

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ПМИ

_____ М. В. Коломина

_____ М. В. Коломина

«8» сентября 2022 г.

«8» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Составитель(и)

**Коломина М.В, к. ф.-м. н., доцент, АГУ
Ивашиненко Е.А., преподаватель, АГУ**

Направление подготовки / специ-
альность

**01.03.02. Прикладная математика и
информатика**

Направленность (профиль)
ОПОП

Программирование и искусственный интеллект

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приёма

2023

Курс

2

Семестры

3

Астрахань – 2022

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является изучение различных типов дифференциальных уравнений и их систем, которые являются основным инструментом математического моделирования физических, химических, биологических, экономических, а также многих других процессов и явлений.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- познакомить слушателей с основными понятиями и методами теории дифференциальных уравнений;
- сформировать у студентов навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части и осваивается в 3 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения, навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами:

- Математический анализ (1 семестр);
- Математический анализ (2 семестр);
- Алгебра и геометрия.

Знания: о дифференциальных и интегральных исчислениях функций одного и нескольких переменных.

Умения: решать основные задачи на дифференцирование функций одной и нескольких действительных переменных, интегрирование функций одной и нескольких действительных переменных.

Навыки: использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Численные методы
- Алгоритмы в математике
- Эволюционные вычисления

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

а) общепрофессиональных (ОПК):

- способен применять математические, естественнонаучные и общепрофессиональные знания для понимания окружающего мира и для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способен формулировать, строить и применять модели для управления достижением планируемых результатов процессов и объектов профессиональной деятельности на базе знаний математики, программирования и программного обеспечения (ОПК-3);

б) профессиональных (ПК):

- способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-8).

Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения

Код и индикатор компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-1 ОПК-1.1. Планирует самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач. ОПК-1.2. Обосновывает и использует положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности.	ИОПК-1.1.1 Знать законы и методы естественных наук и математики, содержание процесса целеполагания и постановки задач.	ИОПК-1.2.1 Уметь планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач, использовать положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности, обосновывать и применять инновационные идеи и альтернативные подходы к решению задач профессиональной деятельности с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний.	ИОПК-1.3.1 Владеть навыком планирования своей деятельности, обоснования используемых методов и подходов.
ОПК-3 ОПК-3.1. Выявляет и формулирует целевые характеристики описания объекта моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-3.2. Определяет методы описания объектов и соответствующие им модели в профессиональной деятельности.	ИОПК-3.1.1 Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.	ИОПК-3.2.1 Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.	ИОПК-3.3.1 Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности
ПК-8 ПК-8.1. Владение методами интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных	ИПК-8.1.1 Знание современного математического аппарата, основные виды дифференциальных уравнений и методы их решения.	ИПК-8.2. Умеет применять методы интегрального и дифференциального исчисления одной и нескольких переменных при решении прикладных задач.	ИПК-8.3.1 Навыком применения современного математического аппарата при решении прикладных задач.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объём дисциплины составляет 5 зачётных единиц, в том числе 54 часа, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 36 часов – лекции, 18 часов – практические занятия), и 108 часов – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины

Раздел, тема дисциплины	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации <i>[по семестрам]</i>
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
Тема 1. Введение	3	1				10	Реферат
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	3	5	4			24	Коллоквиум №1 Контрольная работа Коллоквиум №2, №3, №4
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков.	3	6	4			24	
Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	3	14	4			24	
Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений.	3	10	6			26	
Курсовая работа					18		Защита курсовой работы
Итого		36	18		18	108	Экзамен

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

Таблица 3 – Матрица соотнесения разделов, тем учебной дисциплины и формируемых компетенций

Раздел, тема дисциплины	Кол-во часов	Общее количество компетенций			
		ОПК-1	ОПК-3	ПК-8	
Тема 1.	8	+	+	+	3
Тема 2.	10	+	+	+	3
Тема 3.	8	+	+	+	3
Тема 4.	10	+	+	+	3
Итого	36				

Краткое содержание каждой темы дисциплины

Тема 1. Введение.

Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия и определения. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения. Особые решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Основные понятия. Теорема существования и единственности. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Определения и общие свойства. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения n -го порядка. Составление линейного однородного уравнения n -го порядка по заданной фундаментальной системе. Формула Лиувилля. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n -го порядка. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений

Основные понятия, нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Приведение нормальной системы к одному уравнению n -го порядка. Приведение уравнения n -го порядка к нормальной системе. Теорема существования и единственности решения нормальной системы дифференциальных уравнений. Векторная форма записи, механический смысл нормальной системы. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы. Линейные неоднородные системы. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.

Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений.

Основные понятия. Точка покоя. Виды траектории. Особые точки. Случай действительных корней характеристического уравнения. Случай комплексных корней характеристического уравнения.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине

Лекционные занятия

Основной формой реализации теоретического обучения является лекция, которая представляет собой систематическое, последовательное изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического характера. Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины.

Порядок подготовки лекционного занятия включает в себя выполнение следующих этапов:

- изучение требований программы дисциплины,
- определение целей и задач лекции,
- разработка плана проведения лекции,
- подбор литературы (ознакомление с методической литературой, публикациями периодической печати по теме лекционного занятия),
- отбор необходимого и достаточного по содержанию учебного материала,
- определение методов, приемов и средств поддержания интереса, внимания, стимулирования творческого мышления студентов,
- написание конспекта лекции.

Лекция должна включать следующие разделы:

- формулировку темы лекции;
- указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- изложение вводной части;
- изложение основной части лекции;
- краткие выводы по каждому из вопросов;
- заключение;
- рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия

Практические занятия – целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине (предмету);
- формирование практических умений и навыков, необходимых в будущей профессиональной деятельности, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав заданий для практического занятия должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть качественно выполнены большинством учащихся.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, поисками правильных и точных решений.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непосредственной помощи преподавателя (но при его контроле), руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий.

В учебном процессе образовательного учреждения выделяются два вида самостоятельной работы:

- 1) аудиторная – выполняется на учебных занятиях, под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию;
- 2) внеаудиторная – выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Внеаудиторные самостоятельные работы представляют собой логическое продолжение аудиторных занятий, проводятся по заданию преподавателя, который инструктирует студентов и устанавливает сроки выполнения задания.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины

Лекция. Как ее слушать и записывать

1. Лекция основной вид обучения в вузе.
2. В лекции излагаются основные положения теории, ее понятия и законы, приводятся факты, показывающие связь теории с практикой.
3. Накануне лекции необходимо повторить содержание предыдущей лекции, а затем посмотреть тему очередной лекции по программе (по плану лекций).
4. Полезно вести записи (конспекты) лекций: для непонятных вопросов оставлять место при работе над темой лекции с учебными пособиями.
5. Записи лекций следует вести в отдельной тетради, оставляя место для дополнений во время самостоятельной работы.
6. При конспектировании лекций выделяйте главы и разделы, параграфы, подчеркивайте основное.

Практическое занятие. Как к нему готовиться

1. Практическое занятие наиболее активный вид учебных занятий в вузе. Он предполагает самостоятельную работу над лекциями и учебными пособиями.
2. К каждому практическому занятию нужно готовиться. Подготовку следует начинать с повторения теории (по записям лекций или по учебному пособию). После этого нужно решать задачи из предложенного домашнего задания.

Организация самостоятельной работы

1. Бюджет времени студента определяется временем, отведенным на занятия по расписанию и на самостоятельную работу. Задание и материал для самостоятельной работы дается во время учебных занятий, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой.
2. Для выполнения объема самостоятельной работы необходимо заниматься в среднем 4 часа (академических) ежедневно, т.е. по 24 часа в неделю.
3. Начинать самостоятельные занятия следует с первых же дней семестра, установив определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Полезно для этого составить расписание порядка дня.

Таблица 4 – Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Тема 1. Введение Приложение дифференциальных уравнений к различным областям: физики, биологии, химии, и др.	10	Подготовка реферата на тему «Приложение дифференциальных уравнений к различным областям».
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	24	Регулярное выполнение домашней работы: изучение теоретического материала, решение задач. Подго-

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Тема 1. Введение Приложение дифференциальных уравнений к различным областям: физики, биологии, химии, и др.	10	Подготовка реферата на тему «Приложение дифференциальных уравнений к различным областям».
Уравнения, приводимые к однородным. Интегрирующий множитель, нахождение интегрирующего множителя.		Подготовка к контрольной работе, коллоквиуму
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации постоянной для неоднородного уравнения высшего порядка	24	Регулярное выполнение домашней работы: изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к контрольной работе, коллоквиуму
Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Симметричная форма системы дифференциальных уравнений	24	Регулярное выполнение домашней работы: изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к контрольной работе, коллоквиуму
Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений. Случай комплексных корней характеристического уравнения	26	Регулярное выполнение домашней работы: изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к контрольной работе, коллоквиуму

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно

Регулярное выполнение домашней работы: разбор лекционного материала, решение задач.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1.	Обзорная лекция, коллоквиум	Тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций	Не предусмотрено
Тема 2.	Проблемная лекция, коллоквиум	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, дискуссии	Не предусмотрено
Тема 3.	Проблемная лекция, коллоквиум	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, дискуссии	Не предусмотрено
Тема 4.	Проблемная лекция, коллоквиум	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, дискуссии	Не предусмотрено
Тема 5.	Проблемная лекция, коллоквиум	Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, дискуссии	Не предусмотрено

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line или off-line в формах видеоконференции, собеседования в режиме чат, форума, чата, выполнения виртуальных заданий и др.

6.2. Информационные технологии

- использование возможностей интернета в учебном процессе (использование сайта преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.));
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);
- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров.

6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line и off-line в формах видеоконференции, собеседования в режиме чат, выполнения виртуальных практических заданий.

6.3.1. Программное обеспечение

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Office 2013	Пакет офисных программ

6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». <https://biblio.asu.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.
3. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги». www.biblio-online.ru, <https://urait.ru/>
4. Электронно-библиотечная система BOOK.ru <https://book.ru>

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – после-

довательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины, результатов обучения по дисциплине и оценочных средств

Контролируемый раздел, тема дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 1. Введение	ПК-8	Реферат
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Контрольная работа, коллоквиум №1
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Коллоквиум №2
Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Коллоквиум №3
Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-8	Коллоквиум №4

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине

Тема 1. Введение

Примерные темы рефератов

1. Приложение дифференциальных уравнений в физике

2. Приложение дифференциальных уравнений в биологии
3. Приложение дифференциальных уравнений в химии
4. Приложение дифференциальных уравнений в экономике
5. Приложение дифференциальных уравнений в астрономии
6. Приложение дифференциальных уравнений в авиастроении
7. Приложение дифференциальных уравнений в машиностроении
8. Приложение дифференциальных уравнений в строительстве

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Примерные задания контрольной работы

Контрольная работа №1

1. Решить однородное уравнение $2x^2 y' = x^2 y^2$.
2. Решить уравнение Бернулли $y' + 2xy = 2xy^2$.
3. Решить уравнение в полных дифференциалах $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0$
4. Определить вид уравнения и решить его $y' \cos x - y \sin x = 2x$.
5. Решить уравнение, не разрешенное относительно производной $yy'^2 - (xy + 1)y' + x = 0$

Примерные вопросы к коллоквиуму №1

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения.
2. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
3. Особые решения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения.
6. Уравнения, приводимые к однородным.
7. Линейные уравнения.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель.
11. Нахождение интегрирующего множителя.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений

Примерные вопросы к коллоквиуму №2

1. Дифференциальные уравнения высших порядков Основные понятия. Теорема существования и единственности.
2. Уравнения, допускающие понижение порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Определения и общие свойства.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков.
5. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
6. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
7. Составление линейного однородного уравнения n -го порядка по заданной фундаментальной системе. Формула Лиувилля.
8. Понижение порядка линейного однородного уравнения.
9. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка.
10. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n -го порядка.

11. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
12. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
13. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Примерные вопросы к коллоквиуму №3

1. Основные понятия, нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
2. Приведение нормальной системы к одному уравнению n -го порядка.
3. Приведение уравнения n -го порядка к нормальной системе.
4. Теорема существования и единственности решения нормальной системы дифференциальных уравнений.
5. Векторная форма записи, механический смысл нормальной системы.
6. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы.
7. Фундаментальная система решений для линейных однородных систем
8. Составление линейной однородной системы уравнений по заданной фундаментальной системе решений.
9. Линейные неоднородные системы.
10. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем.
11. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
12. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
13. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.

Примерные вопросы к коллоквиуму №4

1. Автономные системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
2. Точка покоя. Виды траекторий.
3. Особые точки. Случай действительных и различных корней характеристического уравнения.
4. Особые точки. Случай действительных и кратных корней характеристического уравнения.
5. Особые точки. Случай комплексных корней характеристического уравнения.

Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения.
2. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.
3. Особые решения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения.
6. Уравнения, приводимые к однородным.
7. Линейные уравнения.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель.
11. Нахождение интегрирующего множителя.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков Основные понятия. Теорема существования и единственности.
14. Уравнения, допускающие понижение порядка.

15. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Определения и общие свойства.
 16. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков.
 17. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
 18. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения n -го порядка.
 19. Составление линейного однородного уравнения n -го порядка по заданной фундаментальной системе. Формула Лиувилля.
 20. Понижение порядка линейного однородного уравнения.
 21. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка.
 22. Метод вариации постоянных для линейного неоднородного уравнения n -го порядка.
 23. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
 24. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
 25. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
 26. Основные понятия, нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
 27. Приведение нормальной системы к одному уравнению n -го порядка.
 28. Приведение уравнения n -го порядка к нормальной системе.
 29. Теорема существования и единственности решения нормальной системы дифференциальных уравнений.
 30. Векторная форма записи, механический смысл нормальной системы.
 31. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные однородные системы.
 32. Фундаментальная система решений для линейных однородных систем
 33. Составление линейной однородной системы уравнений по заданной фундаментальной системе решений.
 34. Линейные неоднородные системы.
 35. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных систем.
 36. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай различных корней характеристического уравнения.
 37. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
 38. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.
 39. Автономные системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
 40. Точка покоя. Виды траекторий.
 41. Особые точки. Случай действительных и различных корней характеристического уравнения.
 42. Особые точки. Случай действительных и кратных корней характеристического уравнения.
 43. Особые точки. Случай комплексных корней характеристического уравнения.
- 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-4				

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
1.	Задание закрытого типа	Верно ли утверждение: если уравнение $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x)$ имеет порядок n , то коэффициент $a_0(x)$ не должен быть тождественно равен нулю?	верно	1-3
2.		Если функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ образуют фундаментальную систему решений уравнения $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = 0$, то общее решение имеет вид: 1. $y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \dots + C_n y_n(x)$ 2. $y(x) = C_1 x y_1(x) + C_2 x y_2(x) + \dots + C_n x y_n(x)$ 3. $y(x) = C_1 x_1 y + C_2 x_2(y) + \dots + C_n x_n(y)$	1	1-3
3.		Пусть дано $n+1$ частное решение линейного однородного уравнения $y_1(x), y_2(x), \dots, y_{n+1}(x)$, тогда 1. между ними существует нелинейная зависимость 2. между ними существует линейная зависимость 3. между ними существует квадратичная зависимость	2	1-3
4.		Если два линейных однородных уравнения имеют общую фундаментальную систему решений, то они: 1. тождественны между собой 2. образуют линейную систему 3. имеют линейно независимые решения	1	1-3
5.		Если известна фундаментальная система соответствующего однородного уравнения, то общее решение неоднородного уравнения может быть найдено: 1. дифференцированием 2. заменой 3. подстановкой 4. интегрированием	4	1-3
6.	Задание открытого типа	Дайте определение дифференциального уравнения n -го порядка ($n > 1$)	Дифференциальным уравнением n -го порядка ($n > 1$) называется уравнение вида $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, где F есть непрерывная функция всех своих аргументов, определенных в области D .	2-5
7.		Дайте определение общего решения уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	Функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ называется общим решением уравнения (2) в области D если: 1) функция $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ обращает уравнение (2) в тождество; 2) для всякой точки $(x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)})$ области D можно указать такие значения постоянных $C_1, C_2, \dots, C_n$, что выполняются равен-	2-5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			ства $y_0 = \varphi(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n),$ $y'_0 = \varphi'(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n),$ $\dots \dots \dots$ $y_0^{(n-1)} = \varphi^{(n-1)}(x_0, C_1, C_2, \dots, C_n)$	
8.		Дайте определение особого решения уравнения $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	Решение $y = \varphi(x)$ уравнения называется особым, если оно состоит из точек $(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$, в которых нарушена единственность решения.	2-5
9.		Дайте определение линейного дифференциального уравнения n-го порядка	Дифференциальное уравнение n -го порядка называется линейным, если оно первой степени относительно совокупности величин $y, y', \dots, y^{(n)}$, где y – искомая функция, x – независимая переменная. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка имеет вид $a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = F(x),$ где коэффициенты $a_0(x), a_1(x), \dots, a_n(x)$ и $F(x)$ непрерывные функции.	2-5
10.		Назовите свойства линейных дифференциальных уравнений	Свойство 1. Уравнение остается линейным при замене независимого переменного. Свойство 2. Уравнение остается линейным при линейном преобразовании зависимой переменной.	2-5
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-1				
1.	Задание закрытого типа	Общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} = y^2$: 1. $y = \frac{1}{c-x}$ 2. $y = \frac{1}{x-c}$ 3. $y = C - x$ 4. $y = \frac{1}{x^2} + c$	1	2-5
2.		Соотнесите: 1. Уравнение с разделяющимися переменными 2. Однородное дифференциальное уравнение 3. Линейное уравнение 4. Уравнение Бернулли а. $\frac{dy}{dx} = P(x)y = Q(x)y''$ б. $\frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}$ в. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -2x$ г. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - y^2}$	1-б 2-г 3-в 4-а	3-5
3.		Уравнением Лагранжа называется уравнение вида: 1. $y = \varphi(y')x + \psi(y')$ 2. $y = \varphi(y')x + y'$ 3. $y = \varphi(y') + \psi(y')$	1	1-3
4.		Уравнением Клеро называется урав-	2	1-3

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		нение вида: 1. $y = \varphi(y')x + y'$ 2. $y = y'x + \psi(y')$ 3. $y = y' + \psi(y')x$		
5.		Общим решение дифференциально-го уравнения $y'' = 0$ является функция: 1. $y = Cx$ 2. $y = C_1x^2 + C_2x$ 3. $y = C_1x + C_2$	3	2-5
6.	Задание открытого типа	Дифференциальное уравнение вида $\frac{dy}{dx} = f(x)$ называется...	Уравнением с разделяющимися переменными	1-3
7.		Решите уравнение $(x - y)dx + xdy = 0$	$y = -\ln x + C, x = 0$	8-10
8.		Решите уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$	$y = x^4 \left(C_1 + \frac{1}{2}\ln x \right)^2$	8-10
9.		$\begin{cases} x = -\psi'(p), \\ y = -p\psi'(p) + \psi(p). \end{cases}$... оно не зависит от произвольной постоянной и ни при каком C не может быть получено из общего решения уравнения Клеро. О каком решении идет речь?	Особое решение	1-3
10.		Уравнение $ay' + by'^2 = x$ разрешено относительно...	x	1-2
Код и наименование проверяемой компетенции ОПК-3				
1.	Задание закрытого типа	Система вида $\begin{cases} y_1^{(m_1)} = f_1(x, y_1, y_1', ..., y_1^{(m_1-1)}, y_2, y_2', ..., y_2^{(m_2-1)}, ..., y_k, y_k', ..., y_k^{(m_k-1)}) \\ y_2^{(m_2)} = f_2(x, y_1, y_1', ..., y_1^{(m_1-1)}, y_2, y_2', ..., y_2^{(m_2-1)}, ..., y_k, y_k', ..., y_k^{(m_k-1)}) \\ ... \\ y_k^{(m_k)} = f_k(x, y_1, y_1', ..., y_1^{(m_1-1)}, y_2, y_2', ..., y_2^{(m_2-1)}, ..., y_k, y_k', ..., y_k^{(m_k-1)}) \end{cases}$ называется... 1. нормальной 2. канонической 3. правильной	2	1-3
2.		Порядок системы дифференциальных уравнений равен $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, ..., y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, ..., y_n) \\ ... \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, ..., y_n) \end{cases}$ 1. n 2. n + 1 3. n – 1	1	1-3
3.		Уравнение $y^2(1+x)dy - x^2(y-1)dx = 0$ является уравнением: 1. в полных дифференциалах 2. однородным	4	2-5

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		3. линейным 4. с разделяющимися переменными		
4.		Верно ли утверждение: краевая задача всегда разрешима?	неверно	1-3
5.		Пусть правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид $f(x) = P_n(x)e^{ax}$, где $P_n(x)$ – многочлен степени n , тогда частное решение этого уравнения будет иметь вид: 1. $Q_n(x)e^{ax}$ 2. $xQ_n(x)e^{ax}$ 3. $Q_n(x)e^{nx}$ 4. $x^s Q_n(x)e^{ax}$	4	1-3
6.	Задание открытого типа	Какими свойствами обладает линейный дифференциальный оператор?	Свойство 1. Линейный дифференциальный оператор от суммы равен сумме операторов $L[y_1 + y_2] = L[y_1] + L[y_2]$, где $y_1 = y_1(x)$ и $y_2 = y_2(x)$ – любые функции, имеющие n непрерывных производных. Свойство 2. Постоянный множитель можно вынести за знак линейного оператора $L[Cy] = CL[y]$, где y – любая n раз дифференцируемая функция, C – постоянная.	
7.		Решите уравнения $y^{\frac{2}{3}} + (y')^{\frac{2}{3}} = 1$	$\begin{cases} x = 3t + 3ctgt + C \\ y = \cos^3 t \end{cases}$	8-10
8.		Решите уравнение $y^{IV} + 8y'' + 16y = 0$	$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + C_3 x \cos 2x + C_4 x \sin 2x$	8-10
9.		Найдите частное решение уравнение $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(2) = 1$.	$y = \pm x \sqrt{1 - \frac{3}{8}x}$	5-8
10.		Решите систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -2y - 4z + 4x + 1 \\ \frac{dz}{dx} = -y + z + \frac{3}{2}x^2 \end{cases}$	$\begin{cases} y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} + x^2 + x \\ z = 0,25C_1 - C_2 e^{2x} - 0,5x^2 \end{cases}$	8-10
Код и наименование проверяемой компетенции ПК-8				
1.	Задание закрытого типа	Общее решение уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$: 1. $y = \ln x + C$ 2. $y = \frac{1}{x^2} + C$ 3. $y = \ln x + C$ 4. $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2} + C$	3	2-5
5.		Верно ли утверждение: функция $y^2 - x^2 - Cy = 0$ является общим интегралом дифференциального уравнения $y'(x^2 + y^2) - 2xy = 0$?	верно	2-5
6.		Найти кривую, у которой длина отрезка касательной, заключенного между осями координат, равна расстоянию от точки касания до начала	2	5-6

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		координат: 1. $y = Cx$, $C = \text{const}$ 2. $y = \frac{c}{x}$, $C = \text{const}$ 3. $y = \frac{x}{c}$, $C = \text{const}$ 4. $y = x$		
7.		Скорость распада радия пропорциональна количеству не распавшегося радия. Вычислить, через сколько лет от 1 кг радия останется 650 г, 10 если известно, что за 1600 лет распадается половина первоначального количества. 1. через 100 лет 2. через 1000 лет 3. через 5000 лет 4. через 10000 лет	2	8-10
8.		Пусть правая часть линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид $f(x) = e^{ax}(P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx)$, частное решение в этом случае будет иметь вид $y = x^s e^{ax}(S_l(x) \cos bx + T_l(x) \sin bx)$, где $T_l(x)$ – это многочлен степени l : 1. $l = n$ 2. $l = m$ 3. $l = n + m$ 4. $l = \max(n, m)$ 5. $l = \min(n, m)$	4	1-3
9.	Задание открытого типа	Решите линейное неоднородное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -x$	$y = -x^2 + C_1 x$	8-10
10.		Решите уравнение $4y'' - 8y' + 5y = 0$	$y = C_1 e^{-x} \cos \frac{x}{2} + C_2 e^{-x} \sin \frac{x}{2}$	8-10
11.		Составьте дифференциальное уравнение семейства кривых $C_1 x + (y - C_2)^2 = 0$	$y' + 2xy'' = 0$	5-7
12.		Скорость остывания нагретого тела пропорциональна разности температур тела и окружающей среды. За 10 минут тело охладилось от 100 до 60 градусов. Температура среды постоянна и равна 20 градусам. Когда тело остынет до 25 градусов?	Через 40 минут	8-10
13.		Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 5 м/сек. На полном ходу ее мотор выключается и через 40 сек после этого скорость лодки уменьшается до 2 м/сек. Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.	0,32 м/сек	8-10

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
4 семестр				
Основной блок				
1.	Написание контрольных работ	1/10	10	семестр
2.	Выполнение домашней работы	2/5	10	семестр
3.	Коллоквиум	4/5	20	семестр
Всего			40	
Блок бонусов				
4.	Посещение занятий		10	
Всего			10	-
Дополнительный блок				
5.	Экзамен		50	семестр
Всего			50	
ИТОГО			100	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие	-1
Нарушение учебной дисциплины	-5
Неготовность к занятию	-1
Пропуск занятия без уважительной причины	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

Итоговая оценка успеваемости студентов по дисциплине производится согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценки учебных достижений студентов, утвержденного приказом ректора АГУ от 13.01.2014 г. № 08-01-01/08.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Основная литература

1. Коломина, М.В. Дифференциальные уравнения: курс лекций для студентов, обучающихся по специальности 010200 - Прикладная математика и информатика. - Астрахань: Астраханский ун-т, 2007. - 172 с. (55 экз.);
2. Математика: основы теории дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]:

учеб. пособие / В.К. Ушаков - М.: МИСиС, 2018. -

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906953056.html> (ЭБС «Консультант студента»).

3. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко, И.И. Мамаев - Ставрополь: АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2017. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/stavgau_00125.html (ЭБС «Консультант студента»).

4. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков - М.: Логос, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785987044650.html> (ЭБС «Консультант студента»).

5. Туганбаев А.А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]/ Туганбаев А.А. - М.: ФЛИНТА, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976513099.html> (ЭБС «Консультант студента»).

6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. - 176 с. (26 экз.).

8.2. Дополнительная литература

1. Александрова, И. А. Дифференциальные уравнения. Руководство к решению задач / И. А. Александрова - Москва : Прометей, 2020. - 122 с. - ISBN 978-5-907244-45-0. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785907244450.html> (дата обращения: 13.09.2022)

2. Есипов А.А. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Вузовская книга, 2001. - 396 с. (10 экз.)

3. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Недогибченко Г.В. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778232167.html> (ЭБС «Консультант студента»).

4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для ун-тов. - 4-е изд. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с. (14 экз.)

в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru.

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». www.studentlibrary.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наличие учебной аудитории с доской или мультимедиа аудитории.

Рабочая программа дисциплины при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).