

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

_____М.В. Коломина

«8» сентября 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ПМИ

_____М.В. Коломина

«8» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ**

Составитель

Коломина М.В, к. ф.-м. н., доцент, АГУ

Направление подготовки/
специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) ОПОП

Программирование и искусственный интеллект

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приема

2023

Курс

1–2

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целью освоения дисциплины «Практикум по математическому анализу» является создание теоретических основ, позволяющих в дальнейшем осваивать другие дисциплины математического и естественнонаучного, а также профессионального циклов, способствующих формированию общекультурных и профессиональных компетенций.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- изучение современного математического аппарата, основных методов дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных; основных понятий и теорем математического анализа о числовых и функциональных рядах, а также о рядах и преобразованиях Фурье;
- формирование практических навыков применения современного математического аппарата;
- формирование умения применять методы математического анализа для решения сложных задач информатики, применять методы математического анализа к решению задач об изучении сходимости рядов, разложении в ряд и нахождении сумм числовых и степенных рядов;
- подготовить к изучению других дисциплин.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Практикум по математическому анализу» относится к факультетам.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами: математика общеобразовательной школы.

Знания: основных определений и теорем алгебры и начала математического анализа.

Умения: решать типовые теоретические и вычислительные задачи.

Навыки: логических рассуждений при решении задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Дифференциальные уравнения,
- Математическая статистика,
- Теория вероятностей,
- Методы оптимизации,
- Теория игр.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

а) профессиональных (ПК):

- ПК-8: Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ПК-8 ПК-8.1. Владение методами инте-	ИПК-8.1.1 Знание современного математического аппарата	ИПК-8.2. Умеет применять методы интегрального и дифференциального исчисления одной и не-	ИПК-8.3.1 Навыком применения современного математического аппарата при

грального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных	та, основных методов решения прикладных задач.	скольких переменных при решении прикладных задач.	решении прикладных задач.
--	--	---	---------------------------

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объём дисциплины составляет 4 (1, 1, 1, 1) зачётных единиц, в том числе 144 часа, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 144 часа – практические занятия).

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого ча- сов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Семестр 1										
Раздел 1. Введение в математический анализ					18			3	21	Контрольная работа 1, 2
Раздел 2. Метрическое пространство					18			3	21	
Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.					18			3	21	
Консультации										
Контроль промежуточной аттестации										Зачет
Итого за семестр:					54			9	63	
Семестр 2										
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной					14			3	17	Контрольная работа 3, 4
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной					34			3	37	
Раздел 6. Неопределенный интеграл					24			3	27	
Консультации										
Контроль промежуточной аттестации										Зачет
Итого за семестр:					72			9	81	
Семестр 3										
Раздел 7. Интеграл Римана					42			5	47	Контрольная работа 5, 6
Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных					30			4	34	
Консультации										
Контроль промежуточной аттестации										Зачет
Итого за семестр:					72			9	81	
Семестр 4										
Раздел 9. Многократный интеграл Римана					16			2	18	Контрольная работа 7, 8
Раздел 10. Числовые ряды					8			2	10	
Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье					10			2	12	
Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра					10			2	12	

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Контактная работа, час.							СР, час.	Итого ча- сов	Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
	Л		ПЗ		ЛР		КР / КП			
	Л	в т.ч. ПП	ПЗ	в т.ч. ПП	ЛР	в т.ч. ПП				
Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега					10			1	12	
Консультации										
Контроль промежуточной аттестации										Зачет
Итого за семестр:					54			9	63	
Консультации за весь период										
Итого за весь период:					252			36	288	

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар, ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины	Кол-во часов	Код компетенции	общее количество компетенций
		ПК-8	
Раздел 1. Введение в математический анализ	21	+	1
Раздел 2. Метрическое пространство	21	+	1
Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.	21	+	1
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	17	+	1
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	37	+	1
Раздел 6. Неопределенный интеграл	27	+	1
Раздел 7. Интеграл Римана	47	+	1
Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	34	+	1
Раздел 9. Многократный интеграл Римана	18	+	1
Раздел 10. Числовые ряды	10	+	1
Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье	12	+	1
Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра	12	+	1
Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега	12	+	1
Итого	288		

Краткое содержание дисциплины

Введение в математический анализ. Метрическое пространство. Теория пределов для функции одной переменной. Непрерывность функции одной переменной. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл. Интеграл Римана. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Многократный интеграл Римана. Числовые ряды. Функциональные ряды. Ряды Фурье. Интегралы, зависящие от параметра. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине

Практическое занятие – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для практического занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

1. Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Методические рекомендации для студентов

Практическое занятие. Как к нему готовиться

1. Практическое занятие наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.
2. К каждому практическому занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

Организация самостоятельной работы

3. Бюджет времени студента определяется временем, отведенным на занятия по расписанию и на самостоятельную работу. Задание и материал для самостоятельной работы дается во время учебных занятий, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой.
4. Для выполнения объема самостоятельной работы необходимо заниматься в среднем 4 часа (академических) ежедневно, т.е. по 24 часа в неделю. На самостоятельную работу по каждой дисциплине по математике следует расходовать по 3-4 часа в неделю.
5. Начинать самостоятельные занятия следует с первых же дней семестра, установив определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Полезно для этого составить расписание порядка дня.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Раздел 1. Введение в математический анализ	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 2. Метрическое пространство	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 6. Неопределенный интеграл	3	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 7. Интеграл Римана	5	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	4	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 9. Многократный интеграл Римана	2	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 10. Числовые ряды	2	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье	2	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе

		товка к контрольной работе
Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра	2	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе
Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега	1	Изучение материалов лекции. Подготовка к контрольной работе

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

Раздел дисциплины	Форма работы
Раздел 1. Введение в математический анализ	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 2. Метрическое пространство	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 6. Неопределенный интеграл	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 7. Интеграл Римана	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 9. Многократный интеграл Римана	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 10. Числовые ряды	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра	Регулярное выполнение домашней работы
Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега	Регулярное выполнение домашней работы

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

1.1. Образовательные технологии

Виды учебной работы: практические занятия, контрольные работы.

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Раздел 1. Введение в математический анализ	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 2. Метрическое пространство	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 6. Неопределенный интеграл	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 7. Интеграл Римана	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических</i>	<i>Не предусмотрено</i>

		заданий	
Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 9. Многократный интеграл Римана	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 10. Числовые ряды	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий</i>	<i>Не предусмотрено</i>

6.2. Информационные технологии

- использование возможностей Интернета в учебном процессе (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы);
- использование электронных учебников и различных сайтов (электронные библиотеки, журналы и т.д.) как источник информации;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т.д.);

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.
3. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги». www.biblio-online.ru
4. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <https://library.asu.edu.ru>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Практикум по математическому анализу» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине и оценочных средств

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины	Код контролируемых компетенций	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1. Введение в математический анализ	ПК-8	Контрольная работа №1

2	Раздел 2. Метрическое пространство	ПК-8	Контрольная работа №2
3	Раздел 3. Теория пределов для функции одной переменной.	ПК-8	
4	Раздел 4. Непрерывность функции одной переменной	ПК-8	Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4
5	Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ПК-8	
6	Раздел 6. Неопределенный интеграл	ПК-8	
7	Раздел 7. Интеграл Римана	ПК-8	Контрольная работа №5, Контрольная работа № 6
8	Раздел 8. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	ПК-8	
9	Раздел 9. Многократный интеграл Римана	ПК-8	Контрольная работа №7 Контрольная работа №8
10	Раздел 10. Числовые ряды	ПК-8	
11	Раздел 11. Функциональные ряды. Ряды Фурье	ПК-8	
12	Раздел 12. Интегралы, зависящие от параметра	ПК-8	
13	Раздел 13. Измеримые функции Мера и интеграл Лебега	ПК-8	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 6 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для результатов обучения по дисциплине

Примерные задания контрольных работ

Контрольная работа № 1

- 1) Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{3x-5}}{x^2-4} + \arctg(x-1)$.
- 2) Ограничено ли множество $X = \left\{ x : x = \frac{n+1}{4n-2}, n \in N \right\}$. Если множество ограничено, найти его точные грани.

Контрольная работа № 2

- 1) С помощью определения предела по Коши доказать равенство:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3}{2}$$

- 2) Вычислить пределы

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(2x - \frac{4x^2 - 5x}{6x - 7} \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 5}{3x^4 - 7x + 1}$

Контрольная работа № 3

- 1) Доказать непрерывность функции в точке x_0 , используя определение а) по Коши, б) по Гейне, в) через приращения: $f(x) = x^3 - 5x + 8$, x_0 – любое.
- 2) Исследовать на непрерывность функцию, найти точки разрыва, определить род разрыва, схематически построить график

$$f(x) = \begin{cases} 2^{|x|} - 8, & x < 3, \\ x^2 - 9, & x \geq 3. \end{cases}$$

Контрольная работа № 4

- 1) Вычислить производную функции, найти ее дифференциал

$$y = \sin(2x^2 + 1) \operatorname{tg} e^{2x} + \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x} - 1}}.$$

- 2) Найти приближенное значение функции $y = \sqrt[5]{\frac{2-x}{2+x}}$ в точке $x = 0.15$.

- 3) Используя правило Лопиталя найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$.

- 4) Исследовать функцию $y = (x-3)^2(x-2)$, построить ее график.

Контрольная работа № 5

- 1) Вычислить $\int x \ln \frac{x}{x+1} dx$

- 2) Вычислить $\int \frac{4x^2 + x + 1}{x^3 - 1} dx$

- 3) Вычислить $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx$

- 4) Вычислить $\int \frac{dx}{1 - \cos x}$

- 5) Проинтегрировать дифференциальный бином $\int x^5 \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$

- 6) Вычислить интеграл, используя тригонометрические подстановки $\int \frac{dx}{7-5\sin x}$

Контрольная работа № 6

- 1) Вычислить интеграл $\int_1^4 (2x+3)dx$
- 2) Вычислить, используя формулу замены переменной $\int_0^2 \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$
- 3) Вычислить, используя формулу интегрирования по частям $\int_0^{\pi} e^x \sin 2x dx$
- 4) Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^3$, $y = (x-2)^2$.
- 5) Вычислить объем и площадь поверхности тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линией $r = a \cos^2 \varphi$.
- 6) Вычислить длину дуги кривой $r = 2a \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi}$ от φ_1 до φ_2 .

Контрольная работа № 7

- 1) Начертить линии уровня, построить фигуру в пространстве $z = 2 - xy$.
- 2) Найти и построить область определения функции $z = \ln(x^2 - y^2 - 1)$.
- 3) Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^4 y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$.
- 4) Исследовать на экстремум функцию $u = x^2 + 3xy - 8\ln x - 6\ln y$.

Контрольная работа № 8

- 1) Поменять порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^1 dx \int_{\frac{x^2}{9}}^x f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_{\frac{x^2}{9}}^9 f(x, y) dy$.
- 2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^3 = a^2(x^4 + y^4)$.
- 3) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = x^2$, $y = 1$, $x + y + z = 4$, $z = 0$

Контрольная работа № 9

- 1) Доказать сходимость или расходимость рядов, выбрав подходящий признак
а) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k - k}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 9}$, в) $\sum_{k=1}^{\infty} k^k \sin^k \frac{1}{2k}$.
- 2) Установить сходится ли данный ряд абсолютно $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-3)^k}{1 + (-3)^{2k}}$.
- 1) Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)x^{2k-1}}$.
- 2) Разложить в ряд Тейлора функцию $y = \ln(1-x)$ в точке $x = 1$, найти интервал сходимости этого ряда.
- 3) Разложить в ряд Фурье функцию $y = -5x + 2$ в интервале $(-1, 1)$

Таблица 9. Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ПК-8. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат				
1	Задание закрытого типа	Из числовых последовательностей $\left\{\left(1+\frac{2}{n}\right)^{-n}\right\}$, $\left\{\left(1-\frac{3}{n}\right)^n\right\}$, $\left\{\frac{2-n+10n^2}{4-n^3}\right\}$, $\left\{\frac{3+2n-n^2}{1+1000n^2}\right\}$, бесконечно малой является последовательность а) $\left\{\frac{2-n+10n^2}{4-n^3}\right\}$ б) $\left\{\left(1-\frac{3}{n}\right)^n\right\}$ б) $\left\{\left(1+\frac{2}{n}\right)^{-n}\right\}$ в) $\left\{\frac{3+2n-n^2}{1+1000n^2}\right\}$	а) $\left\{\frac{2-n+10n^2}{4-n^3}\right\}$	10
2		Предприятие внедряет новую технологию производства, при которой изменение производительности выпуска однородной продукции с течением времени задается функцией $f(t) = \sqrt{t+9} - 3$, где t – время в неделях. Тогда объем продукции $S(t)$, произведенной за время t , можно определить как: а) $S(t) = \frac{2}{3} \sqrt{(t+9)^3} - 3t - 18$ б) $S(t) = \frac{2}{3} \sqrt{(t+9)^3} - 3t$ в) $S(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+9}} - 3t - \frac{1}{6}$ г) $S(t) = \frac{3}{2} \sqrt{(t+9)^3} - 3t - \frac{81}{2}$	а) $S(t) = \frac{2}{3} \sqrt{(t+9)^3} - 3t - 18$	15
3		Пусть задана функция $y = \arcsin x$. Отметьте верные утверждения: а) Функция определена на отрезке $[-1;1]$ б) Является обратной для функции $y = \sin x$ на $[-\pi; \pi]$ в) Убывает в области определения г) Производная равна $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ на интервале $(-1;1)$	а) Функция определена на отрезке $[-1;1]$ г) Производная равна $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ на интервале $(-1;1)$	15
4		Какая из перечисленных функций является обратной для функции $y = (x+1)^3$ а) $x = (y+1)^3$ б) $x = \sqrt[3]{y} - 1$ в) $x = \sqrt[3]{y-1}$ г) $x = \sqrt[3]{y}$	б) $x = \sqrt[3]{y} - 1$	15
5		Какая из перечисленных последовательностей сходится: а) $x_n = \frac{n^2 - 2n}{n+1}$ б) $x_n = \frac{5n}{n+1}$ в) $x_n = \sin \frac{\pi n}{3}$ г) $x_n = n$	б) $x_n = \frac{5n}{n+1}$	10
6	Задание открыто-	Составить уравнение касательной к кривой в точке, соответствующей значению параметра $t=t_0$	$y = 3x - 1$	15

	го типа	$\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$		
7		Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[5]{(1+\sqrt{x})^4}}{x^{10/\sqrt{x^9}}} dx$	$-\frac{10}{9} \cdot \left(\sqrt[5]{\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}} \right)^9 + C$	15-20
8		Найти интервалы знакопостоянства и корни функции $y = x^3 - 3x^2 + 2x$	$y > 0$ в интервалах $(0; 1)$, $(2; +\infty)$; $y < 0$ в интервалах $(-\infty; 0)$,	15
9		Найти функцию, обратную $y = 2 \sin 3x$	$y = \frac{1}{3} \arcsin \frac{x}{2}$	5-10
1		Дано уравнение прямолинейного движения точки: $s = 5t + 6$. Определить среднюю скорость движения: а) за первые 6 секунд;	а) 5 б) 5	15
1	Задание комбинированного типа	Найти наименьшее значение функции $y = 2^{x^2}$. Объясните ход решения.	Найдем производную функции y : $y' = 2^{x^2} \cdot x \cdot \ln(4)$. Найдем стационарные точки. Для этого решим уравнение $2^{x^2} \cdot x \cdot \ln(4) = 0$. Получим корень $x = 0$. На промежутке $(+\infty; 0)$ функция y принимает положительные значения, на промежутке $(0; -\infty)$ – отрицательные значения. Точка $(0; 1)$ является точкой минимума. Наименьшее значение функции $y_{\min} = 1$.	5-10

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Таблица 10. Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
1, 3, 4 семестр				
Основной блок				
1.	Контрольная работа	2/45	90	
Всего			90	-
Блок бонусов				
2.	Посещение занятий		10	
Всего			10	-
ИТОГО			100	-
2 семестр				
Основной блок				
3.	Контрольная работа	3/30	90	
Всего			90	-
Блок бонусов				
4.	Посещение занятий		10	
Всего			10	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11. Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине

по дисциплине		
Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1 Основная литература:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие. - 22-е изд.; перераб. - СПб.: Профессия, 2005. - 432 с. (114 экз.).
2. Введение в математический анализ. (Избранные темы). Ч.2 / сост. М.В. Коломина. - Астрахань Изд. дом «АГУ», 2004. - 26 с. (19 экз.)
3. Введение в математический анализ. (Избранные темы): метод. рекомендации для студентов по спец.: 010200 - Прикладная математика и информатика; 030100 - Учитель информатики. Ч.1 / сост.: М.В. Коломина. - Астрахань: Изд. дом «АГУ», 2004. - 19 с. (20 экз.)
4. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: учебное пособие. - 7-е изд.; стер. - СПб.: Лань, 2010. - 464 с. (49 экз.)
5. Ильин В.Л. Основы математического анализа. Ч. II : учеб. для ун-тов. - 2-е изд. - М. : Наука, 1980. - 447 с. (4 экз.)
6. Королькова Л.Н., Невидомская И.А., Мелешко С.В., Литвин Д.Б. Дифференциальное исчисление функций [Электронный ресурс]: Учебное пособие. Ставрополь: АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2017. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/stavgau_00114.html (ЭБС «Консультант студента»).
7. Лакерник А.Р. Высшая математика. Краткий курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие. М.: Логос, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785987045237.html> (ЭБС «Консультант студента»).
8. Основы математического анализа (модуль «Неопределенный интеграл») [Электронный ресурс]: учебное пособие / Зубова И.К., Острая О.В. - Оренбург: ОГУ, 2017. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785741017944.html> (ЭБС «Консультант студента»).
9. Основы математического анализа (модуль «Определенный интеграл и несобственные интегралы») [Электронный ресурс]: учебное пособие / Зубова И.К., Острая О.В. - Оренбург: ОГУ, 2017. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785741018514.html> (ЭБС «Консультант студента»).
10. Рощенко О.Е. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229457.html> (ЭБС «Консультант студента»).
11. Рояк С.Х. Пределы. Сборник задач и упражнений [Электронный ресурс]: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. url: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778231283.html> (ЭБС «Консультант студента»).
12. Туганбаев А.А., Математический анализ : ряды [Электронный ресурс] / Туганбаев А.А. - М. : ФЛИНТА, 2017. - 40 с. - ISBN 978-5-9765-1307-5 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976513075.html> (ЭБС «Консультант студента»).
13. Ушаков В.К. Математика: основы теории дифференциальных уравнений [Электрон-

ный ресурс]: учеб. пособие. М.: МИСиС, 2018. URL:
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906953056.html> (ЭБС «Консультант студента»).

8.2 Дополнительная литература

1. Бутырин В.И. Справочное пособие по высшей математике [Электронный ресурс]: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. URL:
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229402.html> (ЭБС «Консультант студента»).
2. Виноградова И.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. В 2 ч. Ч.1. Дифференциальное и интегральное исчисление: рек. М-вом образования РФ в качестве учеб. пособ. для вузов. - изд. 3-е; испр. - М.: Дрофа, 2001. - 725 с. (1 экз.)
3. Ильин В.А. Математический анализ: учебник для студентов вузов / под ред. А.Н.Тихонова. - М.: Наука, 1979. - 720 с. (14 экз.)
4. Казаров С.А. Математический анализ. Ч. 1: учеб. пособ. Введение в анализ. - Астрахань: Изд-во АГПИ, 1995. - 53 с. (28 экз.)
5. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа в 3-х томах. Т.1 : Учебн. для студ. ун-тов и вузов. - 2-е изд. ; перераб. и доп. - М. : Высш.шк., 1988. - 712 с. (38 экз.)
6. Тимошко Ж.И., Селезень С.Л. Математика. Практикум [Электронный ресурс]: учеб. пособие. Минск: РИПО, 2018. URL:
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789855037737.html> (ЭБС «Консультант студента»).
7. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 1 — 2019. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-3993-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113948>
8. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 23-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-6940-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153688>
9. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е, стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 1 : Основы математического анализа — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-7583-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/162390>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
10. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник для вузов : в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021 — Часть 2 — 2021. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-8375-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/175511>
11. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3-х тт.: учебник для вузов: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 2: Курс дифференциального и интегрального исчисления — 2021. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-7377-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159505>
12. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.: учебник для вузов: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 3 — 2021. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-8779-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180824>
13. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] / Г. М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — СПб: Лань, 2017. — 800 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91898> — Загл. с экрана.
14. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] / Г. М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — СПб: Лань, 2017. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/90053> — Загл. с экрана.

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения **практических занятий**:

1. Используется аудитория, оборудованная необходимым количеством столов, стульев, доской маркерной и электронной.
2. Аудитория должна иметь следующие нормы освещенности
 - СНиП 23-05-95 «Естественное и искусственное освещение» норма освещенности аудиторий ВУЗов 400 Лк.
 - СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 «Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий» пункт 3.3.3. «Общее освещение в помещениях общественных зданий должно быть равномерным».
3. Электронная доска должна быть подключена к сети Интернет.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).