3, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{1, 1, 2\}$ ,  $\vec{c} = \{3, 1, -1\}$  равно:

1) 29; 2) -29; 3) 19; 4) 21.

18. Уравнение плоскости, проходящей через три точки  $A_1(0; 2; 0)$ ,  $A_2(2; 0; 0)$ ,  $A_3(0; 0; 2)$  имеет вид

1)  $x + y + z - 2 = 0$ ; 2)  $x - y + z + 2 = 0$ ; 3)  $-x + y - z + 2 = 0$ .

19. Общее уравнение плоскости  $\omega$ : 
$$\begin{cases} x = 3 - 4u + v \\ y = 2 + u - v \\ z = -2 - u + 2v \end{cases}$$
 имеет вид:

1)  $x + y - 5 = 0$ ; 2)  $-x + y - 5 = 0$ ; 3)  $x - y - 5 = 0$ ; 4)  $x - y + 5 = 0$ .

20. Плоскости  $x - 2y + 3z - 4 = 0$  принадлежит точка

1)  $A(1, 2, 3)$ ; 2)  $B(1, 1, 1)$ ; 3)  $C(4, 0, 0)$ ; 4)  $D(-4, 0, 3)$ .

21. Через ось  $Ox$  проходит плоскость

1)  $3x - 5z + 1 = 0$ ; 2)  $8y - 3z = 0$ ; 3)  $7y + 4 = 0$ ; 4)  $5x + 2y - 6z = 0$ ; 5)  $2x - 3 = 0$ .

22. Направляющий вектор прямой  $\ell$ : 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 1 = 0 \\ 2x - 3y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$
 имеет координаты

1)  $\{-13, -4, -1\}$ ; 2)  $\{13, 4, 1\}$ ; 3)  $\{-5, -8, -7\}$ ; 4)  $\{5, 8, 7\}$ ; 5)  $\{3, -1, -1\}$ .

В заданиях 23 – 26 ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Укажите это число.

23. Прямая  $x - 1 = \frac{y + 3}{-8} = \frac{z - 2}{t}$  параллельна плоскости  $3x - 4y + 7z - 2 = 0$  при  $t$  равном \_\_\_\_\_.

24. Расстояние от точки  $A(3; 1; -1)$  до плоскости  $y = 5$  равно \_\_\_\_\_.

25. Точки  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(0, -3, 2)$ ,  $C(1, 3, 2)$  и  $D(1, -1, z)$  лежат в одной плоскости при  $z$  равном \_\_\_\_\_.

26. Вектор  $\vec{a} = (2, -3, -1)$  параллелен плоскости  $2x - ky + 5z - 7 = 0$  при  $k$  равном \_\_\_\_\_.

В заданиях 27-31 выбрать правильный вариант ответа.

27. Какой из указанных векторов является решением системы?

$$\begin{cases} 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 3, \\ 5x_1 + 6x_2 - 1x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

1) (2;-1;0); 2) (1;-1;0); 3) (-1;-1;3); 4) (5;2;1).

28. Сколько решений может иметь система?

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$$

1) 4; 2) 3; 3) бесконечное множество; 4) 1.

29. Как изменится ранг данной матрицы, если из нее вычеркнуть вторую строку?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 4 \\ 6 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

1) увеличится на 1; 2) уменьшится на 1;

3) не изменится; 4) уменьшится на 2.

30. Известно, что существуют разность матриц  $A - B$  и их произведение  $BA$ . В матрице  $B$  3 строки. Пусть в матрице  $A$   $k$  строк. Тогда

1)  $k = 1$ ; 2)  $k = 2$ ; 3)  $k = 3$ ; 4)  $k$  любое.

31. Являются ли векторы  $a$ ,  $a+20b$ ,  $b$ ,  $b-c$  линейно зависимыми?

1) нет; 2) да.

В заданиях 32 – 36 ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Укажите это число.

32. Сумма значений  $a$ , при которых векторы  $(-2; 3a+1; 3)$  и  $(-4; 8; 7a-1)$  линейно зависимы равна \_\_\_\_\_.

33. Система векторов  $(2; -10; 8)$ ,  $(1; -5; 4)$ ,  $(1; -3; 5)$  имеет \_\_\_\_\_ базисов.

34. Общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса имеет вид:  $x_2 = 2x_1 - x_4 - 5x_5$ ,  $x_3 = x_1 + 3x_4$ ,  $x_1$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  – любые. Фундаментальная система решений содержит \_\_\_\_\_ векторов.

35. Известно, что  $\det A = 5$ ,  $\det B = 14$ .  $\det(A^{-1}B)$  равен \_\_\_\_\_.

36. Если пятая строка определителя равна сумме второй и третьей строк, то сам определитель равен \_\_\_\_\_.

### Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
<i>ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности</i>				
1.	Задание закрытого типа	Если векторы $\vec{a} = \{7; 4; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; n; 5\}$ перпендикулярны, то $n$ равно 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3	4	2
2.		Площадь треугольника построенного на векторах $\vec{AB} = \{2; 2; 3\}$ и $\vec{AC} = \{2; 0; 3\}$ равна 1) 7 2) 14 3) 28 4) 36	1	4
3.		Система уравнений $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 3, \\ -9x_1 + 6x_2 - 11x_3 = -7, \\ -24x_1 + 16x_2 - 36x_3 = -22. \end{cases}$ имеет решений 1) одно 2) два 3) бесконечное множество 4) ни одного	3	7
4.		Пусть $n$ – число неизвестных системы линейных уравнений, $k$ – ранг основной матрицы системы, $m$ – ранг расширенной матрицы системы. Система имеет решения при условии, что	3	1

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		1) $k < n$ 2) $m < n$ 3) $k = m$ 4) $m = n$		
5.		Вектор с какими координатами можно добавить к векторам $\vec{a} = (4; 2; 5)$ и $\vec{b} = (4; 6; 1)$ , чтобы получить базис в пространстве $R^3$ ? 1) $(0; 4; 6)$ 2) $(-4; 2; -5)$ 3) $(1; 1; 0)$ 4) $(8; -8; 4)$	3	7
6.	Задание открытого типа (комбинированного типа)	Решите задачу: Найдите общее уравнение прямой $a$ , проходящей через точку $M_0(3; -2)$ перпендикулярно к прямой $b: 4x - 5y + 2 = 0$ .	Прямые $a$ и $b$ перпендикулярны, следовательно, нормальный вектор $\vec{n}_b$ прямой $b$ можно взять в качестве направляющего вектора $\vec{s}_a$ для прямой $a$ : $\vec{s}_a = \vec{n}_b = \{4; 5\}$ . В качестве начальной точки прямой $a$ берем точку $M_0(3; -2)$ и составляем каноническое уравнение искомой прямой: $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{5}$ . Отсюда $a: 5x + 4y - 7 = 0$ .	10-15
7.		Решите задачу: Вычислить произведение матриц:	Первая матрица имеет размеры $2 \times 3$ , а вторая размеры $3 \times 3$ , поэтому произведение существует. В результате умножения получится матрица $C = (c_{ij})$ размеров $2 \times 3$ . Вычислим ее элементы: $c_{11} = 10, c_{12} = 6, c_{13} = 6, c_{21} = 19,$	10-15

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$c_{22} = 11, c_{23} = 12.$ Искомая матрица $\begin{pmatrix} 10 & 6 & 6 \\ 19 & 11 & 12 \end{pmatrix}.$	
8.		<p>Решите задачу:  Выясните, являются ли векторы <math>\vec{a} = \{0; 1; 2\}</math>, <math>\vec{b} = \{1; 2; 2\}</math>, <math>\vec{c} = \{1; 2; 2\}</math> линейно зависимыми или независимыми.</p>	<p>Составим линейную комбинацию данных векторов с неизвестными коэффициентами и приравняем ее к нулю:  <math>\lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b} + \lambda_3 \vec{c} = 0.</math> Это векторное равенство равносильно следующей системе числовых равенств. Решая эту однородную систему методом Гаусса, получим ответ: <math>\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3.</math> Система имеет бесконечное множество решений, в том числе ненулевых, значит, данные векторы линейно зависимы.</p>	10-15
9.		<p>Найдите скалярное произведение векторов <math>\vec{x} = \{0; 1; 2; 2\}</math> и <math>\vec{y} = \{3; 2; 1; 5\}</math> в ортонормированном базисе.</p>	<p>Так как базис по условию ортонормированный, то <math>\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4.</math> В данном случае, <math>\vec{x} \cdot \vec{y} = 14.</math></p>	4
10.		<p>Найдите собственные значения линейного оператора заданного в некотором базисе матрицей <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 5 \end{pmatrix}.</math></p>	<p>Собственными значениями линейного оператора будут служить действительные корни его характеристического уравнения <math> A - \lambda E  = 0.</math> Найдем определитель матрицы <math> A - \lambda E  = (\lambda + 3)(\lambda + 4).</math> Таким образом, собственными значениями преобразования являются числа -3 и 4.</p>	10

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
<b>Основной блок</b>				
1	Контрольная работа № 1	1-15	15	КР проводятся в

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
2	Контрольная работа № 2	1-15	15	аудитории по расписанию учебных занятий
3	Контрольная работа № 3	1-15	15	
4	Контрольная работа № 4	1-15	15	
5	Контрольная работа № 5	1-15	15	
6	Контрольная работа № 6	1-15	15	
<b>Всего</b>			<b>90</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
7.	Активная работа на занятиях	0-5	5	В течение семестра
8.	Посещение занятий	0-5	5	В течение семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	-
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	<b>Зачет</b>

**Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)**

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-0,5
<i>Неготовность к занятию</i>	-1,5
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1,5

**Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **8.1. Основная литература**

1. Беклемишев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. URL:

[HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN9785922109796.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html) (ЭБС «Консультант студента»).

2. Протасов Ю.М., Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Протасов Ю.М. - М. : ФЛИНТА, 2017. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN9785976509566.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976509566.html) (ЭБС «Консультант студента»).
3. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие/ Чеголин А.П.— Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. URL: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html> (ЭБС «IPRbooks»)

### **8.2. Дополнительная литература**

1. Бутузов В.Ф., Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN5922102850.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html) (ЭБС «Консультант студента»).
2. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие/ Елькин А.Г.— Саратов: Вузовское образование, 2018. URL: [HTTP://WWW.IPRBOOKSHOP.RU/77939.HTML](http://www.iprbookshop.ru/77939.html) (ЭБС «IPRbooks»)
3. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии: учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN9785778222755.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778222755.html) (ЭБС «Консультант студента»).
4. Фролов С.В. Линейная алгебра в геометрическом изложении: учебно-методическое пособие/ Фролов С.В.— СПб.: Университет ИТМО, 2015. URL: [HTTP://WWW.IPRBOOKSHOP.RU/71490.HTML](http://www.iprbookshop.ru/71490.html) (ЭБС «IPRbooks»)

### **8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)**

Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»  
<https://library.asu.edu.ru/catalog/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Для проведения занятий по дисциплине «Аналитическая геометрия, линейная алгебра» имеются лекционные аудитории, оборудованные мультимедийной техникой с возможностью презентации обучающих материалов, фрагментов фильмов; аудитории для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью и средствами наглядного представления учебных материалов; библиотека с местами, оборудованными компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).