

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»  
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОПОП

Е. О. Вострикова

« 2 » 06 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой МиМП

  
И.А. Байгушева  
« 2 » 06 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«Линейная алгебра»**

Составитель(и)	<b>Ахунжанова Н.А., канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры математики и методики ее преподавания;</b>
Направление подготовки / специальность	<b>38.05.01 Экономическая безопасность</b>
Направленность (профиль) ОПОП	<b>Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности</b>
Квалификация (степень)	<b>специалист</b>
Форма обучения	<b>заочная</b>
Год приёма	<b>2022</b>
Курс	<b>1</b>
Семестр(ы)	<b>1–2</b>

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. **Целью освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра»** является формирование у будущих специалистов базовых математических знаний для решения задач в профессиональной деятельности, умений аналитического мышления и математического формулирования экономических задач.

1.2. **Задачи освоения дисциплины (модуля):** познакомить студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры, подготовить к изучению других дисциплин.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. **Учебная дисциплина (модуль) «Линейная алгебра»** относится к обязательной части и осваивается в 1-2 семестре(ах).

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения, навыки, формируемые дисциплинами математической подготовки в средней общеобразовательной школе.

2.3. **Последующие учебные дисциплины (модули) и (или) практики, для которых необходимы знания, умения, навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):**

- Математический анализ;
  - Теория вероятностей;
  - Математическая статистика;
  - Статистика;
  - Эконометрика;
  - Практикум по математическому анализу;
  - Деньги, кредит, банки;
  - Рынок ценных бумаг;
  - Финансы.
- и др.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс освоения дисциплины (модуля) направлен на формирование элементов следующей(их) компетенции(ий) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки / специальности:

1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1);
2. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты (ОПК-1).

**Таблица 1 – Декомпозиция результатов обучения**

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
УК-1	ИУК-1.1.1	ИУК-1.2.1	ИУК-1.3.1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.	основные методы, способы и средства получения, хранения, поиска, систематизации, обработки и передачи информации.	применять основные методы, способы и средства получения, хранения, поиска, систематизации, обработки и передачи информации.	навыками самостоятельной работы с информационно-поисковыми и информационно-справочными системами, используемыми в профессиональной деятельности
ОПК-1 Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	ИОПК-1.1.1 основы линейной алгебры, необходимые для анализа экономических процессов.	ИОПК-1.2.1 применять методы линейной алгебры для оптимизации решения профессиональных экономических задач.	ИОПК-1.3.1 навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объём дисциплины (модуля) составляет 6 зачётных единиц, в том числе 22 часа, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 12 часов – лекции, 12 часов – практические, семинарские занятия, и 100 часа – на самостоятельную работу обучающихся).

**Таблица 2 – Структура и содержание дисциплины (модуля)**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
Тема 1. Системы линейных	1	4	4			46	Экспресс-опросы

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
уравнений.	2						на занятиях (устно), контрольная работа № 1, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
Тема 2. Матрицы и определители.		4	4			46	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 2 индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
<b>Итого</b>		<b>8</b>	<b>8</b>			<b>92</b>	<b>Экзамен</b>
Тема 3. Векторные про- странства.		1	1			34	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 3 индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
Тема 4. Линейные операто- ры.		1	1			33	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 3, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест
Тема 5. Квадратичные фор- мы.	2	2			33	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 4, индивидуальные задания по учебникам, итоговый тест	

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Контактная работа (в часах)			Самост. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации [по семестрам]
		Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
<b>Итого</b>		<b>4</b>	<b>4</b>			<b>100</b>	<b>Экзамен</b>

**Таблица 3 – Матрица соотношения разделов, тем учебной дисциплины (модуля) и формируемых компетенций**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Кол-во часов	Код компетенции		Общее количество компетенций
		1	2	
Тема 1. Системы линейных уравнений.	54	УК-1	ОПК-1	2
Тема 2. Матрицы и определители.	54	УК-1	ОПК-1	2
Тема 3. Векторные пространства.	36	УК-1	ОПК-1	2
Тема 4. Линейные операторы.	35	УК-1	ОПК-1	2
Тема 5. Квадратичные формы.	37	УК-1	ОПК-1	2
<b>Итого</b>	216	УК-1	ОПК-1	2

### **Краткое содержание каждой темы дисциплины (модуля)**

#### **Тема 1. Системы линейных уравнений.**

Линейное уравнение и система уравнений. Совместные и несовместные системы. Основная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Ступенчатые матрицы. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. Расширенная матрица системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса, методом Гаусса-Жордана. Различные случаи решения систем, количество решений.

Арифметические  $n$ - мерные векторы. Операции над векторами. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов.

Строчечный и столбцовый ранги матрицы, неизменяемость их при элементарных преобразованиях над матрицами. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Однородная система линейных уравнений. Связь между решениями неоднородной линейной системы и соответствующей однородной. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений и способ ее построения.

#### **Тема 2. Матрицы и определители.**

Операции над матрицами и их свойства. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения.

Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки, инверсии, транспозиции. Определитель квадратной матрицы  $n$ -го порядка. Основные свойства определителей.

Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.

Необходимое и достаточное условие невырожденности матрицы.. Определитель

произведения матриц.

Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.

Правило Крамера. Условия, при которых однородная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными имеет ненулевые решения.

Задачи с экономическим содержанием. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

### **Тема 3. Векторные пространства.**

Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств (плоскость и физическое 3-мерное пространство, пространство строк над данным полем, пространства многочленов, функций и матриц, пространство решений однородной системы линейных уравнений, нулевое пространство). Простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора. Размерность векторного пространства. Связь между координатами векторов относительно различных базисов. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.

Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка множества векторов. Линейное многообразие. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств.

Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности. Ортогональное дополнение подпространства.

### **Тема 4. Линейные операторы.**

Определение, примеры и простейшие свойства линейных операторов. Задание линейного оператора при помощи отображения базиса. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобие матриц. Обратимые линейные операторы.

Действие над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Область значений и ядро линейного оператора.

Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

### **Тема 5. Квадратичные формы.**

Определение квадратичной формы, матрица квадратичной формы, преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю)**

#### **Порядок проведения лекционного занятия.**

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

1 формулировку темы лекции;

2 указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;

3 изложение вводной части;

- 4 изложение основной части лекции;
- 5 краткие выводы по каждому из вопросов;
- 6 заключение;
- 7 рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

### 5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

Самостоятельная работа включает в себя:

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

**Таблица 4 – Содержание самостоятельной работы обучающихся**

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Форма работы
Тема 1. Системы линейных уравнений.	46	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, ответы на контрольные вопросы, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач
Тема 2. Матрицы и определители.	46	
Тема 3. Векторные пространства.	34	
Тема 4. Линейные операторы.	35	
Тема 5. Квадратичные формы.	33	

### 5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины (модуля), выполняемые обучающимися самостоятельно

Письменные работы, самостоятельно выполняемые обучающимися (курсовая работа / курсовой проект, реферат, доклад и т.п.) учебным планом и/или рабочей программой при освоении дисциплины, не предусмотрены.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

### 6.1. Образовательные технологии

**Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий**

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Системы линейных уравнений.	<i>Лекция – визуализация,</i>	<i>Фронтальный опрос,</i>	<i>Не предусмотрено</i>

	<i>лекция-беседа, проблемная лекция</i>	<i>выполнение практических заданий, тематические дискуссии</i>	
Тема 2. Матрицы и определители.	<i>Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, технология дифференцирован ного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 3. Векторные пространства.	<i>Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления</i>	<i>Фронтальный опрос, технология дифференцирован ного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 4. Линейные операторы.	<i>Лекция – визуализация, лекция-беседа, проблемная лекция</i>	<i>Фронтальный опрос, технология дифференцирован ного обучения, выполнение практических заданий, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>
Тема 5. Квадратичные формы.	<i>Перевернутый урок, технология «Кластер», Mind map — техника визуализации мышления</i>	<i>Фронтальный опрос, выполнение практических заданий, работа в малых группах</i>	<i>Не предусмотрено</i>

## **6.2. Информационные технологии**

- использование возможностей интернета в учебном процессе (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление обучающихся с оценками и т. д.);
- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронных библиотек, журналов и т. д.) как источников информации;
- использование возможностей электронной почты преподавателя;
- использование средств представления учебной информации (электронных учебных пособий и практикумов, применение новых технологий для проведения очных (традиционных) лекций и семинаров с использованием презентаций и т. д.);

- использование интегрированных образовательных сред, где главной составляющей являются не только применяемые технологии, но и содержательная часть, т. е. информационные ресурсы (доступ к мировым информационным ресурсам, на базе которых строится учебный процесс);
- использование виртуальной обучающей среды (LMS Moodle «Цифровое обучение») или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров]

### **6.3. Программное обеспечение, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **6.3.1. Программное обеспечение**

##### **Перечень программного обеспечения на 2022–2023 учебный год**

<b>Платформа дистанционного обучения LMS Moodle</b>	<b>Виртуальная обучающая среда</b>
<b>Mozilla FireFox</b>	<b>Браузер</b>
<b>Microsoft Office 2013,</b>	<b>Пакет офисных программ</b>
<b>Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013</b>	
<b>7-zip</b>	<b>Архиватор</b>
<b>Microsoft Windows 7 Professional</b>	<b>Операционная система</b>
<b>Kaspersky Endpoint Security</b>	<b>Средство антивирусной защиты</b>
<b>Google Chrome</b>	<b>Браузер</b>
<b>Notepad++</b>	<b>Текстовый редактор</b>
<b>OpenOffice</b>	<b>Пакет офисных программ</b>
<b>Opera</b>	<b>Браузер</b>
<b>Paint .NET</b>	<b>Растровый графический редактор</b>
<b>Scilab</b>	<b>Пакет прикладных математических программ</b>
<b>Microsoft Security Assessment Tool. Режим доступа: <a href="http://www.microsoft.com/ru-ru/download/details.aspx?id=12273">http://www.microsoft.com/ru-ru/download/details.aspx?id=12273</a> (Free)</b>	<b>Программы для информационной безопасности</b>
<b>Windows Security Risk Management Guide Tools and Templates. Режим доступа: <a href="http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=6232">http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=6232</a> (Free)</b>	
<b>MathCad 14</b>	<b>Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением</b>
<b>1С: Предприятие 8</b>	<b>Система автоматизации деятельности на предприятии</b>
<b>KOMPAS-3D V13</b>	<b>Создание трехмерных ассоциативных моделей отдельных элементов и сборных конструкций из них</b>

Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Blender	Средство создания трехмерной компьютерной графики
PyCharm EDU	Среда разработки
R	Программная среда вычислений
VirtualBox	Программный продукт виртуализации операционных систем
VLC Player	Медиапроигрыватель
Microsoft Visual Studio	Среда разработки
Cisco Packet Tracer	Инструмент моделирования компьютерных сетей
CodeBlocks	Кроссплатформенная среда разработки
Eclipse	Среда разработки
Lazarus	Среда разработки
PascalABC.NET	Среда разработки
VMware (Player)	Программный продукт виртуализации операционных систем
Far Manager	Файловый менеджер
Sofa Stats	Программное обеспечение для статистики, анализа и отчетности
Maple 18	Система компьютерной алгебры
WinDjView	Программа для просмотра файлов в формате DJV и DjVu
MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений
Oracle SQL Developer	Среда разработки
VISSIM 6	Программа имитационного моделирования дорожного движения
VISUM 14	Система моделирования транспортных потоков
IBM SPSS Statistics 21	Программа для статистической обработки данных
ObjectLand	Геоинформационная система
КРЕДО ТОПОГРАФ	Геоинформационная система
Полигон Про	Программа для кадастровых работ

### 6.3.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

#### Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем на 2022–2023 учебный год

*Наименование современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем*

Универсальная справочно-информационная полнотекстовая база данных периодических изданий ООО «ИВИС»  
<http://dlib.eastview.com>

Имя пользователя: AstrGU Пароль: AstrGU
Электронные версии периодических изданий, размещённые на сайте информационных ресурсов <a href="http://www.polpred.com">www.polpred.com</a>
Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем» <a href="https://library.asu.edu.ru/catalog/">https://library.asu.edu.ru/catalog/</a>
Электронный каталог «Научные журналы АГУ» <a href="https://journal.asu.edu.ru/">https://journal.asu.edu.ru/</a>
Корпоративный проект Ассоциации региональных библиотечных консорциумов (АРБИКОН) «Межрегиональная аналитическая роспись статей» (МАРС) – сводная база данных, содержащая полную аналитическую роспись 1800 названий журналов по разным отраслям знаний. Участники проекта предоставляют друг другу электронные копии отсканированных статей из книг, сборников, журналов, содержащихся в фондах их библиотек. <a href="http://mars.arbicon.ru">http://mars.arbicon.ru</a>
Справочная правовая система КонсультантПлюс. Содержится огромный массив справочной правовой информации, российское и региональное законодательство, судебную практику, финансовые и кадровые консультации, консультации для бюджетных организаций, комментарии законодательства, формы документов, проекты нормативных правовых актов, международные правовые акты, правовые акты, технические нормы и правила. <a href="http://www.consultant.ru">http://www.consultant.ru</a>

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

**Таблица 6 – Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля), результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 1. Системы линейных уравнений.	ОПК-1, УК-1	Контрольные работы, письменные ответы на экзаменационные вопросы, итоговый тест
Тема 2. Матрицы и определители.	ОПК-1, УК-1	
Тема 3. Векторные пространства.	ОПК-1, УК-1	
Тема 4. Линейные операторы.	ОПК-1, УК-1	
Тема 5. Квадратичные формы.	ОПК-1, УК-1	

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

**Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

## 7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

### Тема 1 «Системы линейных уравнений»

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. Решить системы линейных уравнений методом последовательного исключения

неизвестных (методом Гаусса).

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

2. Даны векторы  $a_1 = (4,3,2,1)$ ,  $a_2 = (3,3,2,2)$ ,  $a_3 = (1,1,1,3)$ ,  $a_4 = (4,4,3,5)$ ,  $a_5 = (-5,-4,-3,-4)$ . Найти всевозможные линейные зависимости между векторами  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Можно ли вектор  $a_2$  линейно выразить через векторы  $a_1$  и  $a_3$ ? Можно ли вектор  $a_5$  линейно выразить через векторы  $a_1, a_2, a_3, a_4$ ? Найти какой-нибудь базис системы векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Выразить все векторы данной системы через векторы найденного базиса.
3. Дано:  $a_1 = (3,4,2)$ ,  $a_2 = (6,8,4)$ ,  $b = (9,12, x)$ . Найти все значения  $x$ , при которых вектор  $b$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2$ .
4. Найти ранг основной матрицы системы линейных уравнений, фундаментальную систему решений и записать общее решение системы уравнений
- $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

## Тема 2 «Матрицы и определители»

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Записать и решить систему уравнений в матричной форме. 
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$
2. Решить матричное уравнение: 
$$X \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -11 & 4 \\ 9 & -12 & 5 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$
3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ -x_1 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$
4. В таблице приведены данные баланса двух отраслей промышленности за некоторый период. Требуется найти объем валового выпуска продукции, если конечное потребление по отраслям увеличить соответственно на 60% и 30%.

№	Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
		1	2		
1	Добывающая	50	20	30	100
2	Перерабатывающая	20	20	10	50

## Тема 3 «Векторные пространства»

### Тема 4 «Линейные операторы»

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

1. Доказать, что отображение  $f$ , описываемое путем задания координат вектора  $f(x)$  как функций координат вектора  $x = (x_1, x_2, x_3)$  в некотором базисе пространства  $R^3$ , является линейным оператором и найти его матрицу в том же базисе, в котором заданы координаты векторов  $x$  и  $f(x) = (0; x_3 - x_1; 2x_3 + 2x_2)$ .

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе данной матрицей:  $\begin{pmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \\ 21 & -3 & -7 \end{pmatrix}$ .
3. Найти базис суммы и пересечения линейных подпространств, порожденных соответственно векторами  $a_1 = (1;2;1;-2)$ ,  $a_2 = (2;3;1;0)$ ,  $a_3 = (1;2;2;-3)$ ;  $b_1 = (1;1;1;1)$ ,  $b_2 = (1;1;0;2)$ ,  $b_3 = (1;0;1;0)$ .
4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов  $a_1 = (0;1;-1;2)$ ,  $a_2 = (1;0;-2;2)$ ,  $a_3 = (-1;1;0;-2)$ ,  $a_4 = (1;-1;-2;2)$ , заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе.

### Тема 5 «Квадратичные формы»

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

1. Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу:  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

1)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2$ ;  $y_1 = x_2 - x_1$ ,  $y_2 = x_3 - x_2$ ,  $y_3 = x_1 + x_2 + x_3$ ;

2)  $A$  – матрица квадратичной формы,  $C$  – матрица преобразования

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

3)  $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2$  ( $n = 3$ );  $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;

4)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$ ;  $x_1 = y_3 - y_1$ ,  $x_2 = 3y_2 + 4y_1 - y_3$ ,  $x_3 = 2y_2 - y_1$ .

3. Привести данную квадратичную форму к каноническому виду. Найти ранг и положительный и отрицательный индексы. Какие из данных форм являются положительно определенными?

1)  $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$ ;

2)  $x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2$ ;

3)  $9x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2$ ;

4)  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$ .

### ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

В заданиях А1 – А8 Выберите правильный вариант ответа.

**А1.(5 баллов)**

Какой из указанных векторов является решением системы?

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -6, \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5, \\ 6x_1 + x_2 - 2x_3 = 12. \end{cases}$$

- 1) (2;-1;4);    2) (3;2;1);    3) (-1;1;3);    4) (2;2;1).

**A2. (5 баллов)**

Сколько решений может иметь система?

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

- 1) 4;    2) 3;    3) 0;    4) 1.

**A3. (2 балла)**

Как изменится ранг данной матрицы, если из нее вычеркнуть вторую строку?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- 1) увеличится на 1;    2) уменьшится на 1;  
3) не изменится;    4) уменьшится на 2.

**A4. (8 баллов)**

Известно, что существуют сумма матриц  $A + B$  и их произведение  $AB$ . В матрице  $A$  3 строки. Пусть в матрице  $B$   $k$  столбцов. Тогда

- 1)  $k = 1$ ;    2)  $k = 2$ ;    3)  $k = 3$ ;    4)  $k$  - любое.

**A5. (8 баллов)**

Матрица  $B$  получается из матрицы  $A$  умножением всех элементов первой строки на 2. Каким из указанных преобразований получается матрица  $B^{-1}$  из матрицы  $A^{-1}$ ?

- 1) Все элементы первой строки умножаются на 2.  
2) Все элементы первой строки делятся на 2.  
3) Все элементы первого столбца умножаются на 2.  
4) Все элементы первого столбца делятся на 2.

**A6. (5 баллов)**

Известно, что  $\det(A^t B) = 10$ . Чему равен  $\det(B^t A)$ ?

- 1) 0,1;    2) -10;    3) -0,1;    4) 10.

**A7. (2 балла)**

Являются ли векторы  $a, 2a, b, b-c$  линейно зависимыми?

1) нет; 2) да.

**A8. (8 баллов)**

В матрице  $A$  8 строк и 5 столбцов. Верно ли, что строки этой матрицы линейно независимы?

да; 2) нет.

*В заданиях B1 – B12 ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Укажите это число.*

**B1. (5 баллов)** Найти сумму значений  $a$ , при которых векторы  $(2; -3; 2-4a)$  и  $(4; -6; 2a-6)$  линейно зависимы.

**B2. (5 баллов)** Сколько базисов имеет система векторов  $(1; 4; -1), (-3; -12; 3), (2; 4; 1)$ ?

**B3. (2 балла)** Общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса имеет вид:  $x_1 = 3x_2 + x_4 - x_5$ ,  $x_3 = x_4 + x_5$ ,  $x_2, x_4, x_5$  – любые. Сколько векторов содержит фундаментальная система решений?

**B4. (5 баллов)** Известно, что

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица  $C$  получается из  $A$  умножением всех элементов первой строки на 2. Чему равна сумма элементов первой строки матрицы  $CB$ ?

**B5. (5 баллов)** Чему равна сумма элементов первой строки матрицы  $A^{-1}$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

**B6. (5 баллов)**  $A$  – матрица 4 порядка. Пусть  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – строки матрицы  $A$ . Пусть строки матрицы  $B$  суть  $a_2, a_3, a_4, a_1$ . Известно, что  $\det A = 5$ . Чему равен  $\det B$ ?

**B7. (5 баллов)**  $A$  – матрица 5 порядка. Известно, что  $\det A = 7$ . Чему равен  $\det(2A)$ ?

**B8. (5 баллов)** Известно, что  $\det A = 5, \det B = 4$ . Чему равен  $\det(A^{-1}B)$ ?

**B9. (2 балла)** Чему равен определитель, если первая его строка равна сумме второй и третьей строк?

**B10. (8 баллов)** Найти сумму значений  $\lambda$  при которых матрица обратная к данной не существует

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 8 & 1 \\ 10 & -5 & \lambda \end{pmatrix}$$

**B11. (5 баллов)** В системе три уравнения и три неизвестных, основная матрица системы невырождена. Столбец свободных членов равен удвоенному столбцу коэффициентов при  $x_2$ . Чему равна разность  $x_3 - x_1$ ?

**B12. (5 баллов)** Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений содержит 5 решений. Ранг основной матрицы системы равен 4. Сколько неизвестных в этой системе?

### Вопросы к экзамену 1

1. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы.
2. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы.
3. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.
4. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.
5. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.
6. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.
7. Операции над матрицами и их свойства.
8. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
9. Определители. Основные свойства определителей.
10. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
11. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц.
12. Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.
13. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными имеет ненулевые решения.

### **Вопросы к экзамену 2**

1. Определение, примеры и простейшие свойства линейных пространств.
2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса пространства.
5. Связь между различными базисами пространства.
6. Подпространства линейного пространства.
7. Сумма и пересечение подпространств.
8. Определение, примеры и свойства евклидова пространства.
9. Длина вектора и угол между двумя векторами в евклидовом пространстве.
10. Ортогональный и ортонормированный базисы.
11. Линейные операторы и их свойства.
12. Структура линейного оператора.
13. Матрицы оператора в разных базисах.
14. Характеристическое уравнение линейного оператора.
15. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
16. Независимость собственных векторов.
17. Приведение матрицы к диагональному виду.
18. Алгебра линейных операторов векторного пространства.
19. Область значений и ядро линейного оператора.
20. Инвариантные подпространства.
21. Определение квадратичной формы, матрица квадратичной формы, преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
22. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
23. Свойства канонических форм.
24. Закон инерции квадратичных форм.
25. Знакоопределенные квадратичные формы.
26. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

**Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов**

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
<p>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</p>				
1.	Задание закрытого типа	<p>Решением системы <math>\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -6 \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 6x_1 + x_2 - 2x_3 = 12 \end{cases}</math> является вектор</p> <p>1) (2;-1;4) 2) (3;2;1) 3) (-1;1;3) 4) (2;2;1)</p>	4	4
2.		<p>Как изменится ранг матрицы <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 4 &amp; 8 &amp; 12 \\ -1 &amp; 5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>, если из нее вычеркнуть вторую строку?</p> <p>1) увеличится на 1 2) уменьшится на 1 3) не изменится 4) уменьшится на 2</p>	3	1
3.		<p>Система уравнений <math>\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 3, \\ -9x_1 + 6x_2 - 11x_3 = -7, \\ -24x_1 + 16x_2 - 36x_3 = -22. \end{cases}</math> имеет решений</p> <p>1) одно 2) два 3) бесконечное множество 4) ни одного</p>	3	7
4.		<p>Пусть <math>n</math> – число неизвестных системы линейных уравнений, <math>k</math> – ранг основной матрицы системы, <math>m</math> – ранг расширенной матрицы системы. Система имеет решения при условии, что</p>	3	1

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		1) $k < n$ 2) $m < n$ 3) $k = m$ 4) $m = n$		
5.		Вектор с какими координатами можно добавить к векторам $\vec{a} = (4; -2; 5)$ и $\vec{b} = (-4; 6; 1)$ , чтобы получить базис в пространстве $R^3$ ?  1) (0; 4; 6) 2) (-4; 2; -5) 3) (1; 1; 0) 4) (8; -8; 4)	3	7
6.	Задание открытого типа	Решите задачу: Не вычисляя определителя $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & -7 & 1 \\ 4 & 2 & -8 & 3 \\ 5 & 0 & -4 & 8 \end{vmatrix}$ докажите, что он равен нулю.	Можно заметить, что четвертая строка определителя равна сумме первой и третьей строк, а значит определитель равен нулю.	5
7.		Решите задачу: Вычислить произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	Первая матрица имеет размеры $2 \times 3$ , а вторая размеры $3 \times 3$ , поэтому произведение существует. В результате умножения получится матрица $C = (c_{ij})$ размеров $2 \times 3$ . Вычислим ее элементы: $c_{11} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 4 + 1 \cdot (-1) = -10$ , $c_{12} = 1 \cdot 3 - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 = 6$ , $c_{13} = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 4 = 6$ , $c_{21} = 0 \cdot (-1) + 4 \cdot 4 - 3 \cdot (-1) = 19$ , $c_{22} = 0 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - 3 \cdot 5 = -11$ , $c_{23} = 0 \cdot 2 + 4 \cdot 0 - 3 \cdot 4 = -12$ . Искомая матрица $\begin{pmatrix} -10 & 6 & 6 \\ 19 & -11 & -12 \end{pmatrix}$ .	10-15
8.		Решите задачу: Выясните, являются ли векторы $\vec{a} = \{0; -1; 2\}$ , $\vec{b} = \{1; -2; 2\}$ , $\vec{c} = \{-1; 2; -2\}$ линейно зависимыми или независимыми.	Составим линейную комбинацию данных векторов с неизвестными коэффициентами и приравняем ее к нулю: $\lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b} + \lambda_3 \vec{c} = 0$ . Это векторное равенство равносильно следующей системе числовых равенств: $\begin{cases} \lambda_2 - \lambda_3 = 0 \\ -\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 - 2\lambda_3 = 0 \end{cases}$	10-15

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			Решая эту однородную систему методом Гаусса, получим ответ: $\lambda_1 = 0$ , $\lambda_2 = \lambda_3$ . Система имеет бесконечное множество решений, в том числе ненулевых, значит, данные векторы линейно зависимы.	
9.		Найдите скалярное произведение векторов $\vec{x} = \{0; -1; 2; 2\}$ и $\vec{y} = \{3; -2; 1; 5\}$ в ортонормированном базисе.	Так как базис по условию ортонормированный, то $\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4$ . В данном случае, $\vec{x} \cdot \vec{y} = 14$ .	4
10.		Найдите собственные значения линейного оператора заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ .	Собственными значениями линейного оператора будут служить действительные корни его характеристического уравнения $ A - \lambda E  = 0$ . Найдем определитель матрицы $ A - \lambda E  = (\lambda + 3)(\lambda + 4)$ . Таким образом, собственными значениями преобразования являются числа -3 и 4.	10
ОПК-1 Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.				
11.	Задание закрытого типа	Известно, что $\det A = 4$ , $\det B = 12$ . Чему равно $\det(A^{-1}B)$ ? 1) $\frac{1}{3}$ 2) 3 3) 16 4) 48	2	2
12.		Найдите матрицу X, если известно, что: $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$ 1) $\begin{pmatrix} 13 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -13 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 12 & 65 \\ 24 & -76 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 13 \\ 11 & -13 \end{pmatrix}$	4	5
13.		Наибольшее собственное	1	7

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		значение матрицы $\begin{pmatrix} 13 & 30 \\ -6 & -14 \end{pmatrix}$ равно 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4		
14.		Решением матричного уравнения $XA = B$ является матрица 1) $X = A^{-1}B$ 2) $X = BA^{-1}$ 3) $X = B^{-1}A$ 4) $X = \frac{B}{A}$	2	1
15.		Матрице $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ соответствует квадратичная форма 1) $3x^2 + 2xy + 4y^2$ 2) $3x^2 - 2xy + 4y^2$ 3) $3x^2 - xy + 4y^2$ 4) $9x^2 - 2xy + 16y^2$	2	1
16.	Задание открытого типа	В некоторой отрасли $m$ заводов выпускают $n$ видов продукции. Матрица $A_{m \times n}$ задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица $B_{m \times n}$ - соответственно во втором; $(a_{ij}, b_{ij})$ - объемы продукции $j$ -го типа на $i$ -м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$ Найти объемы продукции.	Объемы продукции за полугодие определяются суммой матриц $A$ и $B$ , то есть $C = A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 8 & 3 & 10 \\ 3 & 9 & 8 \\ 4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ , где $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ - объем продукции $j$ -го типа, произведенный за полугодие $i$ -м заводом.	7
17.		В некоторой отрасли $m$ заводов выпускают $n$ видов продукции. Матрица $A_{m \times n}$ задает объемы продукции на каждом заводе в первом квартале, матрица $B_{m \times n}$ - соответственно во втором; $(a_{ij}, b_{ij})$ - объемы продукции $j$ -го	Прирост во втором квартале по сравнению с первым определяется разностью матриц: $C = B - A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix},$ где $c_{ij} = b_{ij} - a_{ij}$ . ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ $c_{ij}$	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		<p>типа на <math>i</math>-м заводе в 1-м и 2-м кварталах соответственно:</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 7 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$ <p>Найти прирост объемов производства во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам.</p>	<p>ПОКАЗЫВАЮТ, ЧТО НА ДАННОМ ЗАВОДЕ I ОБЪЕМ ПРОИЗВОДСТВА J-ГО ПРОДУКТА УМЕНЬШИЛСЯ; ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ <math>c_{ij}</math> – УВЕЛИЧИЛСЯ; <math>c_{ij} = 0</math> – НЕ ИЗМЕНИЛСЯ.</p>	
18.		<p>Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, количество которых определяется вектором <math>\vec{q} = \{20; 50; 30; 40\}</math> (ед. в сутки). Расход сырья <math>\vec{s} = \{5; 2; 7; 4\}</math> (кг на одно изделие). Время изготовления в часах одного изделия соответственно <math>\vec{t} = \{10; 5; 15; 8\}</math>. Цена одного изделия каждого вида <math>\vec{p} = \{30; 15; 45; 20\}</math>. Определить ежедневные показатели: расход сырья <math>S</math>, затраты рабочего времени <math>T</math>, стоимость выпускаемой продукции <math>P</math>.</p>	<p>Расход сырья <math>S</math> находим как скалярное произведение векторов <math>\vec{s}</math> и <math>\vec{q}</math>:  <math>S = \vec{s} \cdot \vec{q} = 5 \cdot 20 + 2 \cdot 50 + 7 \cdot 30 + 4 \cdot 40 = 570</math> кг.          Затраты рабочего времени <math>T</math>, находим как скалярное произведение векторов <math>\vec{t}</math> и <math>\vec{q}</math>:  <math>T = \vec{t} \cdot \vec{q} = 10 \cdot 20 + 5 \cdot 50 + 15 \cdot 30 + 8 \cdot 40 = 1220</math> часов.          Стоимость выпускаемой продукции <math>P</math>:  <math>P = \vec{p} \cdot \vec{q} = 30 \cdot 20 + 15 \cdot 50 + 45 \cdot 30 + 20 \cdot 40 = 3500</math> денежных единиц.</p>	10
19.		<p>Бивалютная корзина стоимостью 95,37 руб. на 55% состоит из доллара, а на 45% из евро. Если бы она на 55% состояла из евро, а на 45% из доллара, то ее стоимость была бы равна 39,05 руб. Найти курс доллара.</p>	<p>Обозначим: <math>x</math> – курс доллара, <math>y</math> – курс евро. По условию задачи: <math>0,55x + 0,45y = 37,95</math>.          Получили первое уравнение системы, определяющее стоимость бивалютной корзины. Для составления второго уравнения будем использовать предположение: если бивалютная корзина состоит на 55% из евро и на 45% из доллара, то ее стоимость составляет 39,05 руб. Тогда <math>0,45x + 0,55y = 39,05</math>. Получили систему:  <math display="block">\begin{cases} 0,55x + 0,45y = 37,95 \\ 0,45x + 0,55y = 39,05 \end{cases}</math>         Решая эту систему, например, методом Крамера, получим, <math>x=33</math> и <math>y=44</math>. Таким образом, курс доллара</p>	10-12

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			составляет 33 руб.	
20.		<p>Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями</p> $\begin{cases} -2x + 12 = p \\ x + 3 = p \end{cases}$ <p>Найти точку рыночного равновесия.</p>	<p>В точке рыночного равновесия спрос равен предложению. Поэтому найдем точку равновесия из соотношения: <math>-2x+12=x+3</math>, отсюда <math>x=3</math>. При этом, <math>p=6</math>. Точка <math>M(3;6)</math> является точкой рыночного равновесия.</p>	7

Полный комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) (фонд оценочных средств) хранится в электронном виде на кафедре, утверждающей рабочую программу дисциплины (модуля), и в Центре мониторинга и аудита качества обучения.

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

**Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)  
Процедура оценивания учебных результатов в 1 семестре**

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
<b>Основной блок</b>				
1	Контрольная работа № 1	4-20	20	КР проводятся в аудитории по расписанию учебных занятий
2	Контрольная работа № 2	4-20	20	
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
3.	Активная работа на занятиях	0-5	5	В течение семестра
4.	Посещение занятий	0-5	5	В течение семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	-
<b>Дополнительный блок**</b>				
5.	Итоговый тест		20	Проводится в письменной форме в конце семестра
6.	Экзамен		30	Проводится в письменной форме по

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
				расписанию
<b>Всего</b>			<b>50</b>	-
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	-

*Процедура оценивания учебных результатов во 2 семестре*

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
<b>Основной блок</b>				
7	Контрольная работа № 3	4-20	20	КР проводятся в аудитории по расписанию учебных занятий
8	Контрольная работа № 4	4-20	20	
<b>Всего</b>			<b>40</b>	-
<b>Блок бонусов</b>				
9.	Активная работа на занятиях	0-5	5	В течение семестра
10.	Посещение занятий	0-5	5	В течение семестра
<b>Всего</b>			<b>10</b>	-
<b>Дополнительный блок**</b>				
11.	Итоговый тест		20	Проводится в письменной форме в конце семестра
12.	Экзамен		30	Проводится в письменной форме по расписанию
<b>Всего</b>			<b>50</b>	-
<b>ИТОГО</b>			<b>100</b>	-

**Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)**

Показатель	Балл
<i>Опоздание на занятие</i>	-0,5
<i>Нарушение учебной дисциплины</i>	-0,5
<i>Неготовность к занятию</i>	-1,5
<i>Пропуск занятия без уважительной причины</i>	-1,5

**Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)**

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
--------------	----------------------------

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале
90–100	5 (отлично)
85–89	4 (хорошо)
75–84	
70–74	
65–69	3 (удовлетворительно)
60–64	
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **8.1. Основная литература**

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания, решение типовых задач и варианты заданий для студентов 1-го курса МГСУ, обучающихся по направлениям подготовки 080100 «Экономика», 080200 «Менеджмент», 230100 «Информатика и вычислительная техника». — М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2014. — 83 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/25511.html>. (ЭБС «IPRbooks»)
2. Пчелинцев С.В., Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3-х ч. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учеб. пособие / С.В. Пчелинцев, В.А. Бабайцев, А.С. Солодовников и др.; под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. - М. : Финансы и статистика, 2013. - 256 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034413.html>. (ЭБС «Консультант студента»).
3. Солодовников А.С., Математика в экономике: учебник. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. - 3-е изд., перераб. и доп.- М. : Финансы и статистика, 2013. - 384 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034888.html>. (ЭБС «Консультант студента»).

### **8.2 Дополнительная литература:**

4. Беклемишев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html>. (ЭБС «Консультант студента»).
5. Бутузов В.Ф., Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 248 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html>. (ЭБС «Консультант студента»).
6. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие/ Елькин А.Г.— Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>. (ЭБС «IPRbooks»)
7. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии: учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013.-

130 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778222755.html>, (ЭБС «Консультант студента»).

### **8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)**

○ Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем» <https://library.asu.edu.ru/catalog/>

● Электронная библиотечная система IPRbooks [www.iprbookshop.ru](http://www.iprbookshop.ru)

● Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента» Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретённым на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог содержит более 15 000 наименований изданий. [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru) *Регистрация с компьютеров АГУ*

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Для проведения занятий по дисциплине «Линейная алгебра» имеются лекционные аудитории, оборудованные мультимедийной техникой с возможностью презентации обучающих материалов, фрагментов фильмов; аудитории для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью и средствами наглядного представления учебных материалов; библиотека с местами, оборудованными компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).