

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП

С.А.Тишкова
«29» августа 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ФМО

И.А. Байгушева
«29» августа 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейные и нелинейные уравнения физики

Составитель(-и)

**Водолазская И.В., доцент, кандидат
физико-математических наук, доцент**

Направление подготовки /
специальность

03.03.02 Физика

Направленность (профиль) ОПОП

Инженерная физика

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год приема

2022

Курс

2

Семестр

3

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики»

1.1. **Целями освоения** дисциплины «Линейные и нелинейные уравнения физики» являются: овладение студентами основными понятиями и методами математической физики.

1.2. **Задачи освоения** дисциплины:

- ознакомление студентов с основными уравнениями математической физики; изучение методов решения дифференциальных уравнений в частных производных (метод Фурье, метод Даламбера и метод функций Грина);
- развитие умения ставить краевые задачи и давать физическую интерпретацию полученных решений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики» В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина Б1.Б.11 «Линейные и нелинейные уравнения физики» относится к базовой части и изучается в 3 семестре.

2.2. Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и навыки, полученные обучающимися в средней общеобразовательной школе, а также при изучении дисциплин модуля Б1.Б.05 «Математика» и модуля Б1.Б.08 «Общая физика».

Знания: знать терминологию и основные правила математического анализа.

Умения: умение использовать аппарат математического анализа для решения физических задач.

Навыки: иметь навыки расчета математических моделей.

Для успешного изучения дисциплины студенты должны владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации; уметь логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

Электродинамика;
Квантовая механика.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

б) **Общепрофессиональных (ОПК):**

ОПК-1. Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

Таблица 1.

Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
ОПК-1. Способен использовать базовые знания естественно-	ИОПК-1.1 знать основные законы	ИОПК-1.2 уметь использовать	ИОПК-1.3 владеть навы-

научных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	камииспользованиязнаний естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
---	--	---	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики»

Дисциплина изучается в 3 семестре. Объем дисциплины – 2 зачетных единицы, количество академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем: 57 часов, из них 19 часов лекций и 38 часов практических занятий; на самостоятельную работу обучающихся отводится 15 часов. Форма итогового контроля – экзамен.

Таблица 2.
Структура и содержание дисциплины «Линейные и нелинейные уравнения физики»

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа (в часах)			Самостоят. работа		Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации
				Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Тема 1. Дифференциальные уравнения гиперболического и параболического типов (одномерный случай).	3	1-5	5	10			4	Опрос на занятиях, КР.1, экзамен
2	Тема 2. Уравнения гиперболического и параболического типов (многомерный случай).	3	6-10	5	10			4	Опрос на занятиях, КР.2, экзамен
3	Тема 3. Уравнения эллиптического типа.	3	11-15	5	10			4	Опрос на занятиях, КР.3, экзамен
4	Тема 4. Нелинейные уравнения математической физики.	3	16-19	4	8			3	Опрос на занятиях, экзамен

ИТОГО			19	38			15	Экзамен
--------------	--	--	-----------	-----------	--	--	-----------	----------------

КР – контрольная работа. КЛ – коллоквиум.

Содержание курса «Линейные и нелинейные уравнения физики»

Тема 1. Дифференциальные уравнения гиперболического и параболического типов (одномерный случай). Вывод уравнения колебаний струны. Постановка задачи. Начальные условия. Задача Коши. Задача Коши для бесконечной струны, решение Даламбера. Смешанная (начально-краевая) задача. Краевые условия. Первая краевая задача (задача Дирихле), вторая краевая задача (задача Неймана) и третья краевая задача. Понятие о корректности задачи (существование, единственность и устойчивость решения).

Свободные колебания конечной струны. Метод разделения переменных (метод Фурье). Собственные числа (значения) и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля. Ортогональные системы функций. Ряды по ортогональным системам. Вынужденные колебания струны и стержня.

Вывод уравнения теплопроводности, диффузии. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Начально-краевая задача. Краевые условия различных типов. Применение метода Фурье к решению уравнения теплопроводности.

Тепловые источники. Теплообмен стержня с окружающей средой. Дельта-функция. Распространение тепла в неограниченном и полуограниченном стержне. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

Тема 2. Уравнения гиперболического и параболического типов (многомерный случай). Волновое уравнение. Формула Пуассона. Неоднородное волновое уравнение. Запаздывающий потенциал. Точечный источник. Уравнение Бесселя. Бесселевы (цилиндрические) функции. Ортогональность функций Бесселя, их корни. Разложение произвольной функции в ряд по функциям Бесселя. Колебания мембраны. Трехмерный случай, излучение диполя.

Распространение тепла в бесконечном и конечном цилиндрах. Уравнение Лежандра. Полиномы Лежандра: ортогональность полиномов и их норма. Распространение тепла в однородном шаре.

Тема 3. Уравнения эллиптического типа. Метод функций Грина. Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции. Решение задачи Дирихле для шара. Метод Грина решения краевых задач. Функция Грина линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Функция Грина уравнения Лапласа. Функция Грина волнового уравнения.

Тема 4. Нелинейные уравнения математической физики. Нелинейные дифференциальные уравнения. Решения типа бегущей волны. Автомодельные решения. Солитонные решения уравнений: синус-Гордона, Кортевега – де Фриза, нелинейного уравнения Шредингера. Применение математических пакетов (Mathcad, Maple) для численного решения уравнений математической физики.

Таблица 3.
Матрица соотнесения тем/разделов учебной дисциплины «Линейные и нелинейные уравнения физики» и формируемых в них компетенций

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Компетенции				
		1	2	3	4	общее количество компетенций
<i>Тема 1. Дифференциальные уравнения гиперболического и параболического типов (одномерный случай).</i>	19	ОПК-1				1
<i>Тема 2. Уравнения гиперболического и</i>	19	ОПК-1				1

параболического типов (многомерный случай).						
Тема 3. Уравнения эллиптического типа.	19	ОПК-1				1
Тема 4. Нелинейные уравнения математической физики.	15	ОПК-1				1
Итого	57					

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

5.1. Указания по организации и проведению лекционных и практических занятий с перечнем учебно-методического обеспечения.

№	Раздел/Тема	Семестр	Форма контроля	Методическое обеспечение (см. раздел Основная литература)
1	Тема 1. Дифференциальные уравнения гиперболического и параболического типов. Одномерный случай.	3	Опрос на занятиях, КР 1, Экзамен	[1] Глава 2 §1-3 стр. 23-120. Глава 3 §1- 3 стр. 180-241. [2] Глава 1 стр. 12-16. Глава 4 стр. 54-64. Глава 10, 11 стр. 119-147. Глава 27-28 стр. 451-473. [3] Глава 2 §2-3 стр. 21-36. Глава 3 §2-3 стр. 47-59.
2	Тема 2. Дифференциальные уравнения гиперболического и параболического типов. Многомерный случай.	3	Опрос на занятиях, КР 2, Экзамен	[1] Глава 5 §1 стр. 403-414. §3 стр. 420-436. Глава 6 §1- 2 стр. 462-468. Дополнение 2 §1-5 стр. 632-694. [2] Глава 8 стр. 98-109. Глава 13 стр. 156-176. Глава 16-17 стр. 195-224. Глава 28 стр. 473-478. [3] Глава 5 §2 стр. 86-89. Глава 6 §3 стр. 107-111. [6] Глава 4 стр. 63-79. Глава 5 стр. 127-202.
3	Тема 3. Уравнения эллиптического типа.	3	Опрос на занятиях, КР 3, Экзамен	[1] Глава 4 §1-2 стр. 276-309. [2] Глава 19 стр. 248-282. [3] Глава 4 §3-4 стр. 67-78. Глава 5 §3 стр. 93-97. Глава 6 §4 стр. 468-474.
4	Тема 4. Нелинейные уравнения математической физики.	3	Опрос на занятиях, Экзамен	[5] §2.1, 2.2 стр. 18-23. §3.1, 3.5 стр. 34-49.
	ИТОГ		Экзамен	

5.2. Указания для студентов по освоению дисциплины.

Конспекты лекций, решения заданий для практических занятий, список заданий для самостоятельной работы, необходимый вспомогательный материал для самостоятельной работы размещаются на платформе LMS Moodle.

Таблица 4.
Содержание самостоятельной работы обучающихся

Номер радела (темы)	Темы/вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
1	<i>Изучение лекционного материала, подготовка к контрольной работе. Самостоятельное решение задач.</i>	4	<i>Работа с конспектами лекций и практических занятий, с учебниками</i>
2	<i>Изучение лекционного материала, подготовка к контрольной работе. Самостоятельное решение задач.</i>	4	
3	<i>Изучение лекционного материала, подготовка к контрольной работе. Самостоятельное решение задач.</i>	4	
4	<i>Изучение лекционного материала. Самостоятельное решение задач. Подготовка к экзамену.</i>	3	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые студентами самостоятельно.

Для подготовки к контрольным работам самостоятельно выполняются домашние задания в форме задач. На аудиторных практических занятиях проводится выборочно проверка выполнения домашнего задания.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации различных видов учебной работы по дисциплине могут использоваться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

6.1. Образовательные технологии

Учебные занятия по дисциплине могут проводиться с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) интерактивном взаимодействии обучающихся и преподавателя в режимах on-line в формах: видеолекций, лекций-презентаций, собеседования в режиме чат.

Формы учебных занятий:

- 1) лекция, с использованием компьютерных и технических средств, направленная на приобретение студентами новых теоретических знаний;
- 2) практическое занятие по расчету физических задач на основании теоретических знаний, направленное на приобретение умений по расчету физических моделей;
- 3) контрольная работа, направленная на определение уровня освоения дисциплины.

Образовательные технологии: интерактивные лекции, анализ ситуаций, равный обучает равного, тематические дискуссии

6.2. Информационные технологии

- 1) использование электронных учебников и сайтов Интернета в качестве источника информации;
- 2) использование возможностей электронной почты преподавателя (рассылка заданий, предоставление выполненных работ, ответы на вопросы, ознакомление учащихся с оценками);
- 3) использование презентаций при проведении лекций и семинаров;
- 4) при реализации различных видов учебной и внеучебной работы используются следующие информационные технологии: виртуальная обучающая среда (или система управления обучением LMS Moodle) или иные информационные системы, сервисы и мессенджеры.

6.3. Перечень лицензионного программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Maple 18	Система компьютерной алгебры
MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Paint .NET	Растровый графический редактор
VLC Player	Медиапроигрыватель
WinDjView	Программа для просмотра файлов в формате DJV и DjVu
Scilab	Пакет прикладных математических программ

Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем

- Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARKSQL НПО «Информ-систем».

<https://library.asu.edu.ru>

- Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на электронной платформе ООО «БИБЛИОТЕХ».

<https://biblio.asu.edu.ru>

*Учетная запись образовательного портала АГУ
(Регистрация в 905 аудитории. Пристрой)*

- Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований.

www.studentlibrary.ru

Регистрация с компьютеров АГУ

Электронная библиотечная система IPRbooks. www.iprbookshop.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Линейные и нелинейные уравнения физики» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется

последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6.

Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Тема 1	ОПК-1	Опрос на занятиях, КР 1, Экзамен
2	Тема 2	ОПК-1	Опрос на занятиях, КР 2, Экзамен
3	Тема 3	ОПК-1	Опрос на занятиях, КР 3, Экзамен
4	Тема 4	ОПК-1	Опрос на занятиях, Экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

Типы контроля для оценивания результатов обучения.

Для оценивания результатов обучения в виде **знаний** используются устные ответы на вопросы, контрольные работы, экзамен.

Для оценивания результатов обучения в виде **умений** и **владений** используются контрольные работы, экзамен.

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы

Шкала оценивания	Критерии оценивания
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

Тематика контрольной работы 1.

Колебания конечной струны. Распространение тепла в стержне. Метод Фурье разделения переменных. Метод Даламбера бегущих волн.

Пример варианта контрольной работы 1.

1. Решить методом разделения переменных.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin \omega t$$

$$0 \leq x \leq l, t \geq 0$$

$$u(0, t) = 1$$

$$u(l, t) = t$$

$$u(x, 0) = 1 - \frac{x}{l}$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0$$

1. Решить методом Даламбера.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x e^t$$

$$-\infty \leq x \leq \infty, t \geq 0$$

$$u(x, 0) = \cos x$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0$$

Тематика контрольной работы 2.

Колебания круглой и прямоугольной мембран. Распространение тепла в бесконечном и конечном цилиндрах, в шаре. Уравнение Бесселя. Цилиндрические функции и их свойства. Присоединенное уравнение Лежандра. Сферические функции.

Пример варианта контрольной работы 2.

1. Решить задачу о свободных колебаниях однородной круглой мембраны радиуса R , закрепленной по краю, если начальная скорость равна нулю, а начальное отклонение определяется равенством $u|_{t=0} = AJ_0\left(\frac{\mu_k r}{R}\right)$, где μ_k - положительный корень уравнения $J_0(\mu) = 0$.
2. Решить задачу об остывании шара радиусом R , на поверхности которого поддерживается температура, равная нулю. Начальная температура шара равна $u|_{r=0} = A \cos^2(\varphi) \sin^2(\theta)$.

Тематика контрольной работы 3.

Уравнения Лапласа.

Пример варианта контрольной работы 3.

1. Найти гармоническую внутри шарового слоя $1 < r < 2$ функцию такую, что $u|_{r=1} = \cos^2 \theta$,
 $u|_{r=2} = \frac{1}{8}(\cos^2 \theta + 1)$.
2. На границе тонкой пластинки в форме кругового сектора $r \leq a$ и $0 \leq \varphi \leq \beta$ (r и φ — полярные координаты, начало координат — в центре круга) задана температура:
 $u|_{r=a} = u_0 = \text{const}$ и $u|_{\varphi=0} = u|_{\varphi=\beta} = 0$. Найти стационарное термическое поле в пластинке.

Экзаменационные вопросы.

1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
2. Вывод уравнения поперечных колебаний струны.
3. Метод разделения переменных для волнового уравнения.
4. Собственные числа и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.
5. Ортогональность функций. Нормы функций. Определение коэффициентов ряда разложения по ортогональным функциям
6. Уравнение теплопроводности стержня.
7. Решение Даламбера для волнового уравнения.
8. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.
9. Колебания круглой мембраны.
10. Уравнение Бесселя и его решения.
11. Присоединенное уравнение Лежандра и его решения.
12. Различные типы краевых задач для уравнения Лапласа. Гармонические функции и их основные свойства.
13. Функция Грина.
14. Основные методы решения нелинейных уравнений математической физики.
15. Вывод уравнения продольных колебаний стержня.
16. Вывод волнового уравнения из уравнений Максвелла.
17. Вывод уравнений Пуассона и Лапласа из уравнений Максвелла.
18. Двумерное волновое уравнение.
19. Волновое уравнение в полярных координатах.
20. Трехмерное волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца.
21. Волновое уравнение в цилиндрических координатах.
22. Волновое уравнение в сферических координатах, его решение.
23. Уравнение теплопроводности (диффузии) в цилиндрических координатах.
24. Уравнение теплопроводности (диффузии) в сферических координатах.
25. Двумерное уравнение Лапласа в декартовых координатах.
26. Уравнение Лапласа в полярных координатах.
27. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах.
28. Уравнение Лапласа в сферических координатах.

29. Метод конечных разностей.
30. Основные нелинейные уравнения математической физики.
31. Автомодельные переменные и автомодельные решения.
32. δ -функция Дирака и ее основные свойства.
33. Сферические функции и их свойства.

При освоении курса студенту необходимо учить теоретический материал, анализировать методы решения задач, рассматриваемых на практических занятиях, выполнять аналогичные домашние задания. При подготовке к выполнению контрольных работ необходимо повторять пройденный материал, анализировать основные методы решения практических задач.

Типы контроля для оценивания результатов обучения.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются устные ответы на вопросы, контрольные работы, экзамен.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются контрольные работы, экзамен.

Таблица 7 – Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8 – Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание по подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задания

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
ОПК-1. Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования				
1.	Задание закрытого типа	Что из перечисленного не относится к типам дифференциальных уравнений второго порядка? Запишите номер(а) ответа (ов). 1) параболический; 2) квадратичный; 3) эллипсоидный; 4) гиперболический. 5) линейный.	2	
2.		Что из перечисленного является уравнением Шредингера: 1) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$; 2) $\frac{\partial T}{\partial t} - a \cdot \Delta T = 0$; 3) $\Delta \varphi = -\rho$; 4) $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$	4	
3.		Что из перечисленного является вектором, проекция которого на направление $\vec{n}$ равна отношению циркуляции $d\Gamma$ по нормальному элементарно малому контуру L , охватывающему точку, к величине площади dS , ограниченной этим контуром: 1) <i>Градиент</i> .	3	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		2) <i>Дивергенция</i> . 3) <i>Ротор</i>		
4.		Что из перечисленного является вектором $grad\varphi$, направленным в сторону быстрого возрастания функции $\varphi(\vec{r})$ в окрестности точки, равный производной по этому направлению: 1) <i>Градиент</i> . 2) <i>Дивергенция</i> . 3) <i>Ротор</i>	1	
5.		Что из перечисленного является оператором волнового уравнения (Даламбера)? 1. $L = \Delta$; 2. $L = \partial^2 / \partial t^2 - v^2 \Delta$; 3. $L = \partial / \partial t - a^2 \Delta$.	2	
6.	Задание открытого типа	Дайте определение понятию <i>Математическая физика</i>	<i>Математическая физика</i> – это математическая дисциплина, которая посвящена решению физических задач математическими методами.	
7.		Пользуясь законом радиоактивного распада, найдите в произвольный положительный момент времени ($t \geq 0$) число $N(t)$ нераспавшихся радиоактивных ядер с постоянной распада λ , если в начальный момент времени $t = 0$ их число составляло N_0 .	Так как число ядер обычно очень велико, функцию $N(t)$ можно рассматривать как непрерывную. Закон радиоактивного распада в дифференциальной форме гласит, что скорость распада пропорциональна числу нераспавшихся ядер: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$ (1) Это уравнение с разделяющимися переменными, которое можно привести к виду $\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$ (2) Так как левая часть уравнения (2)	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			зависит только от N, а правая часть – только от переменной t, интегралы от этих частей могут отличаться только произвольной постоянной интегрирования: $\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt,$ $\ln N = -\lambda t + C.$ (3) Потенцируя равенство (3), получаем с учетом положительности N $N = e^C \cdot e^{-\lambda t}.$ (4) Начальные условия $N(0) = N_0$ позволяют определить постоянную интегрирования C. В результате закон радиоактивного распада в интегральной форме принимает вид $N = N_0 e^{-\lambda t}.$	
8.		Смещения x от положения равновесия ($x = 0$) идеального пружинного маятника массой m и жесткостью пружины k, как следует из второго закона Ньютона, описываются однородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, именуемым <i>уравнением гармонических колебаний</i>: $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx,$ $x'' + \omega^2 x = 0.$ (1) Здесь $\omega = \sqrt{k/m}$ – круговая частота.	Ищем решение уравнения (1) в виде функции $x = e^{\mu t}$, где μ – неизвестная постоянная. Подставив эту функцию в уравнение (1), получаем <i>характеристическое уравнение</i> для дифференциального уравнения (1): $\mu^2 + \omega^2 = 0.$ (3) Характеристическое уравнение (3) имеет два мнимых корня: $\mu_{1,2} = \pm i\omega$. Мы пришли к двум частным решениям: $x_1 = e^{i\omega t} \quad \text{и} \quad x_2 = e^{-i\omega t}.$ (4) Согласно теореме о решениях линейных дифференциальных уравнений линейная комбинация этих функций также является решением уравнения (1): $x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}.$	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		Уравнение это однородное, так как не содержит в виде слагаемого заданную функцию $f(t)$, имеющую смысл внешней силы. Решите это уравнение при двух заданных начальных условиях: $x(0) = x_0,$ $x'(0) = v_0.$	(5) Это и есть общее решение уравнения (1). Из физического смысла задачи следует, функция смещения $x(t)$ действительная. Поэтому воспользовавшись формулой Эйлера $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$, запишем общее решение (5) как $x(t) = (A + B) \cos \omega t + i(A - B) \sin \omega t,$ (6) где $C_1 = (A + B)$ и $C_2 = i(A - B)$ – действительные постоянные интегрирования. Подставив общее решение (6) в начальные условия (2), находим значения постоянных интегрирования: $C_1 = x_0$ и $C_2 = v_0/\omega$. Получаем закон движения маятника при заданных начальных условиях (2): $x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ или $x(t) = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$. (7) Здесь $x_{\max} = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$ – амплитуда, а $\varphi_0 = \arctg \frac{\omega x_0}{v_0}$ – начальная фаза колебаний.	
9.		Назовите основные уравнения математической физики.	1. Волновое уравнение (в декартовых координатах) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ 2. Уравнение теплопроводности: $\frac{\partial T}{\partial t} - a \cdot \Delta T = 0.$ 3. Уравнение Пуассона (в СИ) $\Delta \varphi = -\rho,$	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			(5) где $\rho = \rho(x, y, z)$ – функция распределения в пространстве плотности электрического заряда. 4. Уравнение Шредингера: $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0.$	
10.		Назовите типы дифференциальных уравнений второго порядка.	В общем виде уравнение в частных производных второго порядка для неизвестной функции u и n независимых переменных $(x_1, \dots, x_n)$ в некоторой области D имеет вид $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + f(x_1, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}) = 0.$ (8) Здесь f и a_{ij} – заданные функции в области D. Все функции и независимые переменные действительные. Это уравнение будет линейным, если функция f линейна относительно функции u и ее частных производных. Зафиксируем определенную точку $M(x_1^0, \dots, x_n^0)$ в области D и составим квадратичную форму $S(t_1, \dots, t_n) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x_1^0, \dots, x_n^0) t_i t_j.$ (9) С помощью линейного преобразования $t_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} q_j$ данная форма может быть приведена к каноническому виду $S(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n c_i q_i^2.$ (10)	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			Уравнение (8) принадлежит эллиптическому типу в точке M, если все коэффициенты C_i квадратичной формы в каноническом виде (10) положительные или все C_i отрицательные. Если один из коэффициентов C_i в (10) имеет знак, отличающийся от одинаковых знаков остальных коэффициентов C_i, то уравнение (8) в точке M принадлежит гиперболическому типу. Если квадратичная форма (10) имеет только один из коэффициентов C_i, равный нулю, все же остальные коэффициенты имеют одинаковые знаки, то уравнение (8) принадлежит параболическому типу.	
№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
СК-4 - способность понимать универсальный характер законов логики физических, математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место физики и информатики в системе наук, значение физики и информатики для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение физики и информатики				
1.	Задание закрытого типа	Что из перечисленного не относится к типам дифференциальных уравнений второго порядка? Запишите номер(а) ответа (ов). 1) параболический; 2) квадратичный; 3) эллипсоидный; 4) гиперболический. 5) линейный.	2	
2.		Что из перечисленного является <i>уравнением Шредингера</i>: 1)	4	

№ п/ п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполне ния (в минутах)
		$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$; 2) $\frac{\partial T}{\partial t} - a \cdot \Delta T = 0$; 3) $\Delta \varphi = -\rho$; 4) $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$		
3.		Что из перечисленного является вектором, проекция которого на направление $\vec{n}$ равна отношению циркуляции $d\Gamma$ по нормальному элементарно малому контуру L, охватывающему точку, к величине площади dS, ограниченной этим контуром: 1) Градиент. 2) Дивергенция. 3) Ротор	3	
4.		Что из перечисленного является вектором $grad\varphi$, направленным в сторону быстрого возрастания функции $\varphi(\vec{r})$ в окрестности точки, равный производной по этому направлению: 1) Градиент. 2) Дивергенция. 3) Ротор	1	
5.		Что из перечисленного является оператором волнового уравнения (Даламбера)? 1. $L = \Delta$; 2. $L = \partial^2 / \partial t^2 - v^2 \Delta$;	2	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
		3. $L = \partial/\partial t - a^2 \Delta$.		
6.	Задание открытого типа	Дайте определение понятию <i>Математическая физика</i>	<i>Математическая физика</i> – это математическая дисциплина, которая посвящена решению физических задач математическими методами.	
7.		Пользуясь законом радиоактивного распада, найдите в произвольный положительный момент времени ($t \geq 0$) число $N(t)$ нераспавшихся радиоактивных ядер с постоянной распада λ , если в начальный момент времени $t = 0$ их число составляло N_0 .	Так как число ядер обычно очень велико, функцию $N(t)$ можно рассматривать как непрерывную. Закон радиоактивного распада в дифференциальной форме гласит, что скорость распада пропорциональна числу нераспавшихся ядер: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$ (1) Это уравнение с разделяющимися переменными, которое можно привести к виду $\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$ (2) Так как левая часть уравнения (2) зависит только от N, а правая часть – только от переменной t, интегралы от этих частей могут отличаться только произвольной постоянной интегрирования: $\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt,$ $\ln N = -\lambda t + C.$ (3) Потенцируя равенство (3), получаем с учетом положительности N $N = e^C \cdot e^{-\lambda t}.$ (4) Начальные условия $N(0) = N_0$ позволяют определить постоянную интегрирования C. В результате закон	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			радиоактивного распада в интегральной форме принимает вид $N = N_0 e^{-\lambda t}.$	
8.		Смещения x от положения равновесия ($x = 0$) идеального пружинного маятника массой m и жесткостью пружины k, как следует из второго закона Ньютона, описываются однородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, именуемым <i>уравнением гармонических колебаний</i>: $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx,$ $x'' + \omega^2 x = 0.$ (1) Здесь $\omega = \sqrt{k/m}$ – круговая частота. Уравнение это однородное, так как не содержит в виде слагаемого заданную функцию $f(t)$, имеющую смысл внешней силы. Решите это уравнение при двух заданных начальных условиях: $x(0) = x_0,$ $x'(0) = v_0.$	Ищем решение уравнения (1) в виде функции $x = e^{\mu t}$, где μ – неизвестная постоянная. Подставив эту функцию в уравнение (1), получаем <i>характеристическое уравнение</i> для дифференциального уравнения (1): $\mu^2 + \omega^2 = 0.$ (3) Характеристическое уравнение (3) имеет два мнимых корня: $\mu_{1,2} = \pm i\omega$. Мы пришли к двум частным решениям: $x_1 = e^{i\omega t} \quad \text{и} \quad x_2 = e^{-i\omega t}.$ (4) Согласно теореме о решениях линейных дифференциальных уравнений линейная комбинация этих функций также является решением уравнения (1): $x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}.$ (5) Это и есть общее решение уравнения (1). Из физического смысла задачи следует, функция смещения $x(t)$ действительная. Поэтому воспользовавшись формулой Эйлера $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$, запишем общее решение (5) как $x(t) = (A + B) \cos \omega t + i(A - B) \sin \omega t,$ (6) где $C_1 = (A + B)$ и $C_2 = i(A - B)$ – действительные постоянные интегрирования. Подставив общее решение (6) в	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			начальные условия (2), находим значения постоянных интегрирования: $C_1 = x_0$ и $C_2 = v_0/\omega$. Получаем закон движения маятника при заданных начальных условиях (2): $x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$ или $x(t) = x_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$. (7) Здесь $x_{\max} = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$ – амплитуда, а $\varphi_0 = \arctg \frac{\omega x_0}{v_0}$ – начальная фаза колебаний.	
9.		Назовите основные уравнения математической физики.	1. Волновое уравнение (в декартовых координатах) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ 2. Уравнение теплопроводности: $\frac{\partial T}{\partial t} - a \cdot \Delta T = 0$ 3. Уравнение Пуассона (в СИ) $\Delta \varphi = -\rho,$ (5) где $\rho = \rho(x, y, z)$ – функция распределения в пространстве плотности электрического заряда. 4. Уравнение Шредингера: $\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$	
10.		Назовите типы дифференциальных уравнений второго порядка.	В общем виде уравнение в частных производных второго порядка для неизвестной функции u n независимых переменных $(x_1, \dots, x_n)$ в некоторой области D имеет вид	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + f(x_1, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}) = 0$ (8) Здесь f и a_{ij} – заданные функции в области D. Все функции и независимые переменные действительные. Это уравнение будет линейным, если функция f линейна относительно функции u и ее частных производных. Зафиксируем определенную точку $M(x_1^0, \dots, x_n^0)$ в области D и составим квадратичную форму $S(t_1, \dots, t_n) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x_1^0, \dots, x_n^0) t_i t_j.$ (9) С помощью линейного преобразования $t_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} q_j$ данная форма может быть приведена к каноническому виду $S(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n c_i q_i^2.$ (10) Уравнение (8) принадлежит эллиптическому типу в точке M, если все коэффициенты c_i квадратичной формы в каноническом виде (10) положительные или все c_i отрицательные. Если один из коэффициентов c_i в (10) имеет знак, отличающийся от одинаковых знаков остальных коэффициентов c_i, то уравнение (8) в точке M принадлежит гиперболическому типу. Если квадратичная форма (10) имеет только один из коэффициентов	

№ п/п	Тип задания	Формулировка задания	Правильный ответ	Время выполнения (в минутах)
			C_i , равный нулю, все же остальные коэффициенты имеют одинаковые знаки, то уравнение (8) принадлежит <i>параболическому</i> типу.	

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые мероприятия	Количество мероприятий / баллы	Максимальное количество баллов	Срок представления
Основной блок				
1.	Ответ на занятии	7 / 0-2	14	На практическом занятии
2.	Выполнение контрольной работы	2 / 0-13	26	Конец семестра
Всего			40	-
Блок бонусов				
3.	Посещение занятий	7	2	На занятии
4.	Своевременное выполнение всех заданий	7	8	На занятии
Всего			10	-
Дополнительный блок				
5.	Экзамен		50	На экзамене
Всего			50	-
ИТОГО			100	-

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатель	Балл
Опоздание на занятие	-0.1
Нарушение учебной дисциплины	-0.1
Неготовность к занятию	-1
Пропуск занятия без уважительной причины	-0.25

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
75–84	3 (удовлетворительно)	
70–74		
65–69		
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики»

а) Основная литература:

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972, 742 с. <http://elibrary.bsu.az/kitablar/1039.pdf>
2. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Из-во «Высшая школа», 1970, 712 с. <http://window.edu.ru/resource/918/77918/files/mathphis.pdf>
3. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. – М.: Физматлит, 2004, 688 с. (24). <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103113.html>
4. Голоскоков Д. П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. Учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2004.
5. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. – М.: Физматлит, 2005, <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105392.html>
6. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – СПб: Из-во «Лань», 2010.
7. Сборник задач по уравнениям математической физики/ под ред. В.С.Владимирова. – М.: Физматлит, 2003.

б) Дополнительная литература:

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 2003, 400 с/ (39) <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785922103107.html>
2. Колоколов И.В., Кузнецов Е.А., Мильштейн А.И., Подивилов Е.В., Черных А.И., Шапиро Д.А., Шапиро Е.Г. Задачи по математическим методам физики – М.: КомКнига, 2007.
3. Шарма Дж., Сингх К. Уравнения в частных производных для инженеров. – М.: Техносфера, 2002.
4. Маделунг Э. Математический аппарат физики – М.: Физматгиз, 1960.
5. Мэтьюз Дж., Уокер Р. Математические методы физики – М.: Атомиздат, 1972.
6. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977.

в) Перечень ресурсов информационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины

1. <http://eqworld.ipmnet.ru>
2. <https://biblio.asu.edu.ru>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «Линейные и нелинейные уравнения физики»

Для проведения занятий по данной дисциплине необходима аудитория с компьютером, экраном, большая лекционная доска.

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья,

инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).