

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

_____ М. В. Коломина

«8» сентября 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ПМИ

_____ М. В. Коломина

«8» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ПРАКТИКУМ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ»**

Составитель(и)

**Коломина М.В, к. ф.-м. н., доцент, АГУ
Ивашиненко Е.А., преподаватель, АГУ**

Направление подготовки /
специальность

**01.03.02. Прикладная математика и
информатика**

Направленность (профиль) ОПОП

Программирование и искусственный интеллект

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приёма

2023

Курс

2

Семестры

4

Астрахань – 2022

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целями освоения дисциплины являются:

- фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений;
- овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем;
- овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- сформировать у студентов навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Практикум по дифференциальным уравнениям» относится к обязательной части и осваивается в 4-5 семестрах.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами:

- Математический анализ (1 семестр);
- Математический анализ (2 семестр);
- Алгебра и геометрия.

Знания: о дифференциальных и интегральных исчислениях функций одного и нескольких переменных.

Умения: решать основные задачи на дифференцирование функций одной и нескольких действительных переменных, интегрирование функций одной и нескольких действительных переменных.

Навыки: использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Численные методы
- Алгоритмы в математике
- Эволюционные вычисления

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

а) общепрофессиональных (ОПК):

- способен применять математические, естественнонаучные и общепрофессиональные знания для понимания окружающего мира и для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен формулировать, строить и применять модели для управления достижением планируемых результатов процессов и объектов профессиональной деятельности на базе знаний математики, программирования и программного обеспечения (ОПК-3);

б) профессиональных (ПК):

- способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-8).

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-1 ОПК-1.1. Планирует самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач. ОПК-1.2. Обосновывает и использует положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности.	ИОПК-1.1.1 Знать законы и методы естественных наук и математики, содержание процесса целеполагания и постановки задач.	ИОПК-1.2.1 Уметь планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач, использовать положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности, обосновывать и применять инновационные идеи и альтернативные подходы к решению задач профессиональной деятельности с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний.	ИОПК-1.3.1 Владеть навыком планирования своей деятельности, обоснования используемых методов и подходов.
ОПК-3 ОПК-3.1. Выявляет и формулирует целевые характеристики описания объекта моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-3.2. Определяет методы описания объектов и соответствующие им модели в профессиональной деятельности.	ИОПК-3.1.1 Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	ИОПК-3.2.1 Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	ИОПК-3.3.1 Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности
ПК-8 ПК-8.1. Владение методами интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных	ИПК-8.1.1 Знание современного математического аппарата, основные виды дифференциальных уравнений и методы их решения.	ИПК-8.2. Умеет применять методы интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных при решении прикладных задач.	ИПК-8.3.1 Навыком применения современного математического аппарата при решении прикладных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объём дисциплины составляет 1 зачётную единицу, в том числе 36 часа, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 36 часов – практические занятия).

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины

Раздел, тема дисциплины	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4		8				Тестовый контроль
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.	4		10				Контрольная работа №2
Тема 3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	4		8				Контрольная работа №3
Тема 4. Автономные системы	4		10				Контрольная работа №4

Раздел, тема дисциплины	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
дифференциальных уравнений.							тестовый контроль
Итого			36				Зачет

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины	Кол-во часов	Общее количество компетенций			
		ОПК-1	ОПК-3	ПК-8	
Тема 1.	8	+	+	+	3
Тема 2.	10	+	+	+	3
Тема 3.	8	+	+	+	3
Тема 4.	10	+	+	+	3
Итого	36				

Краткое содержание каждой темы дисциплины

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия и определения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n -го порядка. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений

Основные понятия, нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Векторная форма записи, механический смысл нормальной системы. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы. Линейные неоднородные системы. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Автономные системы дифференциальных уравнений.

Основные понятия. Точка покоя. Виды траектории. Особые точки. Случай действительных корней характеристического уравнения. Случай комплексных корней характеристического уравнения.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине

Практические занятия

Практическое занятие – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное

мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для практического занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины

Практическое занятие. Как к нему готовиться

1. Практическое занятие наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.
2. К каждому практическому занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно

Регулярное выполнение домашней работы.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Практикум по дифференциальным уравнениям» могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Таблица 4 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1.	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Выполнение практических заданий, дискуссии</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 2.	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Выполнение практических заданий, дискуссии, контрольная работа</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 3.	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Выполнение практических заданий, дискуссии, контрольная работа</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 4.	<i>Не предусмотрено</i>	<i>Выполнение практических заданий, дискуссии, контрольная работа</i>	<i>Не предусмотрено</i>

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line или off-line в формах

видеоконференции, собеседования в режиме чат, форума, чата, выполнения виртуальных заданий и др.

6.2. Информационные технологии

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров.

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line и off-line в формах видеоконференции, собеседования в режиме чат, выполнения виртуальных практических заданий.

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Office 2013	Пакет офисных программ

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.
3. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги». www.biblio-online.ru, <https://urait.ru/>
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru <https://book.ru>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения

дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Тестовый контроль
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Контрольная работа №1
Тема 3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Контрольная работа №2
Тема 4. Автономные системы дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Контрольная работа №3

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 6 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Пробные тесты

Вашему вниманию предлагаются задания, в которых могут быть один, два, три и большее число правильных ответов. Обвести кружком номера всех правильных ответов!

1. Уравнением с разделяющимися переменными является

- а) $\frac{dy}{dx} = f(x)$
 б) $\frac{dy}{dx} = f(y)$
 в) $\frac{dy}{dx} = f(x) \quad (y)$
 г) $\frac{dy}{dx} = \frac{ax + by + c}{a_1x + b_1y + c_1}$

2. Уравнением Лагранжа называется уравнение вида

- а) $y = 2px + p^2$
 б) $y = (y')x + \psi(y')$
 в) $y = y'x + \psi(y')$
 г) $\frac{dy}{dx} = f(x) \quad (y)$

Вставьте пропущенное слово

1. Если уравнение (1) разрешено относительно старшей производной, то говорят, что дифференциальное уравнение записано в _____ форме.
 2. Если в уравнении $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ функция $Q(x) \equiv 0$, то уравнение называется _____, если $Q(x) \not\equiv 0$, то уравнение называется _____.
 3. Любая система n линейно независимых частных решений уравнения $y^{(n)} + p_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + p_1(x)y' + p_0(x)y = 0$ называется _____.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

Примерные задания контрольной работы

Контрольная работа №1

1. Решить уравнение, допускающее понижение порядка $y''' + 2xy'' = 0$.
 2. Решить уравнения:
 а. $y''' - 2y'' + 2y' = 0$
 б. $y^{IV} - y = 0$
 в. $y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}$
 г. $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sin 2x$

Тема 3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Примерные задания контрольной работы

Контрольная работа № 2

1. Решить систему

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x \end{cases}$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 3 - 2y \\ \dot{y} = 2x - 2t \end{cases}$$

- а) методом вариации постоянных,
 б) методом неопределенных коэффициентов.

Тема 4. Автономные системы дифференциальных уравнений

Примерные задания контрольной работы

Контрольная работа № 3

1. Построить фазовые траектории системы, используя метод изоклин

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = x \end{cases}$$

2. Построить фазовые траектории системы, используя переход к новым координатам

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x \end{cases}$$

указать тип особой точки.

3. Определить вид особой точки автономной системы, построить фазовый портрет

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = -8x - 5y \end{cases}$$

Вопросы к зачету

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения.
2. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
3. Особые решения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения.
6. Уравнения, приводимые к однородным.
7. Линейные уравнения.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
11. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
12. Уравнения, допускающие понижение порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Определения и общие свойства.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков.
15. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
16. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
17. Понижение порядка линейного однородного уравнения.
18. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка.
19. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n -го порядка.
20. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
21. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
22. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
23. Основные понятия, нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
24. Приведение нормальной системы к одному уравнению n -го порядка.
25. Приведение уравнения n -го порядка к нормальной системе.

26. Теорема существования и единственности решения нормальной системы дифференциальных уравнений.
27. Векторная форма записи, механический смысл нормальной системы.
28. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы.
29. Фундаментальная система решений для линейных однородных систем
30. Составление линейной однородной системы уравнений по заданной фундаментальной системе решений.
31. Линейные неоднородные системы.
32. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем.
33. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
34. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
35. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.
36. Автономные системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
37. Точка покоя. Виды траекторий.
38. Особые точки. Случай действительных и различных корней характеристического уравнения.
39. Особые точки. Случай действительных и кратных корней характеристического уравнения.
40. Особые точки. Случай комплексных корней характеристического уравнения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Таблица 8 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-4				
1.	Задание закрытого типа	Верно ли утверждение: если уравнение $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x)$ имеет порядок n , то коэффициент $a_0(x)$ не должен быть тождественно равен нулю?	верно	1-3
2.		Если функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ образуют фундаментальную систему решений уравнения $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = 0$, то общее решение имеет вид: 1. $y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \dots + C_n y_n(x)$ 2. $y(x) = C_1 x y_1(x) + C_2 x y_2(x) + \dots + C_n x y_n(x)$ 3. $y(x) = C_1 x_1 y + C_2 x_2(y) + \dots + C_n x_n(y)$	1	1-3
3.		Пусть дано $n+1$ частное решение линейного однородного уравнения $y_1(x), y_2(x), \dots, y_{n+1}(x)$, тогда 1. между ними существует нелинейная зависимость 2. между ними существует линейная зависимость 3. между ними существует квадратичная зависимость	2	1-3
4.		Если два линейных однородных	1	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		уравнения имеют общую фундаментальную систему решений, то они: 1. тождественны между собой 2. образуют линейную систему 3. имеют линейно независимые решения		
5.		Если известна фундаментальная система соответствующего однородного уравнения, то общее решение неоднородного уравнения может быть найдено: 1. дифференцированием 2. заменой 3. подстановкой 4. интегрированием	4	1-3
6.	Задание открытого типа	Дайте определение дифференциального уравнения n -го порядка ($n > 1$)	Дифференциальным уравнением n -го порядка ($n > 1$) называется уравнение вида $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, где F есть непрерывная функция всех своих аргументов, определенных в области D .	2-5
7.		Дайте определение общего решения уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	Функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ называется общим решением уравнения (2) в области D если: 1) функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ обращает уравнение (2) в тождество; 2) для всякой точки $(x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)})$ области D можно указать такие значения постоянных $C_1, C_2, \dots, C_n$, что выполняются равенства $y_0 = \varphi(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n),$ $y'_0 = \varphi'(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n),$ $\dots$ $y_0^{(n-1)} = \varphi^{(n-1)}(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n)$	2-5
8.		Дайте определение особого решения уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	Решение $y = \varphi(x)$ уравнения называется особым, если оно состоит из точек $(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$, в которых нарушена единственность решения.	2-5
9.		Дайте определение линейного дифференциального уравнения n -го порядка	Дифференциальное уравнение n -го порядка называется линейным, если оно первой степени относительно совокупности величин $y, y', \dots, y^{(n)}$, где y – искомая функция, x – независимая переменная. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка имеет вид $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x)$, где коэффициенты $a_0(x), a_1(x), \dots, a_n(x)$ и $F(x)$ непрерывные функции.	2-5
10.		Назовите свойства линейных дифференциальных уравнений	Свойство 1. Уравнение остается линейным при замене независимого переменного. Свойство 2. Уравнение остается	2-5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			линейным при линейном преобразовании зависимой переменной.	
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-1				
1.	Задание закрытого типа	Общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} = y^2$: 1. $y = \frac{1}{c-x}$ 2. $y = \frac{1}{x-c}$ 3. $y = C - x$ 4. $y = \frac{1}{x^2} + c$	1	2-5
2.		Соотнесите: 1. Уравнение с разделяющимися переменными 2. Однородное дифференциальное уравнение 3. Линейное уравнение 4. Уравнение Бернулли а. $\frac{dy}{dx} = P(x)y = Q(x)y''$ б. $\frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}$ в. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -2x$ г. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - y^2}$	1-б 2-г 3-в 4-а	3-5
3.		Уравнением Лагранжа называется уравнение вида: 1. $y = \phi(y')x + \psi(y')$ 2. $y = \phi(y')x + y'$ 3. $y = \phi(y') + \psi(y')$	1	1-3
4.		Уравнением Клеро называется уравнение вида: 1. $y = \phi(y')x + y'$ 2. $y = y'x + \psi(y')$ 3. $y = y' + \psi(y')x$	2	1-3
5.		Общим решением дифференциального уравнения $y'' = 0$ является функция: 1. $y = Cx$ 2. $y = C_1x^2 + C_2x$ 3. $y = C_1x + C_2$	3	2-5
6.	Задание открытого типа	Дифференциальное уравнение вида $\frac{dy}{dx} = f(x)$ называется...	Уравнением с разделяющимися переменными	1-3
7.		Решите уравнение $(x - y)dx + xdy = 0$	$y = -\ln x + C, x = 0$	8-10
8.		Решите уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$	$y = x^4 \left(C_1 + \frac{1}{2} \ln x \right)^2$	8-10
9.		$\left. \begin{aligned} x &= -\psi'(p), \\ y &= -p\psi'(p) + \psi(p). \end{aligned} \right\}$... оно не зависит от произвольной постоянной и ни при каком C не может быть получено из общего решения уравнения Клеро. О каком решении идет речь?	Особое решение	1-3
10.		Уравнение $ay' + by'^2 = x$ разрешено относительно...	x	1-2

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-3				
1.	Задание закрытого типа	Система вида $\left\{\begin{array}{l}y_1^{(m_1)} = f_1(x, y_1, y'_1, \dots, y_1^{(m_1-1)}, y_2, y'_2, \dots, y_2^{(m_2-1)}, \dots, y_k, y'_k, \dots, y_k^{(m_k-1)}) \\ y_2^{(m_2)} = f_2(x, y_1, y'_1, \dots, y_1^{(m_1-1)}, y_2, y'_2, \dots, y_2^{(m_2-1)}, \dots, y_k, y'_k, \dots, y_k^{(m_k-1)}) \\ \dots \dots \dots \\ y_k^{(m_k)} = f_k(x, y_1, y'_1, \dots, y_1^{(m_1-1)}, y_2, y'_2, \dots, y_2^{(m_2-1)}, \dots, y_k, y'_k, \dots, y_k^{(m_k-1)})\end{array}\right\}$ называется... 1. нормальной 2. канонической 3. правильной	2	1-3
2.		Порядок системы дифференциальных уравнений равен $\left.\begin{array}{l}\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n).\end{array}\right\}$ 1. n 2. n + 1 3. n – 1	1	1-3
3.		Уравнение $y^2(1+x)du - x^2(y-1)dx = 0$ является уравнением: 1. в полных дифференциалах 2. однородным 3. линейным 4. с разделяющимися переменными	4	2-5
4.		Верно ли утверждение: краевая задача всегда разрешима?	неверно	1-3
5.		Пусть правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид $f(x) = P_n(x)e^{ax}$, где $P_n(x)$ – многочлен степени n, тогда частное решение этого уравнения будет иметь вид: 1. $Q_n(x)e^{ax}$ 2. $xQ_n(x)e^{ax}$ 3. $Q_n(x)e^{nx}$ 4. $x^5 Q_n(x)e^{ax}$	4	1-3
6.	Задание открытого типа	Какими свойствами обладает линейный дифференциальный оператор?	Свойство 1. Линейный дифференциальный оператор от суммы равен сумме операторов $L[y_1 + y_2] = L[y_1] + L[y_2]$, где $y_1 = y_1(x)$ и $y_2 = y_2(x)$ – любые функции, имеющие n непрерывных производных. Свойство 2. Постоянный множитель можно вынести за знак линейного оператора $L[Cy] = CL[y]$, где y – любая n раз дифференцируемая функция, C – постоянная.	
7.		Решите уравнения $y^{\frac{2}{3}} + (y')^{\frac{2}{3}} = 1$	$\begin{cases}x = 3t + 3ctgt + C \\ y = \cos^3 t\end{cases}$	8-10
8.		Решите уравнение $y^{IV} + 8y'' +$	$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + C_3 x \cos 2x + C_4 x \sin 2x$	8-10

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		$16y = 0$		
9.		Найдите частное решение уравнение $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(2) = 1$.	$y = \pm x \sqrt{1 - \frac{3}{8}x}$	5-8
10.		Решите систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -2y - 4z + 4x + 1 \\ \frac{dz}{dx} = -y + z + \frac{3}{2}x^2 \end{cases}$	$\begin{cases} y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} + x^2 + x \\ z = 0,25C_1 - C_2 e^{2x} - 0,5x^2 \end{cases}$	8-10
Код и наименование проверяемой компетенции ПК-8				
1.	Задание закрытого типа	Общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$: 1. $y = \ln x + C$ 2. $y = \frac{1}{x^2} + C$ 3. $y = \ln x + C$ 4. $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2} + C$	3	2-5
5.		Верно ли утверждение: функция $y^2 - x^2 - Cy = 0$ является общим интегралом дифференциального уравнения $y'(x^2 + y^2) - 2xy = 0$?	верно	2-5
6.		Найти кривую, у которой длина отрезка касательной, заключенного между осями координат, равна расстоянию от точки касания до начала координат: 1. $y = Cx, C = \text{const}$ 2. $y = \frac{C}{x}, C = \text{const}$ 3. $y = \frac{C}{x^2}, C = \text{const}$ 4. $y = x$	2	5-6
7.		Скорость распада радия пропорциональна количеству не распавшегося радия. Вычислить, через сколько лет от 1 кг радия останется 650 г, 10 если известно, что за 1600 лет распадается половина первоначального количества. 1. через 100 лет 2. через 1000 лет 3. через 5000 лет 4. через 10000 лет	2	8-10
8.		Пусть правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид $f(x) = e^{ax}(P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx)$, частное решение в этом случае будет иметь вид $y = x^s e^{ax}(S_l(x) \cos bx + T_l(x) \sin bx)$, где $T_l(x)$ – это многочлен степени l : 1. $l = n$ 2. $l = m$ 3. $l = n + m$ 4. $l = \max(n, m)$ 5. $l = \min(n, m)$	4	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
9.	Задание открытого типа	Решите линейное неоднородное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -x$	$y = -x^2 + C_1x$	8-10
10.		Решите уравнение $4y'' - 8y' + 5y = 0$	$y = C_1e^{-x} \cos \frac{x}{2} + C_2e^{-x} \sin \frac{x}{2}$	8-10
11.		Составьте дифференциальное уравнение семейства кривых $C_1x + (y - C_2)^2 = 0$	$y' + 2xy'' = 0$	5-7
12.		Скорость остывания нагретого тела пропорциональна разности температур тела и окружающей среды. За 10 минут тело охладилось от 100 до 60 градусов. Температура среды постоянна и равна 20 градусам. Когда тело остынет до 25 градусов?	Через 40 минут	8-10
13.		Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 5 м/сек. На полном ходу ее мотор выключается и через 40 сек после этого скорость лодки уменьшается до 2 м/сек. Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.	0,32 м/сек	8-10

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Таблица 9 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
4 семестр				
Основной блок				
1.	Написание контрольных работ	3/20	60	семестр
2.	Выполнение домашней работы	2/15	30	семестр
Всего			90	
Блок бонусов				
3.	Посещение занятий		10	семестр
Всего			10	
ИТОГО			100	

Таблица 10 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие	-1
Нарушение учебной дисциплины	-5
Неготовность к занятию	-1
Пропуск занятия без уважительной причины	-1

Таблица 11 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

Итоговая оценка успеваемости студентов по дисциплине производится согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценки учебных достижений студентов, утвержденного приказом ректора АГУ от 13.01.2014 г. № 08-01-01/08.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Основная литература

1. Коломина, М.В. Дифференциальные уравнения: курс лекций для студентов, обучающихся по специальности 010200 - Прикладная математика и информатика. - Астрахань: Астраханский ун-т, 2007. - 172 с. (55 экз.);
2. Математика: основы теории дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.К. Ушаков - М.: МИСиС, 2018. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906953056.html> (ЭБС «Консультант студента»).
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев - Ставрополь: АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2017. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/stavgau_00125.html (ЭБС «Консультант студента»).
4. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков - М.: Логос, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785987044650.html> (ЭБС «Консультант студента»).
5. Туганбаев А.А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]/ Туганбаев А.А. - М.: ФЛИНТА, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976513099.html> (ЭБС «Консультант студента»).
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. - 176 с. (26 экз.).

8.2. Дополнительная литература

1. Александрова, И. А. Дифференциальные уравнения. Руководство к решению задач / И. А. Александрова - Москва : Прометей, 2020. - 122 с. - ISBN 978-5-907244-45-0. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785907244450.html> (дата обращения: 13.09.2022)
 2. Есипов А.А. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Вузовская книга, 2001. - 396 с. (10 экз.)
 3. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Недогибченко Г.В. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778232167.html> (ЭБС «Консультант студента»).
 4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для ун-тов. - 4-е изд. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с. (14 экз.)
- в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины
1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наличие учебной аудитории с доской или мультимедиа аудитории.

Рабочая программа дисциплины при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).