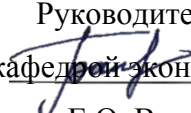


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
АСТРАХАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

Зав. кафедрой экономической теории


Е.О. Вострикова

«03» _____ 06 _____ 2021 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой МиМП

_____ И.А. Байгушева

«03»_06 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Составитель(-и)

**Шацков Д.О., к.ф.-м.н., доцент кафедры
математики и методики её преподавания**

Направление подготовки /
специальность

38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) ОПОП

Квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год приема

2021

Курс

1

Астрахань – 2021 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. **Целью освоения дисциплины (модуля) «Линейная алгебра»** является формирование у будущих специалистов базовых математических знаний для решения задач в профессиональной деятельности, умений аналитического мышления и математического формулирования экономических задач.

1.2. **Задачи освоения дисциплины (модуля):** познакомить студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры, подготовить к изучению других дисциплин.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина (модуль) «Линейная алгебра» относится к базовой части учебного плана Б1.Б.08 и изучается в 1 и 2 семестрах.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами математической подготовки в средней общеобразовательной школе.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

- Математический анализ;
- Теория вероятностей;
- математическая статистика;
- Статистика;
- Эконометрика;
- Практикум по математическому анализу;
- практикум по математической статистике;
- Практикум по теории вероятности и математической статистике;
- Финансы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код компетенции	Планируемые результаты освоения дисциплины		
	Знать	Уметь	Владеть
УК-1	УК-1.1 знать: теоретические основы поиска, критического анализа и синтеза информации; -современные источники информации;	УК-1.2 уметь: анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи	УК-1.3 владеть: навыками осуществления критического анализа информации на основе системного подхода;

УК-2	УК-2.1 знать: общую структуру концепции реализуемого проекта, понимать ее составляющие и принципы их формулирования	УК-2.2 уметь: формулировать взаимосвязанные задачи, обеспечивающие достижение поставленной цели	УК-2.3 владеть: навыком выбора оптимального способа решения поставленной задачи, исходя из учета имеющихся ресурсов и планируемых сроков реализации задачи
------	---	---	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объем дисциплины (модуля) составляет 8 (4, 4) зачетных единиц, в том числе 108 часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 36 часов – лекции, 72 часа – практические, семинарские занятия), и 180 часов – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2.

Структура и содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование радела (темы)	С е м е с т р	Нед еля сем ест ра	Контактная работа (в часах)			Самостоят. работа		Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	1	1-10	10	18			36	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 1, итоговый тест
2	Тема 2. Матрицы и определители.	1	10-18	8	18			36	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 2, итоговый тест
									ЭКЗАМЕН
3	Тема 3. Векторные пространства.	2	1-6	6	12			36	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа №3, итоговый тест
4	Тема 4. Линейные операторы.	2	7-12	6	12			36	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 3, итоговый тест
5	Тема 5. Квадратичные формы.	2	13-18	6	12			36	Экспресс-опросы на занятиях (устно), контрольная работа № 4, итоговый тест
ИТОГО				36	72			180	ЭКЗАМЕН

Условные обозначения:

Л – занятия лекционного типа; ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторные работы; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа по отдельным темам

Таблица 3.

**Матрица соотнесения тем/разделов
учебной дисциплины/модуля и формируемых в них компетенций**

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Компетенции			
		1	2	3	общее количество компетенций
Тема 1. Системы линейных уравнений.	64	ОПК-1	ОПК-2	ОПК-3	3
Тема 2. Матрицы и определители.	62	ОПК-1	ОПК-2	ОПК-3	3
Тема 3. Векторные пространства.	54	ОПК-1	ОПК-2	ОПК-3	3
Тема 4. Линейные операторы.	54	ОПК-1	ОПК-2	ОПК-3	3
Тема 5. Квадратичные формы.	54	ОПК-1	ОПК-2	ОПК-3	3

Краткое содержание каждой темы дисциплины

Тема 1. Системы линейных уравнений.

Линейное уравнение и система уравнений. Совместные и несовместные системы. Основная матрица системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Ступенчатые матрицы. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. Расширенная матрица системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса, методом Гаусса-Жордана. Различные случаи решения систем, количество решений.

Арифметические n - мерные векторы. Операции над векторами. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов.

Строчечный и столбцовый ранги матрицы, неизменяемость их при элементарных преобразованиях над матрицами. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Однородная система линейных уравнений. Связь между решениями неоднородной линейной системы и соответствующей однородной. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений и способ ее построения.

Тема 2. Матрицы и определители.

Операции над матрицами и их свойства. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричные уравнения.

Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки, инверсии, транспозиции. Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Основные свойства определителей.

Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.

Необходимое и достаточное условие невырожденности матрицы.. Определитель произведения матриц.

Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.

Правило Крамера. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевые решения.

Задачи с экономическим содержанием. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Тема 3. Векторные пространства.

Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств (плоскость и физическое 3-мерное пространство, пространство строк над данным полем, пространства многочленов, функций и матриц, пространство решений однородной системы линейных уравнений, нулевое пространство). Простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора. Размерность векторного пространства. Связь между координатами векторов относительно различных базисов. Изоморфизм векторных пространств одинаковой

размерности.

Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка множества векторов. Линейное многообразие. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств.

Евклидовы пространства. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации. Ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности. Ортогональное дополнение подпространства.

Тема 4. Линейные операторы.

Определение, примеры и простейшие свойства линейных операторов. Задание линейного оператора при помощи отображения базиса. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобие матриц. Обратимые линейные операторы.

Действие над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Область значений и ядро линейного оператора.

Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Тема 5. Квадратичные формы.

Определение квадратичной формы, матрица квадратичной формы, преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

5.1. Указания по организации и проведению лекционных, практических (семинарских) и лабораторных занятий с перечнем учебно-методического обеспечения

Порядок проведения лекционного занятия.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы:

- 1 формулировку темы лекции;
- 2 указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
- 3 изложение вводной части;
- 4 изложение основной части лекции;
- 5 краткие выводы по каждому из вопросов;
- 6 заключение;
- 7 рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Методические рекомендации для студентов

Организация самостоятельной работы

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

Самостоятельная работа включает в себя:

проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних теоретических и практических заданий.

Таблица 4.
Содержание самостоятельной работы обучающихся

Номер радела (темы)	Темы/вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол- во часов	Формы работы
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	36	Предварительная подготовка к занятиям, работа с конспектом лекций, повторная работа над учебным материалом, составление таблиц для систематизации материала, изучение учебной литературы, решение задач по образцу и вариантных задач
2	Тема 2. Матрицы и определители.	36	
3	Тема 3. Векторные пространства.	36	
4	Тема 4. Линейные операторы.	36	
5	Тема 5. Квадратичные формы.	36	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

Письменные работы, самостоятельно выполняемые обучающимися (курсовая работа / курсовой проект, реферат, доклад и т.п.) учебным планом и/или рабочей программой при освоении дисциплины, не предусмотрены.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

Название образовательной технологии	Темы, разделы дисциплины	Краткое описание применяемой технологии
Проблемная лекция	используется на всех занятиях	На этой лекции новое знание вводится через проблемность вопроса, задачи или ситуации. При этом процесс познания студентов в сотрудничестве и диалоге с преподавателем приближается к исследовательской деятельности. Содержание проблемы раскрывается путем организации поиска ее решения.
Лекция-беседа, или «диалог с аудиторией»	используется на всех занятиях	Лекция-беседа предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. К участию в лекции-беседе можно привлечь различными приемами, так, например, активизация студентов вопросами в начале лекции и по ее ходу, вопросы могут, быть информационного и проблемного характера. Вопросы адресуются всей аудитории. Слушатели отвечают с мест. Если преподаватель замечает, что кто-то из обучаемых не участвует в ходе беседы, то вопрос можно

		адресовать лично тому слушателю, или спросить его мнение по обсуждаемой проблеме.
Работа в малых группах	используется на занятиях по темам 1, 2, 5	Парная и групповая работа реализуется как в системе аудиторных занятий (лекции, практические и семинарские занятия), так и в условиях самостоятельной подготовки студентов. Это может происходить сразу же после изложения нового материала, в начале последующего, вместо опроса, на практическом занятии, или может быть частью обобщающего итогового занятия.
Технология дифференцированного обучения	используется на всех занятиях	Усвоение программного материала на различных планируемых уровнях, но не ниже обязательного (госуд. стандарта)

6.2. Информационные технологии

- использование электронных учебников электронных библиотечных систем, доступ к которым предоставляется университетом;
- использование как источников информации сайтов, находящихся в Интернете в открытом доступе (электронные библиотеки, журналы, книги);
- использование возможностей электронной почты преподавателя (рассылка заданий, материалов, ответы на вопросы);
- использование виртуальной обучающей среды (или системы управления обучением LMS Moodle) или иных информационных систем, сервисов и мессенджеров;
- использование средств представления учебной информации для проведения лекций и семинаров с использованием презентаций.

6.3. Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Перечень лицензионного программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
MathCad 14	Система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением
Платформа дистанционного обучения LMS Moodle	Виртуальная обучающая среда
Mozilla FireFox	Браузер
Microsoft Office 2013, Microsoft Office Project 2013, Microsoft Office Visio 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система

Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Blender	Средство создания трехмерной компьютерной графики
Google Chrome	Браузер
Notepad++	Текстовый редактор
OpenOffice	Пакет офисных программ
Opera	Браузер
Paint .NET	Растровый графический редактор
Scilab	Пакет прикладных математических программ
VLC Player	Медиапроигрыватель
VMware (Player)	Программный продукт виртуализации операционных систем
WinDjView	Программа для просмотра файлов в формате DJV и DjVu
Maple 18	Система компьютерной алгебры
MATLAB R2014a	Пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений

*Перечень современных профессиональных баз данных,
информационных справочных систем*

<i>Учебный год</i>	<i>Наименование ЭБС</i>
2021/2022	Электронная библиотека «Астраханский государственный университет» собственной генерации на платформе ЭБС «Электронный Читальный зал – БиблиоТех». https://biblio.asu.edu.ru <i>Учетная запись образовательного портала АГУ</i>
	Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента». Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований. www.studentlibrary.ru . <i>Регистрация с компьютеров АГУ</i>
	Электронная библиотечная система IPRbooks. www.iprbookshop.ru

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций

в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 5

**Соответствие разделов, тем дисциплины (модуля),
результатов обучения по дисциплине (модулю) и оценочных средств**

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Тема 1. Системы линейных уравнений.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3	Контрольные работы, письменные ответы на экзаменационные вопросы, итоговый тест
2	Тема 2. Матрицы и определители.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3	
3	Тема 3. Векторные пространства.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3	
4	Тема 4. Линейные операторы.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3	
5	Тема 5. Квадратичные формы.	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 6

Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, не способен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 7

Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания,

	умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетворительно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетворительно»	не способен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тема 1 «Системы линейных уравнений»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. Решить системы линейных уравнений методом последовательного исключения

$$\text{неизвестных (методом Гаусса).} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

2. Даны векторы $a_1 = (4, 3, 2, 1)$, $a_2 = (3, 3, 2, 2)$, $a_3 = (1, 1, 1, 3)$, $a_4 = (4, 4, 3, 5)$, $a_5 = (-5, -4, -3, -4)$. Найти всевозможные линейные зависимости между векторами a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 . Можно ли вектор a_2 линейно выразить через векторы a_1 и a_3 ? Можно ли вектор a_5 линейно выразить через векторы a_1 , a_2 , a_3 , a_4 ? Найти какой-нибудь базис системы векторов a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 . Выразить все векторы данной системы через векторы найденного базиса.
3. Дано: $a_1 = (3, 4, 2)$, $a_2 = (6, 8, 4)$, $b = (9, 12, \uparrow)$. Найти все значения $\uparrow$, при которых вектор b линейно выражается через векторы a_1 , a_2 .
4. Найти ранг основной матрицы системы линейных уравнений, фундаментальную систему решений и записать общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Тема 2 «Матрицы и определители»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Записать и решить систему уравнений в матричной форме.
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -3, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решить матричное уравнение:
$$X \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -11 & 4 \\ 9 & -12 & 5 \\ 6 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ -x_1 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

4. В таблице приведены данные баланса двух отраслей промышленности за некоторый период. Требуется найти объем валового выпуска продукции, если конечное потребление по отраслям увеличить соответственно на 60% и 30%.

№	Отрасль	Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
		1	2		
1	Добывающая	50	20	30	100
2	Перерабатывающая	20	20	10	50

Тема 3 «Векторные пространства»

Тема 4 «Линейные операторы»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

- Доказать, что отображение f , описываемое путем задания координат вектора $f(x)$ как функций координат вектора $x = (x_1, x_2, x_3)$ в некотором базисе пространства R^3 , является линейным оператором и найти его матрицу в том же базисе, в котором заданы координаты векторов x и $f(x) = (0; x_3 - x_1; 2x_3 + 2x_2)$.
- Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе данной матрицей:
$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \\ 21 & -3 & -7 \end{pmatrix}.$$
- Найти базис суммы и пересечения линейных подпространств, порожденных соответственно векторами $a_1 = (1; 2; 1; -2)$, $a_2 = (2; 3; 1; 0)$, $a_3 = (1; 2; 2; -3)$; $b_1 = (1; 1; 1; 1)$, $b_2 = (1; 1; 0; 2)$, $b_3 = (1; 0; 1; 0)$.
- Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов $a_1 = (0; 1; -1; 2)$, $a_2 = (1; 0; -2; 2)$, $a_3 = (-1; 1; 0; -2)$, $a_4 = (1; -1; -2; 2)$, заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе.

Тема 5 «Квадратичные формы»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

- Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу:
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Записать квадратичную форму, полученную из данной с помощью заданного линейного преобразования:

1) $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2$; $y_1 = x_2 - x_1$, $y_2 = x_3 - x_2$, $y_3 = x_1 + x_2 + x_3$;

2) A – матрица квадратичной формы, C – матрица преобразования

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

3) $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2$ ($n=3$); $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

4) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$; $x_1 = y_3 - y_1$, $x_2 = 3y_2 + 4y_1 - y_3$, $x_3 = 2y_2 - y_1$.

3. Привести данную квадратичную форму к каноническому виду. Найти ранг и положительный и отрицательный индексы. Какие из данных форм являются положительно определенными?

1) $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2$;

2) $x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2$;

3) $9x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2$;

4) $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$.

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

В заданиях А1 – А8 Выберите правильный вариант ответа.

А1.(5 баллов)

Какой из указанных векторов является решением системы?

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -6, \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5, \\ 6x_1 + x_2 - 2x_3 = 12. \end{cases}$$

1) (2;-1;4); 2) (3;2;1); 3) (-1;1;3); 4) (2;2;1).

А2. (5 баллов)

Сколько решений может иметь система?

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

1) 4; 2) 3; 3) 0; 4) 1.

A3. (2 балла)

Как изменится ранг данной матрицы, если из нее вычеркнуть вторую строку?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 12 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

1) увеличится на 1; 2) уменьшится на 1;
3) не изменится; 4) уменьшится на 2.

A4. (8 баллов)

Известно, что существуют сумма матриц $A + B$ и их произведение AB . В матрице A 3 строки. Пусть в матрице B k столбцов. Тогда

1) $k = 1$; 2) $k = 2$; 3) $k = 3$; 4) k - любое.

A5. (8 баллов)

Матрица B получается из матрицы A умножением всех элементов первой строки на 2. Каким из указанных преобразований получается матрица B^{-1} из матрицы A^{-1} ?

1) Все элементы первой строки умножаются на 2.
2) Все элементы первой строки делятся на 2.
3) Все элементы первого столбца умножаются на 2.
4) Все элементы первого столбца делятся на 2.

A6. (5 баллов)

Известно, что $\det(A^t B) = 10$. Чему равен $\det(B^t A)$?

1) 0,1; 2) -10; 3) -0,1; 4) 10.

A7. (2 балла)

Являются ли векторы $a, 2a, b, b-c$ линейно зависимыми?

1) нет; 2) да.

A8. (8 баллов)

В матрице A 8 строк и 5 столбцов. Верно ли, что строки этой матрицы линейно независимы?

да; 2) нет.

В заданиях B1 – B12 ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Укажите это число.

В1. (5 баллов) Найти сумму значений a , при которых векторы $(2; -3; 2-4a)$ и $(4; -6; 2a-6)$ линейно зависимы.

В2. (5 баллов) Сколько базисов имеет система векторов $(1; 4; -1)$, $(-3; -12; 3)$, $(2; 4; 1)$?

В3. (2 балла) Общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса имеет вид: $x_1 = 3x_2 + x_4 - x_5$, $x_3 = x_4 + x_5$, x_2, x_4, x_5 – любые. Сколько векторов содержит фундаментальная система решений?

В4. (5 баллов) Известно, что

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица C получается из A умножением всех элементов первой строки на 2. Чему равна сумма элементов первой строки матрицы CB ?

В5. (5 баллов) Чему равна сумма элементов первой строки матрицы A^{-1} , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

В6. (5 баллов) A – матрица 4 порядка. Пусть a_1, a_2, a_3, a_4 – строки матрицы A . Пусть строки матрицы B суть a_2, a_3, a_4, a_1 . Известно, что $\det A = 5$. Чему равен $\det B$?

В7. (5 баллов) A – матрица 5 порядка. Известно, что $\det A = 7$. Чему равен $\det(2A)$?

В8. (5 баллов) Известно, что $\det A = 5$, $\det B = 4$. Чему равен $\det(A^{-1}B)$?

В9. (2 балла) Чему равен определитель, если первая его строка равна сумме второй и третьей строк?

В10. (8 баллов) Найти сумму значений λ при которых матрица обратная к данной не существует

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 8 & 1 \\ 10 & -5 & \lambda \end{pmatrix}$$

В11. (5 баллов) В системе три уравнения и три неизвестных, основная матрица системы невырождена. Столбец свободных членов равен удвоенному столбцу коэффициентов при x_2 . Чему равна разность $x_3 - x_1$?

В12. (5 баллов) Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений содержит 5 решений. Ранг основной матрицы системы равен 4. Сколько неизвестных в этой системе?

Вопросы к экзамену 1

1. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы.
2. Равносильные системы уравнений. Элементарные преобразования матрицы.
3. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.
4. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса-Жордана.
5. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.
6. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.
7. Операции над матрицами и их свойства.
8. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
9. Определители. Основные свойства определителей.

10. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
11. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц.
12. Теорема о ранге матрицы. Обратная матрица. Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме.
13. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имеет ненулевые решения.

Вопросы к экзамену 2

1. Определение, примеры и простейшие свойства линейных пространств.
2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса пространства.
5. Связь между различными базисами пространства.
6. Подпространства линейного пространства.
7. Сумма и пересечение подпространств.
8. Определение, примеры и свойства евклидова пространства.
9. Длина вектора и угол между двумя векторами в евклидовом пространстве.
10. Ортогональный и ортонормированный базисы.
11. Линейные операторы и их свойства.
12. Структура линейного оператора.
13. Матрицы оператора в разных базисах.
14. Характеристическое уравнение линейного оператора.
15. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
16. Независимость собственных векторов.
17. Приведение матрицы к диагональному виду.
18. Алгебра линейных операторов векторного пространства.
19. Область значений и ядро линейного оператора.
20. Инвариантные подпространства.
21. Определение квадратичной формы, матрица квадратичной формы, преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
22. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
23. Свойства канонических форм.
24. Закон инерции квадратичных форм.
25. Знакоопределенные квадратичные формы.
26. Линейная модель обмена (модель международной торговли).

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Итоговая оценка успеваемости студентов по дисциплине производится согласно положению о балльно-рейтинговой системе оценки учебных достижений студентов, утвержденного Ученым советом АГУ от 30.12.2013 г.

Устные ответы по вопросам и выполнение практических заданий оцениваются по 4-х балльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- оценка «отлично» («5») выставляется студенту, если он демонстрирует глубокие знания теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность правильно отвечать на дополнительные вопросы;

- оценка «хорошо» («4») - если студент демонстрирует глубокие знания теоретического материала, последовательное изложение, допускает единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя;
- оценка «удовлетворительно» («3») - при наличии существенных ошибок в изложении теоретического материала, неполное изложение теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» («2») - при отсутствии целостного ответа по вопросу, существенных пробелах в знаниях.

Критерии оценки результатов выполнения практических заданий:

- оценка «отлично» («5») выставляется студенту, если он демонстрирует глубокие знания теоретического материала и умение их применять; последовательно, правильно выполняет задание; умеет обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы;
- оценка «хорошо» («4») выставляется студенту, если он демонстрирует глубокие знания теоретического материала и умение их применять; последовательно, правильно выполняет задание; допускает единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя; умеет обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы;
- оценка «удовлетворительно» («3») выставляется студенту, если он испытывает затруднения при выполнении задания; дает неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя; выполняет задание при подсказке преподавателя; затрудняется в формулировке выводов;
- оценка «неудовлетворительно» («2») выставляется студенту, если он не способен правильно выполнить задание.

Полученные за устные ответы и выполнение заданий баллы суммируются. Максимально возможный суммарный балл за работу на занятиях – 50.

От 0 до 50 баллов обучающиеся получают за ответ на экзамене.

Дополнительно 10 баллов возможно набрать бонусами за активность на занятиях, посещение занятий без пропусков по неуважительным причинам.

Предусмотрена также система штрафов:

- вычитается 1 балл за опоздание;
- вычитается по 2 балла за неподготовленность к занятию, нарушение учебной дисциплины, пропуск занятий без уважительной причины.

Преподаватель, реализующий дисциплину (модуль), в зависимости от уровня подготовленности обучающихся может использовать иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) Основная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания, решение типовых задач и варианты заданий для студентов 1-го курса МГСУ, обучающихся по направлениям подготовки 080100 «Экономика», 080200 «Менеджмент», 230100 «Информатика и вычислительная техника». — М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2014. — 83 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/25511.html>. (ЭБС «IPRbooks»)
2. Пчелинцев С.В., Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3-х ч. Ч. 1.

Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учеб. пособие / С.В. Пчелинцев, В.А. Бабайцев, А.С. Солодовников и др.; под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. - М. : Финансы и статистика, 2013. - 256 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034413.html>. (ЭБС «Консультант студента»).

3. Солодовников А.С., Математика в экономике: учебник. Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. - 3-е изд., перераб. и доп.- М. : Финансы и статистика, 2013. - 384 с. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279034888.html>. (ЭБС «Консультант студента»).

б) Дополнительная литература:

1. Беклемишев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN9785922109796.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html). (ЭБС «Консультант студента»).
2. Бутузов В.Ф., Линейная алгебра в вопросах и задачах: Учеб. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 248 с. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN5922102850.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html). (ЭБС «Консультант студента»).
3. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие/ Елькин А.Г.— Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. URL: [HTTP://WWW.IPRBOOKSHOP.RU/77939.HTML](http://www.iprbookshop.ru/77939.html). (ЭБС «IPRbooks»)
4. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии: учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013.- 130 с. URL: [HTTP://WWW.STUDENTLIBRARY.RU/BOOK/ISBN9785778222755.HTML](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778222755.html). (ЭБС «Консультант студента»).

в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля)

1. **Электронно-библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента».** Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента» является электронной библиотечной системой, предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Каталог в настоящее время содержит около 15000 наименований. www.studentlibrary.ru. *Регистрация с компьютеров АГУ*
2. **Электронная библиотечная система IPRbooks.** www.iprbookshop.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для проведения занятий по дисциплине «Аналитическая геометрия, линейная алгебра» имеются лекционные аудитории, оборудованные мультимедийной техникой с возможностью презентации обучающих материалов, фрагментов фильмов; аудитории для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью и средствами наглядного представления учебных материалов; библиотека с местами, оборудованными компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет.

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными

возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).