

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

_____ М.В. Коломина

«8» ноября 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ПМИ

_____ М. В. Коломина

«8» ноября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

»

Составители

Корнеев Г.А., к.т.н., доцент ФИТиП, ИТМО

Ивашиненко Е.А., ст. пр. каф. ПМИ, АГУ

Направление подготовки /
специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) ОПОП

Программирование и искусственный интеллект

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приёма

2023

Курс

2

Семестр

4

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей» является формирование логического мышления, получение навыков построения вероятностных моделей и описания на этом языке реальных объектов.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- познакомить с методами теории вероятности;
- научить применять изученные методы в ходе профессиональной деятельности;
- сформировать практические навыки применения основных методов теории вероятности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина Учебная дисциплина «Теория вероятностей» относится к обязательной части и осваивается в 4 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами (модулями):

- Линейная алгебра;
- Математический анализ;
- Введение в программирование.

Знания: основных определений и теорем алгебры и начала математического анализа; основных функций и компонентов инструментальных средств проектирования и их практическое воплощение в наиболее развитых программных продуктах.

Умения: решать типовые теоретические и вычислительные задачи.

Навыки: использования и проверки алгебраических соотношений в прикладных математических задачах, ориентировании в основных алгебраических структурах и нахождении связи между ними.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

- Математическая статистика.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

а) общепрофессиональных (ОПК):

- ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

б) профессиональных (ПК):

- ПК-8. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код	Код и наименование	Планируемые результаты обучения по дисциплине
-----	--------------------	---

компетенции	индикатора достижения компетенции	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-1	ОПК-1.1 Планирует самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач ОПК-1.2 Обосновывает и использует положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности	Методы теории вероятности и математической статистики	Применять изученные методы в ходе профессиональной деятельности.	Основными методами математической статистики.
ПК-8	ПК-8.1. Владение методами интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных ПК-8.2. Владение методами теории линейных пространств и операторов ПК-8.3. Владение методами функционального анализа для решения сложных задач информатики	Современный математический аппарат	Применять методы функционального анализа для решения сложных задач информатики	Современным математическим аппаратом

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объём дисциплины составляет 3 зачётные единицы, в том числе 54 часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 18 часов – лекции, 36 часов – практические работы), и 54 часа – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
<i>Раздел I. Теория вероятностей</i>	4	9	18			27	Контрольная работа №1, Практическое задание №1, Домашнее задание №1
<i>Раздел II. Функции распределения</i>		9	18			27	Контрольная работа №2, Практическое задание №2, Домашнее задание №2
Итого		18	36			54	Экзамен

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины	Кол-во часов	Код компетенции		Общее количество компетенций
		ОПК-1	ПК-8	
<i>Раздел I. Теория вероятностей</i>	54	+	+	2
<i>Раздел II. Функции распределения</i>	54	+	+	2
Итого	108			

Краткое содержание каждой темы дисциплины

Раздел I. Теория вероятностей

Аксиомы Колмогорова. Общее вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Условная вероятность. Независимость событий и экспериментов. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли: теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.

Раздел II. Функции распределения

Случайные величины и векторы. Функция распределения. Виды распределений: дискретные распределения; абсолютно непрерывные распределения, сингулярные распределения. Примеры распределений. Условные распределения. Математическое ожидание и дисперсия, их свойства. Мода, медиана, моменты случайной величины. Условные математические ожидания. Ковариация и коэффициент корреляции.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине

Лекционные занятия

Основной формой реализации теоретического обучения является лекция, которая представляет собой систематическое, последовательное изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического характера. Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины.

Порядок подготовки лекционного занятия включает в себя выполнение следующих этапов:

- изучение требований программы дисциплины;
- определение целей и задач лекции;
- разработка плана проведения лекции;
- подбор литературы (ознакомление с методической литературой, публикациями периодической печати по теме лекционного занятия);
- отбор необходимого и достаточного по содержанию учебного материала;
- определение методов, приемов и средств поддержания интереса, внимания, стимулирования творческого мышления студентов;
- написание конспекта лекции.

Лекция должна включать следующие разделы:

- формулировку темы лекции;
- указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- изложение вводной части;
- изложение основной части лекции;
- краткие выводы по каждому из вопросов;
- заключение;
- рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия

Практические занятие – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для практического занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непосредственной помощи преподавателя (но при его контроле), руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий.

В учебном процессе образовательного учреждения выделяются два вида самостоятельной работы:

- аудиторная – выполняется на учебных занятиях, под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию (выполнение самостоятельных работ; выполнение контрольных и практических работ; решение задач);
- внеаудиторная – выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия (подготовка к аудиторным занятиям; изучение учебного материала, вынесенного на самостоятельную проработку; выполнение домашних заданий разнообразного характера; выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и инициативы; подготовка к контрольной работе). Внеаудиторные самостоятельные работы представляют собой логическое продолжение аудиторных занятий, проводятся по заданию преподавателя, который инструктирует студентов и устанавливает сроки выполнения задания.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекция

- Лекция – основной вид обучения в вузе.
- В лекции излагаются основные положения теории, ее понятия и законы, приводятся факты, показывающие связь теории с практикой.
- Накануне лекции необходимо повторить содержание предыдущей лекции (а также теорию по изучаемой теме в школьных учебниках геометрии, если эта тема была представлена в них), а затем посмотреть тему очередной лекции по программе (по плану лекций).
- Полезно вести записи (конспекты) лекций: для непонятных вопросов оставлять место при работе над темой лекции с учебными пособиями.
- Записи лекций следует вести в отдельной тетради, оставляя место для дополнений во время самостоятельной работы.
- При конспектировании лекций выделяйте главы и разделы, параграфы, подчеркивайте основное.

Практическое занятие. Как к нему готовиться

- Практическое занятие наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.

- К каждому практическому занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

Организация самостоятельной работы

Самостоятельность в учебной работе способствует развитию заинтересованности студента в изучаемом материале, вырабатывает у него умение и потребность самостоятельно получать знания, что весьма важно для специалиста с высшим образованием. Самостоятельная работа студентов представлена в следующих формах:

- работа с учебной литературой и конспектом лекций с целью подготовки к лабораторным занятиям, составление конспектов тем, выносимых на самостоятельную проработку;
- систематическое выполнение домашних работ.

Таблица 4 – Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
<i>Раздел I. Теория вероятностей</i>	54	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим и контрольным работам.
<i>Раздел II. Функции распределения</i>	54	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим и контрольным работам.

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно

Регулярное выполнение домашней работы.

Написание контрольных работ. Контрольная работа выполняется в рамках каждого раздела курса с целью усвоения прослушанного студентом теоретического материала.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Теория вероятностей» могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
<i>Раздел I. Теория вероятностей</i>	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
<i>Раздел II. Функции распределения</i>	<i>Лекция-диалог</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>

6.2. Информационные технологии

При реализации различных видов учебной и внеучебной работы используются следующие информационные технологии:

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));

- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Электронное образование») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров.

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Google Chrome	Браузер
OpenOffice	Пакет офисных программ
R	Программная среда вычислений

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.
3. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги». www.biblio-online.ru
4. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем». <https://library.asu.edu.ru>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Теория вероятностей» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Раздел I. Теория вероятностей	ОПК-1, ПК-8	Контрольная работа №1, Практическое задание, Домашнее задание
Раздел II. Функции распределения	ОПК-1, ПК-8	Контрольная работа №2, Практическое задание, Домашнее задание

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине

Домашнее задание №1

- Форма представления обучающимися решения задач/домашнего задания: решения задач предоставляются в письменном или электронном виде.
- Сроки представления решения: решения предоставляются в срок, указанный преподавателем.

Примеры заданий:

Тема 1 «Вероятностные пространства и модели»

1. В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют 12 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 6 команд в каждой. Среди участников соревнований имеется 7 команд экстра-класса. Найти вероятность того, что четыре команды экстра-класса попадут в одну группу, а три --- в другую.
2. Из карточек, на которых написаны цифры 1, 2, 3 и 4 случайным образом выбираются
3. Если сумма цифр на этих карточках четная, то к полученному числу добавляют полусумму цифр на 2-х оставшихся карточках. Нечетную сумму цифр оставляют без изменения. Для случайной величины X - скорректированной суммы цифр найти математическое ожидание EX .

Практическая работа №1

Практическая работа выполняется в рамках каждого раздела курса с целью усвоения прослушанного студентом теоретического материала.

Объем выполненной работы: каждая практическая работа содержит 3-5 задач.

Срок сдачи работы: практические работы должны быть сданы в период прочтения курса. Сдача работы представляет собой предоставление отчёта в свободной форме в письменном или электронном виде и, в случае необходимости, устные ответы на уточняющие вопросы по отдельным задачам.

Примеры заданий к практической работе 1 «Теория вероятностей»

1. В ящике находится 7 черных шаров, 5 белых и 3 красных. Из ящика случайно извлекаются 3 шара. Какова вероятность того, что среди извлеченных шаров n белых, где $n = 0, 1, 2, 3$? Решить задачу с указанием соответствующей дискретной схемы.
2. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров два игрока по очереди случайно извлекают шары (по одному шару при каждом извлечении) без возвращения. Выигрывает игрок первым извлекший белый шар. Найти вероятность выигрыша того игрока, который начинает игру. Обобщить решение на общий случай - белых шаров " n ", черных " m ".
3. На пяти карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4 (по одной цифре на каждой карточке). Из этих карточек случайно извлекаются две карточки, а из двух извлеченных случайно составляется число. Какова вероятность того, что это число будет двузначным числом, не содержащим единицу в своей записи?

Шаблон отчета по практической работе

Отчет по практической работе № _____

«Название практической работы»

1. Цель и задачи практической работы: _____
2. Методика проведения исследования: _____
3. Анализ погрешностей: _____
4. Результаты: _____
5. Выводы: _____

Контрольная работа №1

Задание 1. По данной выборке: 1) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график; 2) построить полигон относительных частот; 3) построить гистограмму относительных частот; 4) вычислить оценку математического ожидания; 5) найти выборочную дисперсию и несмещенную оценку дисперсии; 6) построить интервальную оценку математического ожидания с доверительной вероятностью 0,95; 7) построить интервальную оценку среднего квадратического отклонения с доверительной вероятностью 0,99; 8) вычислить выборочную асимметрию; 9) вычислить выборочный эксцесс.

X_i	1118	1122	1126	1130	1134	1138	1142
n_i	4	6	22	32	26	7	3

Задание 2. Случайная величина X (число нестандартных изделий в партии изделий) распределена по закону Пуассона. По данной выборке найти методом моментов точечную оценку неизвестного параметра λ распределения Пуассона.

x_i	0	1	2	3	4
n_i	132	43	20	3	2

Практическая работа №2

Практическая работа выполняется в рамках каждого раздела курса с целью усвоения прослушанного студентом теоретического материала.

Объем выполненной работы: каждая практическая работа содержит 3-5 задач.

Срок сдачи работы: практические работы должны быть сданы в период прочтения курса. Сдача работы представляет собой предоставление отчёта в свободной форме в письменном или электронном виде и, в случае необходимости, устные ответы на уточняющие вопросы по отдельным задачам.

Примеры заданий к практической работе 2 «Функции распределения»

Дана функция распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - \frac{1}{(x+1)^2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

1. Найти $M(X)$, $P(X > 1)$

Шаблон отчета по практической работе

Отчет по практической работе № _____

«Название практической работы»

1. Цель и задачи практической работы: _____
2. Методика проведения исследования: _____
3. Анализ погрешностей: _____
4. Результаты: _____
5. Выводы: _____

Домашнее задание №2

- Форма представления обучающимися решения задач/домашнего задания: решения задач предоставляются в письменном или электронном виде.
- Сроки представления решения: решения предоставляются в срок, указанный преподавателем.

Примеры заданий:

Тема 2 «Случайные величины и векторы, их числовые характеристики»

Задание 1. Случайная величина имеет распределение. Найти возможные значения константы, функцию распределения, найти вероятность.

Задание 2. Найти функцию распределения и плотность случайной величины.

Вычислить ее математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №2

Задание 1. По выборке объема $n = 25$, извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочная средняя $\bar{x} = 18$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 4$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить гипотезу $H_0: a = 20$ при конкурирующей гипотезе $H_1: a < 20$.

Задание 2. По пяти независимым выборкам одинакового объема $n = 37$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены «исправленные» средние квадратические отклонения: 0,00021; 0,00035; 0,00038; 0,00062; 0,00084. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу об однородности дисперсий.

Задание 3. При уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с заданным выборочным распределением.

Границы интервалов	6	16	26	36	46	56	66	76	86
частота		8	7	16	35	15	8	6	5

Перечень вопросов выносимых на экзамен

1. Вероятностное пространство.
2. Классическая схема. Примеры.
3. Геометрическая вероятность. Примеры.
4. Основные свойства вероятности.
5. Независимость двух событий. Примеры пар зависимых и независимых событий.
6. Независимость нескольких событий (в совокупности и попарная). Пример С.Н. Бернштейна.
7. Условная вероятность и ее свойства.
8. Формула полной вероятности и формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Примеры.
10. Закон больших чисел Бернулли.
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
12. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
13. Теорема Пуассона.
14. Случайная величина. Примеры и контрпримеры.
15. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Примеры.
16. Типы распределений. Определения. Теорема Лебега (формулировка).
17. Дискретные распределения. Примеры.
18. Вырожденное и биномиальное распределения. Распределение Пуассона. Нахождение функций распределения и эскизы графиков.
19. Распределение Бернулли и геометрическое распределение. Нахождение функций распределения и эскизы графиков.
20. Абсолютно непрерывные распределения. Примеры.
21. Равномерное распределение и экспоненциальное распределения. Нахождение функций распределения и эскизы графиков.
22. Нормальное распределение. Нахождение функции распределения и эскизы графиков.
23. Распределения Лапласа и Коши. Нахождение функций распределения и эскизы графиков.
24. Сингулярные распределения. Канторова лестница.
25. Функция от случайной величины. Достаточное условие, когда она является случайной величиной (теорема). Примеры нахождения ее распределения.
26. Независимость случайных величин (попарная и в совокупности). Критерии независимости случайных величин.
27. Совместные распределения для пары случайных величин.
28. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
29. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
30. Нахождение математического ожидания и дисперсии для биномиального и равномерного распределений.
31. Нахождение математического ожидания и дисперсии для распределений Лапласа и Пуассона.
32. Нахождение математического ожидания и дисперсии для нормального и геометрического распределений.
33. Нахождение математического ожидания и дисперсии для бернуллиевского и экспоненциального распределений.
34. Медиана, мода, моменты, асимметрия, эксцесс

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ОПК1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.				
1.	Задание закрытого типа	Внутри круга радиуса 5 наудачу брошена точка. Тогда вероятность того, что точка окажется внутри вписанного круг равностороннего треугольника, равна... 1. $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$; 2. $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$; 3. $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{4\pi}$; 4. $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$.	1	3-5
2.		Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – десять, равна... 1. $\frac{1}{36}$; 2. $\frac{1}{12}$; 3. $\frac{5}{36}$; 4. 0.	2	3-5
3.		Из урны, в которой находится 6 черных шаров и 4 белых шара, вынимают одновременно 3 шара. Тогда вероятность того, что среди отобранных два шара будут черными, равна... 1. $\frac{1}{2}$; 2. $\frac{3}{10}$; 3. $\frac{1}{8}$; 4. $\frac{1}{30}$.	1	3-5
4.		В электрическую цепь последовательно включены два элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятности отказов элементов равны соответственно 0,1 и 0,15. Тогда вероятность того, что тока в цепи не будет, равна... 1. 0,765; 2. 0,22; 3. 0,015; 4. 0,235.	4	3-5
5.		В урну, в которой лежат 6 белых и 5 черных шаров добавляют два черных шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Тогда вероятность того, что хотя бы один шар будет белым, равна... 1. $\frac{251}{286}$; 2. $\frac{35}{286}$; 3. $\frac{6}{13}$; 4. $\frac{138}{143}$.	1	3-5
6.	Задание открытого типа	Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,95, а вторым – 0,80. оба стрелка стреляют одновременно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком, равна...	Введем обозначения событий: А (цель поражена первым стрелком), В (цель поражена вторым	5-7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)										
			стрелком). Так как эти события независимы, то искомую вероятность события С (цель будет поражена только одним стрелком) можно вычислить так: $P(C) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = 0,95 * 0,2 + 0,05 * 0,8 = 0,23.$											
7.		Банк выдает 44% всех кредитов юридическим лицам, а 56% - физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит а срок кредит, равна 0,2; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Тогда вероятность того, что очередной кредит будет погашен в срок, равна...	Для вычисления вероятности события А (выданный кредит будет погашен в срок) применим формулу полной вероятности: $P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A)$. Здесь $P(B_1)$ – вероятность того, что кредит был выдан юридическому лицу; $P(B_2)$ – вероятность того, что кредит был выдан физическому лицу; $P_{B_1}(A)$ – условная вероятность того, что кредит будет погашен в срок, если он был выдан юридическому лицу; $P_{B_2}(A)$ – условная вероятность того, что кредит будет погашен в срок, если он был выдан физическому лицу. Тогда $P(A) = \frac{44}{100} * 0,8 + \frac{56}{100} * 0,9 = 0,856$	7-10										
8.		Для дискретной случайной величины X : <table border="1" data-bbox="445 1803 1026 1872"> <tr> <td>X</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr> <td>p</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>p_3</td><td>p_4</td></tr> </table> функция распределения вероятностей имеет вид:	X	2	3	4	5	p	p_1	p_2	p_3	p_4	По определению $F(x) = P(X < x) = \sum_{x_k < x} p_k$. Следовательно, $p_1 = 0,25$, $p_3 = 0,75 - 0,40 = 0,35$ и $p_4 = 1 - 0,75 = 0,25$.	5-7
X	2	3	4	5										
p	p_1	p_2	p_3	p_4										

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)												
		$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 0,25 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,40 & \text{при } 3 < x \leq 4, \\ 0,75 & \text{при } 4 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Тогда значения вероятностей p_1, p_3 и p_4 равны соответственно...														
9.		Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Найдите плотность распределения вероятностей.	Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины вычисляется по формуле: $f(x) = F'(x)$. Тогда $\left(\frac{x^2}{25}\right)' = \frac{2x}{25}$ и $f(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$	3-5												
10.		Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{7} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$ Найдите ее дисперсию.	Эта случайная величина распределения равномерно в интервале $(0; 7)$. Тогда ее дисперсию можно вычислить по формуле $D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$. То есть $D(X) = \frac{(7-0)^2}{12} = \frac{49}{12}.$	5-7												
ПК-8. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат																
11.	Задание закрытого типа	Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей: <table><tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>p</td><td>0,15</td><td>a</td><td>b</td><td>0,1</td><td>0,2</td></tr></table> Тогда значения a и b могут быть равны: 1. $a = 0,35, b = 0,2$; 2. $a = 0,25, b = 0,2$; 3. $a = 0,35, b = 0,15$; 4. $a = 0,35, b = 0,3$.	X	1	2	3	4	5	p	0,15	a	b	0,1	0,2	1	3-5
X	1	2	3	4	5											
p	0,15	a	b	0,1	0,2											
12.		Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей: $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ Тогда ее функция распределения вероятностей имеет вид...	4	7-10												

№ п/ п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнен ия (в минутах)								
		$1. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ $2. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ $3. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$ $4. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$										
13.		Метод вариационного ряда 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, x_i , 7, 7, 7, 8, 8, 10, 11 равна 5. Тогда значение x_i равно... 1. 5 2. 6 3. 19 4. 7	1	3-5								
14.		В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 15, 18, 21, 24. Тогда выборочная дисперсия равна... 1. 21,25 2. 19,5 3. 11,25 4. 15	3	3-5								
15.		Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$: <table border="1"><tr><td>x_i</td><td>10,1</td><td>10,4</td><td>10,7</td></tr><tr><td>n_i</td><td>2</td><td>4</td><td>4</td></tr></table> Тогда выборочное среднее квадратическое отклонение равно... 1. 0,0504 2. $\sqrt{0,0504}$ 3. 10,46 4. $\sqrt{10,46}$	x_i	10,1	10,4	10,7	n_i	2	4	4	2	5-7
x_i	10,1	10,4	10,7									
n_i	2	4	4									
16.	Задание открытого типа	Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей: $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$ Найдите ее дисперсию.	Дисперсия непрерывной случайной величины X можно вычислить по формуле $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$. Тогда	5-7								

№ п/ п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнен ия (в минутах)						
			$D(X)$ $= \int_0^5 x^2 \frac{2x}{25} dx$ $- \left(\int_0^5 x \frac{2x}{25} dx \right)^2$ $= \frac{25}{2} - \left(\frac{10}{3} \right)^2 = \frac{25}{18}.$							
17.		Дисперсия дискретной случайной величины X , заданной законом распределения вероятностей: <table border="1"><tr><td>X</td><td>1</td><td>x_2</td></tr><tr><td>p</td><td>0,4</td><td>0,6</td></tr></table> равна 0,06. Тогда значение $x_2 > 1$ равно...	X	1	x_2	p	0,4	0,6	Дисперсию $D(X)$ дискретной случайной величины можно вычислить по формуле $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$. Тогда $D(X) = 1^2 - 0,4 + x_2^2 * 0,6 - (1 * 0,4 + x_2 * 0,6)^2 = 0,06$, или $0,24x_2^2 - 0,48x_2 + 0,18 = 0$. Решив последнее уравнение, получаем два корня $x_2 = 0,5$ и $x_2 = 1,5$.	5-7
X	1	x_2								
p	0,4	0,6								
18.		Проводится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A постоянна и равна 0,6. тогда математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ дискретной случайной величины X – числа появлений события A в $n = 100$ проведенных испытаниях равны...	Случайная величина X подчиняется биномиальному закону распределения вероятностей. Поэтому $M(X) = n * p = 100 * 0,6 = 60$, а $D(X) = n * p * q = 100 * 0,6 * 0,4 = 24$.	5-7						
19.		Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$ Найдите ее математическое ожидание.	Вычислим предварительно плотность распределения вероятностей по формуле: $f(x) = F'(x)$, тогда $\left(\frac{x^2}{36}\right)' = \frac{x}{18}$ и $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{18} & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$ Тогда $M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^6 x \frac{x}{18} dx = \frac{1}{18} * \frac{x^3}{3} \Big _0^6 = 4$	5-7						
20.		Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 100$, гистограмма относительных частот которой имеет вид	Из определения частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$,	5-7						

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)										
		Найдите статистическое распределение выборки.	следует, что $n_i = n \cdot w_i$. Тогда, с учетом того, что $h = 2$ частоты можно вычислить как $n_i = n \cdot w_i = n \cdot \frac{w_i}{h} \cdot h = 100 \cdot \frac{w_i}{h} \cdot 2$, то есть статистическое распределение выборки может иметь вид: <table border="1"> <tr> <td>$x_i - x_{i-1}$</td><td>0-2</td><td>2-4</td><td>4-6</td><td>6-8</td></tr> <tr> <td>n_i</td><td>8</td><td>22</td><td>40</td><td>30</td></tr> </table>	$x_i - x_{i-1}$	0-2	2-4	4-6	6-8	n_i	8	22	40	30	
$x_i - x_{i-1}$	0-2	2-4	4-6	6-8										
n_i	8	22	40	30										
21.	Задание комбинированного типа	Верно ли утверждение: Если все варианты x_i исходного вариационного ряда увеличить в два раза, то выборочная дисперсия D_B увеличится в два раза. Ответ обоснуйте.	Утверждение неверно, поскольку если все варианты x_i исходного вариационного ряда увеличить в два раза, то выборочная дисперсия D_B увеличится в четыре раза.											

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	Контрольные работы	2/8	16	по расписанию
2.	Выполнение практических заданий	2/8	16	
3.	Выполнение домашней работы	2/4	8	
Всего			40	-
Блок бонусов				
4.	Посещение занятий		3	семестр
5.	Своевременное выполнение всех заданий		3	
6.	Активное участие в дискуссиях		4	
Всего			10	-
Дополнительный блок				
7.	Экзамен		50	по расписанию
Всего			50	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	
60–64	3 (удовлетворительно)
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Основная литература

1. Hopcroft J. E., Motwani R., Ullman J. D. Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation (3rd Edition). — Addison-Wesley, Boston, MA, USA, 2006. — 750 с.
2. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. — М.: МЦНМО, 2014. — 296 с.
3. Шень А., Верещагин Н. Языки и исчисления. — М.: МЦНМО, 2012. — 240 с.
4. Верещагин, Н. К. Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность [Электронный ресурс] / Н. К. Верещагин, В. А. Успенский, А. Шень. — Электрон. дан. — СПб: Лань, 2013. — 575 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56395> — Загл. с экрана. ике. — М., 2019. (99 экз.)
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М., 2019. URL: <https://www.biblio-online.ru/book/rukovodstvo-k-resheniyu-zadach-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-433789>. (Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги»).
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М., 2019. (101 экз.)
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М., 2019. URL: <https://www.biblio-online.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-433406> (Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги»).

8.2. Дополнительная литература

1. Кривцова, И. Е. Основы дискретной математики. Часть 1. Учебное пособие [Электронный ресурс] / И. Е. Кривцова, И. С. Лебедев, А. В. Настека. — Электрон. дан. — СПб: ИТМО, 2016. — 92 с. — Режим доступа: http://books.ifmo.ru/book/1869/osnovy_diskretnoy_matematiki_chast_1_uchebnoe_posobie.htm — Загл. с экрана.
2. Вики-конспекты. — http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Заглавная_страница
3. Большакова Л.В. Теория вероятностей для экономистов. М., 2009. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279033560.html> (Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»).
4. Мхитарян В.С., Теория вероятностей и математическая статистика: -М.: Академия, 2012. — 411 с. (4 экз.)
5. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей: учебное пособие для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556806>

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: <https://library.asu.edu.ru>

2. Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС): <http://mars.arbicon.ru>
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения лекционных и практических занятий используется аудитория, оборудованная современной презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) с установленным в них необходимым программным обеспечением.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).