МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный университет имени В. Н. Татищева»
(Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОПОП
зав.кафедрой общей физики
А.М. Лихтер

«_01__» ___06_____ 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой МиМП
_____ И.А. Байгушева

«__02__» _____06_____ 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Составитель(-и)	**Стрельцова И.С. к.ф.-м.н., доцент каф. МиМП;**
Направление подготовки	**03.03.02 Физика**
Направленность (профиль) ОПОП	**Инженерная физика**
Квалификация (степень)	**бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Год приема (курс)	**2021**
Семестр(ы)	**3**

Астрахань, 2022 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения»: углубить и расширить представления студентов об основных математических понятиях и методах, применяемых в дальнейшем для математического моделирования, математической обработки информации и анализа данных технической природы. Курс дифференциальных уравнений является модельным прикладным аппаратом для изучения математической компоненты профессионального образования бакалавра.

1.2. Задачи освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- развитие логического и алгоритмического мышления;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и анализ прикладных задач;
- изучение необходимых для этого основ теории дифференциальных уравнений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

2.1. Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части и осваивается в 3 семестре.

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими учебными дисциплинами: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» средней общеобразовательной школы, а также дисциплиной «Математический анализ», изучаемой в университете.
Знания: основных понятий школьного курса математики и математического анализа, основных элементарных функций и их свойств, правил и формул дифференцирования и интегрирования.
Умения: применять формулы дифференцирования и интегрирования, строить математические модели.
Навыки: применять универсальные учебные действия при решении математических задач.

2.3. Последующие учебные дисциплины (модули), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Общий физический практикум», «Теоретическая механика. Механика сплошных сред», «Линейные и нелинейные уравнения физики».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

Универсальных: способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

Общепрофессиональных: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1).

Таблица 1. Декомпозиция результатов обучения

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
	Знать (1)	Уметь (2)	Владеть (3)
УК-1: способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1 знать методики поиска, сбора и обработки информации УК-1.1.2 знать актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности УК-1.1.3 знать метод системного анализа	ИУК-1.2.1 уметь применять методики поиска, сбора и обработки информации ИУК-1.2.2 уметь осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников УК-1.2.3 уметь применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.3.1 владеть методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации ИУК-1.3.2 владеть методикой системного подхода для решения поставленных задач
ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 знать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ИОПК-1.2 уметь использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ИОПК-1.3 владеть навыками использования знаний естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Объём дисциплины (модуля) составляет 2 зачётные единицы, в том числе 57 часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (из них 19 часов – лекции, 38 часов – практические, семинарские занятия), и 15 часов – на самостоятельную работу обучающихся.

Таблица 2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Раздел, тема дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Контактная работа (в часах)			Самостоя т. работа		Форма текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Л	ПЗ	ЛР	КР	СР	
1	Тема 1. Введение	3	1	1	2			1	К/р 1, экзамен
2	Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	3	2-6	4	10			2	К/р 1, экзамен

3	Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков	3	7-11	4	10			2	К/р 2, экзамен
4	Тема 4. Системы дифференциальных уравнений	3	12-15	4	8			3	К/р 3, экзамен
5	Тема 5. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений	3	16-17	2	4			2	К/р 3, экзамен
6	Тема 6. Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка	3	18	2	2			3	К/р 4, экзамен
7	Тема 7. Краевые задачи	3	19	2	2			2	К/р 4, экзамен
ИТОГО				**19**	**38**			**15**	**ЭКЗАМЕН**

Примечание: Л – лекция; ПЗ – практическое занятие, семинар; ЛР – лабораторная работа; КР – курсовая работа; СР – самостоятельная работа.

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ)

Тема 1. Введение

Историческая справка. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Геометрическое истолкование уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Основные понятия. Теорема существования и единственности. Уравнения, допускающие понижение порядка. Понижение порядка в однородных уравнениях. *Линейные уравнения n-го порядка.* Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения *n*-го порядка. Структура общего решения. Формула Остроградского-Лиувилля. Линейные неоднородные уравнения *n*-го порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных

постоянных. *Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.* Линейные однородные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений. Линейные неоднородные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных и метод неопределенных коэффициентов нахождения частных решений.

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений

Понятие решения системы. Фазовое пространство и траектории. Существование решения. Постановка задачи Коши. Структура общего решения. Сведение системы к одному уравнению методом исключения. Линейные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных. Нахождение фундаментальной системы решений линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.

Тема 5. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений

Понятие динамической системы. Классификация положений равновесия динамической системы на плоскости в невырожденных случаях. Понятие предельного цикла. Грубые и негрубые предельные циклы. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость по Ляпунову. Функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.

Тема 6. Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка

Основные определения. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши для уравнений первого порядка в частных производных. Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка.

Тема 7. Краевые задачи

Основные понятия и определения. Однородные и неоднородные краевые задачи. Функция Грина. Построение функции Грина.

Таблица 3. Матрица соотнесения тем/разделов учебной дисциплины/модуля и формируемых компетенций

Темы, разделы дисциплины	Кол-во часов	Код компетенции		общее количество компетенций
		ОК-7	ОПК-2	
Тема 1. Введение	4	+	+	2
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	16	+	+	2
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков	16	+	+	2
Тема 4. Системы дифференциальных уравнений	15	+	+	2
Тема 5 Элементы качественной теории дифференциальных	8	+	+	2

уравнений				
Тема 6. Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка	7	+	+	2
Тема 7. Краевые задачи	6	+	+	2
Итого	**72**			

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ И ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Указания для преподавателей по организации и проведению учебных занятий по дисциплине (модулю).

Методические указания по проведению лекционных занятий

Лекция по математическим дисциплинам – один из методов обучения, одна из основных системообразующих форм организации учебного процесса в вузе. Лекционное занятие представляет собой систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем-лектором учебного материала теоретического и практического характера. Такое занятие представляет собой элемент технологии представления учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Цель лекции – организация целенаправленной познавательной деятельности студентов по овладению программным материалом учебной дисциплины. Чтение курса лекций позволяет дать связанное, последовательное изложение материала в соответствии с новейшими данными науки, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде. В ряде случаев лекция выполняет функцию основного источника информации.

Задачи лекции заключаются в обеспечении формирования системы знаний по учебной дисциплине, в умении аргументировано излагать научный материал, в формировании профессионального кругозора и общей культуры, в оптимизации других форм организации учебного процесса.

Организационно-методической базой проведения лекционных занятий является рабочий учебный план направления или специальности. При подготовке лекционного материала преподаватель обязан руководствоваться учебными программами по дисциплинам кафедры, тематика и содержание лекционных занятий которых представлена в учебно-методических комплексах. Характеристика отдельных тем дисциплины, которые выносятся на самостоятельную работу, недостаточно раскрываются в учебниках и учебных пособиях либо представляют трудности для освоения студентами (требуются дополнительные комментарии, советы, указания по их изучению).

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Лекция как элемент образовательного процесса должна включать следующие этапы: формулировку темы лекции, указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение, изложение вводной части, изложение основной части лекции, краткие выводы по каждому из вопросов, заключение, рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Методические указания по проведению практических занятий

Целью практических занятий является формирование у студентов умений и навыков применять материал лекции при решении математических задач, повышение знаний студентов, совершенствование навыков изложения своих мыслей устно и письменно, навыков работы с математической литературой, умения осуществлять поиск решения задачи и анализировать полученные результаты.

Практические занятия проводятся с использованием традиционных и интерактивных форм обучения, таких как парная и командная работа, групповые обсуждения, тематические дискуссии, анализ конкретных ситуаций (кейс метод), коллоквиумы, тестирование.

Правильно организованные практические занятия ориентированы на решение следующих задач:

− обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных на лекциях и в процессе самостоятельной работы теоретических знаний по дисциплине «Дифференциальные уравнения»;

− формирование практических умений и навыков решения математических задач, соответствующих компетенций;

− выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию требований Государственных образовательных стандартов. Перечень тем практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения» определяется рабочей учебной программой дисциплины. План практических занятий должен отвечать общим идеям и направленности лекционного курса, и соотнесен с ним в последовательности тем.

Структура практического занятия должна состоять из следующих компонентов: вступление педагога; ответы на вопросы студентов по неясному предшествующему учебному материалу; практическая часть как плановая; заключительное слово педагога.

Задания для практических занятий могут быть разных видов:

1) задания на иллюстрацию теоретического материала, имеющие воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории;

2) типовые задачи, образцы решения которых были показаны преподавателем на лекции. Для самостоятельного выполнения таких заданий требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения;

3) задания, содержащие элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи. Выполнение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений;

4) Индивидуальные задания, на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки и отчетом в указанный срок.

На практических занятиях студенты овладевают основными методами и приемами самостоятельного решения задач. Если студент не может самостоятельно разобраться в решении той или иной задачи преподавателю рекомендуется дать консультацию, пояснить еще раз метод решения и далее стимулировать работу студента путем системы наводящих вопросов при решении аналогичных задач.

Практические занятия должны так быть организованы, чтобы студенты ощущали нарастание сложности выполнения заданий, испытывали бы положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении.

В заключительной части преподаватель должен подвести итоги занятия, отметив положительные и отрицательные стороны, выдать домашнее задание и ориентировать студентов на следующее практическое занятие.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение, указанное в пункте 8.

5.2. Указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

Приступая к изучению учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения», студенту необходимо ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке учебного заведения, встретиться с профессорско-преподавательским составом, получить в библиотеке рекомендованные учебники, учебно-методические пособия с методическим материалом, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения практических заданий.

В ходе лекционных занятий студентам рекомендуется вести конспектирование учебного материала. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений. В ходе подготовки к лабораторно-практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

При подготовке к практическим занятиям лекционный материал каждого раздела должен прочитываться студентами многократно. Необходимо запомнить основные понятия, теоремы лекции и изучить методы решения типовых задач, это должно стать основным ориентиром во всех последующих видах работы с лекциями и учебным материалом.

При подготовке к контрольной работе и зачету студентам следует повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на контрольную работу, зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

Помимо лекций и практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрена и самостоятельная работа студента по изучению данной дисциплины.

Самостоятельная работа – это планируемая работа студентов, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа выполняет ряд функций, среди которых необходимо отметить следующие:

− развивающая (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);

− ориентирующая и стимулирующая (процессу обучения придается ускорение и мотивация);

− воспитательная (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста);

− исследовательская (новый уровень профессионально-творческого мышления);

− информационно-обучающая (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях).

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

− систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

− углубление и расширение теоретических знаний;
− формирование умения использовать справочную литературу;
− развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
−формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
− развитие исследовательских умений.

В учебном процессе высшего учебного заведения выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданиям.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Внеаудиторная самостоятельная работа может включать такие формы работы, как: индивидуальные занятия (домашние занятия); изучение программного материала дисциплины (работа с учебником и конспектом лекции); изучение рекомендуемых литературных источников; конспектирование источников; выполнение контрольных работ; работа со словарями и справочниками; работа с электронными образовательными ресурсами и ресурсами Internet; выполнение типовых расчетов; подготовка презентаций; ответы на контрольные вопросы; работа с компьютерными программами (математическими пакетами); подготовка к зачету; групповая самостоятельная работа студентов; получение консультаций для разъяснений по вопросам изучаемой дисциплины.

Содержание самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины «Дифференциальные уравнения» представлено в таблице 4.

Таблица 4. Содержание самостоятельной работы обучающихся

Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов	Формы работы
Тема 1. Введение Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	1	Самостоятельная внеаудиторная работа: изучение соответствующих разделов рекомендуемых источников; решение практических задач
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка Уравнения Лагранжа и Клеро	2	
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков Формула Остроградского-Лиувилля	2	
Тема 4. Системы дифференциальных уравнений Фазовое пространство и траектории	3	
Тема 5. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений Понятие предельного цикла. Грубые и негрубые предельные циклы	2	
Тема 6. Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка	3	
Тема 7. Краевые задачи Построение функции Грина	2	

5.3. Виды и формы письменных работ, предусмотренных при освоении дисциплины, выполняемые обучающимися самостоятельно.

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрены следующие виды и формы письменных работ для самостоятельного выполнения:

1) аудиторная контрольная работа;
2) домашнее задание, как теоретического, так и практического характера;
3) экзаменационная работа.

Контрольные работы и экзаменационная работа выполняется студентом в аудитории.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров в рамках изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрено использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

Таблица 5 – Образовательные технологии, используемые при реализации учебных занятий

Раздел, тема дисциплины (модуля)	Форма учебного занятия		
	Лекция	Практическое занятие, семинар	Лабораторная работа
Тема 1. Введение	Активная лекция	Фронтальный опрос	Не предусмотрено
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	Активная лекция	Командная работа	Не предусмотрено
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков	Лекция-презентация	Командная работа	Не предусмотрено
Тема 4. Системы дифференциальных уравнений	Активная лекция	Выполнение командных заданий	Не предусмотрено
Тема 5. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 6. Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка	Лекция-презентация	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено
Тема 7. Краевые задачи	Активная лекция	Выполнение практических заданий	Не предусмотрено

6.2. Информационные технологии

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» рекомендуется использовать при выполнении учебной и внеучебной работы следующие информационные технологии:

- использование электронных учебников и различных сайтов (например, электронные библиотеки, журналы и т.д.) как источник информации;

- использование возможностей электронной почты преподавателя для получения консультаций и обмена учебной информацией;

- использование средств представления учебной информации (лекции с использованием презентаций);

- использование математических пакетов и офисных программ.6.3. Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

6.3. Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Перечень лицензионного учебного программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение
Adobe Reader	Программа для просмотра электронных документов
LMS Moodle «Электронное образование»	Виртуальная обучающая среда
Microsoft Windows 7 Professional	Операционная система
Microsoft Office 2013	Пакет офисных программ
7-zip	Архиватор
Google Chrome	Браузер
Kaspersky Endpoint Security	Средство антивирусной защиты
Maple 18	Система компьютерной алгебры

Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы

1. Электронный каталог Научной библиотеки АГУ на базе MARK SQL НПО «Информ-систем»: https://library.asu.edu.ru
2. Электронный каталог «Научные журналы АГУ»: http://journal.asu.edu.ru/

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Паспорт фонда оценочных средств.

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным освоением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе

освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

Таблица 6. Соответствие изучаемых разделов, результатов обучения и оценочных средств

№ п/п	Контролируемый раздел, тема дисциплины (модуля)	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1	Введение	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 1, экзамен
2	Дифференциальные уравнения первого порядка	ОК – 7,ОПК – 2	К/р 1, экзамен
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 2, экзамен
4	Системы дифференциальных уравнений	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 3, экзамен
5	Элементы качественной теории дифференциальных уравнений	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 3, экзамен
6	Первоначальные сведения об уравнениях в частных производных первого порядка	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 4, экзамен
7	Краевые задачи	ОК – 7, ОПК – 2	К/р 4, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Таблица 7

Показатели оценивания результатов обучения в виде знаний

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует глубокое знание теоретического материала, умение обоснованно излагать свои мысли по обсуждаемым вопросам, способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы, приводить примеры
4 «хорошо»	демонстрирует знание теоретического материала, его последовательное изложение, способность приводить примеры, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетвори тельно»	демонстрирует неполное, фрагментарное знание теоретического материала, требующее наводящих вопросов преподавателя, допускает существенные ошибки в его изложении, затрудняется в приведении примеров и формулировке выводов
2 «неудовлетво рительно»	демонстрирует существенные пробелы в знании теоретического материала, неспособен его изложить и ответить на наводящие вопросы преподавателя, не может привести примеры

Таблица 8

Показатели оценивания результатов обучения в виде умений и владений

Шкала оценивания	Критерии оценивания
5 «отлично»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые

	выводы
4 «хорошо»	демонстрирует способность применять знание теоретического материала при выполнении заданий, последовательно и правильно выполняет задания, умеет обоснованно излагать свои мысли и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя
3 «удовлетвори тельно»	демонстрирует отдельные, несистематизированные навыки, не способен применить знание теоретического материала при выполнении заданий, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий, выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов
2 «неудовлетво рительно»	неспособен правильно выполнить задание

7.3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю)

Инструкция по выполнению контрольных работ.

Контрольные работы выполняются в аудитории. Внимательно прочитайте задания. При выполнении заданий нельзя пользоваться телефоном, интернетом, можно использовать конспекты лекций, рабочую тетрадь, справочную литературу. Задания выполняются на отдельном листе, на котором необходимо записать Ф.И.О. студента, группу, номер варианта, в каждом задании записывается номер задания, условие задания, подробное решение, ответ. Время выполнения контрольной работы – 90 минут.

Контрольная работа 1
«Дифференциальные уравнения первого порядка»
Вариант 0

1. Решить уравнения:

a) a) $(x^2 + y^2)y' = 2xy$, $y(\sqrt{2}) = -1$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x\cos y + \sin 2y}$

c) $(2xy + 3y^2)dx + (x^2 + 6xy - 3y^2)dy = 0$

d) $yy'^2 - (xy + 1)y' + x = 0$

2. Сосуд объемом 40 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает каждую секунду 0,2 л азота, который непрерывно размешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через какое время в сосуде будет 99% азота?

Контрольная работа 2
«Дифференциальные уравнения высших порядков»
Вариант 0

1. Решить уравнение, допускающее понижение порядка:

$y''' + 2xy'' = 0$.

2. Решить уравнения:

   a) $y''' - 2y'' + 2y' = 0$

   b) $y^{IV} - y = 0$

   c) $y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}$

   d) $y'' + 2y' + 5y = e^{-x}\sin 2x$

Контрольная работа 3
«Системы дифференциальных уравнений»

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

   а) методом вариации постоянных,

   б) методом неопределенных коэффициентов

$$\begin{cases} \dot{x} = 3 - 2y \\ \dot{y} = 2x - 2t \end{cases}$$

3. Определить вид особой точки автономной системы, построить фазовый портрет:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -8x - 5y \end{cases}$$

Контрольная работа 4
«Краевые задачи. Уравнения в частных производных первого порядка»
Вариант 0

1. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям:
   $y'' + y' = 1;\ \ y(0) = 0,\ \ y(1) = 1$.
2. Построить функцию Грина для краевой задачи:
   $y'' + y = f(x);\ \ y'(0) = 0,\ \ y(\pi) = 0.$

3. Найти общее решение уравнения

   $$xz\frac{\partial z}{\partial x} + yz\frac{\partial z}{\partial y} = -xy,$$

   а также интегральную поверхность, проходящую через кривую

   $y = x^2, z = x^3.$

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
2. Определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Геометрическое истолкование уравнения первого порядка.
3. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной (без доказательства).
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения первого порядка.
6. Уравнения, приводящиеся к однородным.
7. Линейные уравнения первого порядка.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель.
11. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Метод введения параметра.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков Основные понятия. Теорема существования и единственности.
14. Уравнения, допускающие понижение порядка.
15. Понижение порядка в однородных уравнениях.
16. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка.
17. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
18. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения n-го порядка. Формула остроградского-Лиувилля.
19. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Структура общего решения.
20. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных уравнений n-го порядка.
21. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений.
22. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных и метод неопределенных коэффициентов нахождения частных решений.
23. Понятие решения системы уравнений. Фазовое пространство и траектории. Существование решения. Постановка задачи Коши. Структура общего решения.
24. Сведение системы к одному уравнению методом исключения.
25. Линейные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.
26. Нахождение фундаментальной системы решений линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.
27. Понятие динамической системы. Классификация положений равновесия динамической системы на плоскости в невырожденных случаях.
28. Понятие предельного цикла. Грубые и негрубые предельные циклы.
29. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость по Ляпунову. Функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.
30. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Основные определения.
31. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.
32. Задача Коши для уравнений первого порядка в частных производных.
33. Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка.

34. Краевые задачи. Основные понятия и определения.
35. Однородные и неоднородные краевые задачи.
36. Функция Грина. Построение функции Грина.

Таблица 9 – Примеры оценочных средств с ключами правильных ответов

Примеры оценочных средств по каждому типу заданий:

№ п/п	*Тип задания*	*Формулировка задания*	*Правильный ответ*	*Время выполнения (в минутах)*
Код и наименование проверяемой компетенции …				
1.	*Задание закрытого типа*	*Выберите дифференциальное уравнение, не имеющее ни одного решения:* *1)* $(y')^2 + 1 = 0;$ *2)* $(y')^2 = x;$ *3)* $y' + y^2 = 0.$	*1*	*2*
2.		*Дифференциальное уравнение* $y' + \frac{y}{x} = 2x$ *является:* *1) уравнением Бернулли;* *2) линейным уравнением;* *3) уравнением с разделяющимися переменными.*	*2*	*2*
3.		*Геометрически общее решение уравнения Клеро представляет собой:* *1) семейство прямых;* *2) семейство парабол;* *3) семейство окружностей.*	*1*	*2*
4.		*Общее решение уравнения* $y'' - 7y' + 6 = 0$ *имеет вид:* *1)* $y = C_1e^x + C_2e^{2x};$ *2)* $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x} + C_3e^x;$ *3)* $y = C_1e^{6x} + C_2e^x.$	*3*	*5*
5.		*Частное решение уравнения* $y'' = xe^{-x}$, *удовлетворяющее начальным условиям* $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, *имеет вид:* *1)* $y = (x + 2)e^{-x} + x + 1;$ *2)* $y = e^x;$ *3)* $y = 1.$	*1*	*7*
6.	*Задание*	*Найдите общее решение*	*Разделяем переменные:*	*6*

№ п/п	*Тип задания*	*Формулировка задания*	*Правильный ответ*	*Время выполнения (в минутах)*
	открытого типа	*уравнения:* $x^2y^2y' + 1 = y$	$x^2y^2\frac{dy}{dx} = y - 1;$ $x^2y^2dy = (y-1)dx;$ $\frac{y^2}{y-1}dy = \frac{dx}{x^2}.$ *Интегрируем обе части уравнения:* $\frac{y^2}{2} + y + ln\|y-1\| = -\frac{1}{x} + C$	
7.		*Решите задачу: Найти такую кривую, проходящую через точку (0,-2), чтобы тангенс угла наклона касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на 3 единицы*	*Исходя из геометрического смысла производной, получаем дифференциальное уравнение семейства кривых, удовлетворяющих требуемому в задаче свойству:* $\frac{dy}{dx} = y + 3.$ *Разделяя переменные и интегрируя, получим общее решение:* $ln\|y+3\| = x + C.$ *Т.к. искомая кривая должна проходить через точку (0,-2), т.е. y(0)=-2, то подставляя это условие в общее решение, получаем:* $ln\|-2+3\| = 0 + C,$ *т.е. C=0, так что* $x = ln\|y+3\|$, *откуда* $y = -3 \pm e^x$. *В силу условия y(0)=-2 должен быть выбран знак плюс:* $y = e^x - 3$	*7*
8.		*Найдите определитель Вронского для системы функций: 1, x.*	*Имеем:* $W[1,x] = \begin{vmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$	*4*
9.		*Решить систему дифференциальных уравнений:* $\frac{dx}{dt} = x + y, \frac{dy}{dt} = x - y.$	*Продифференцируем по t первое уравнение:* $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$ *Исключая из полученного уравнения* $\frac{dy}{dt}$ *и y, имеем*	*8*

№ п/п	*Тип задания*	*Формулировка задания*	*Правильный ответ*	*Время выполнения (в минутах)*
			$\frac{d^2x}{dt^2} - 2x = 0.$ *Характеристическое уравнение* $k^2 - 2 = 0$ *имеет корни* $k_{1,2} = \pm\sqrt{2}$ *Следовательно, общее решение для x запишется в виде* $x = C_1 e^{t\sqrt{2}} + C_2 e^{-t\sqrt{2}}$ *Общее решение для y находим из первого уравнения:* $y = \frac{dx}{dt} - x = C_1(\sqrt{2} - 1)e^{t\sqrt{2}} - C_2(\sqrt{2} + 1)e^{-t\sqrt{2}}$	
10.		*Определить характер точки покоя системы* $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$	*Составляем характеристическое уравнение* $\begin{vmatrix} 5-\lambda & -1 \\ 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$ *или* $\lambda^2 - 6\lambda + 7 = 0.$ *Его корни* $\lambda_1 = 3 + \sqrt{2} > 0,$ $\lambda_2 = 3 - \sqrt{2} > 0$ *вещественные, разные, положительные. Следовательно, точка покоя (0,0) – неустойчивый узел.*	*7*

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Таблица 10 – Технологическая карта рейтинговых баллов по дисциплине (модулю)

№ п/п	**Контролируемые мероприятия**	**Количество мероприятий/ баллы**	**Максимальное количество баллов**	**Срок предоставления**
Основной блок				
1.	Контрольная работа №1.	5 баллов за правильно выполненное задание 1 и 5	10	по расписанию

		баллов за правильно выполненное задание 2		
2.	Контрольная работа №2.	3 балла за правильно выполненное задание 1 и 7 баллов за правильно выполненное задание 2	10	по расписанию
3.	Контрольная работа №3.	3 балла за правильно выполненное задание 1, 3 балла за правильно выполненное задание 2 и 4 балла за правильно выполненное задание 3	10	по расписанию
4.	Контрольная работа №4.	3 балла за правильно выполненное задание 1, 3 балла за правильно выполненное задание 2 и 4 балла за правильно выполненное задание 3	10	по расписанию
Всего			**40**	-
		Блок бонусов		
5.	Посещение занятий	0,1 балл за занятие, но не более 2	2	по расписанию
6.	Активность студента на занятиях	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
7.	Выполнение домашнего задания	0,3 балла за занятие, но не более 3	3	
8.	Знание материала	0,1 балл за	2	

	выходящего за рамки лекций	занятие, но не более 2		
Всего			**10**	
Дополнительный блок				
9.	Экзамен	по 25 баллов за каждый правильный ответ на каждый вопрос	50	по расписанию
Всего			**50**	
Итого:			**100**	

Таблица 11 – Система штрафов (для одного занятия)

Показатели	Баллы
Опоздание	-1
Не готов к практической части занятия	-3
Нарушение учебной дисциплины	-2
Пропуск лекций без уважительных причин (за одну лекцию)	-1
Пропуск практических занятий без уважительных причин (за одно занятие)	-1

Таблица 12 – Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку за семестр по дисциплине (модулю)

Сумма баллов	Оценка по 4-балльной шкале	
90–100	5 (отлично)	Зачтено
85–89	4 (хорошо)	
75–84		
70–74		
65–69	3 (удовлетворительно)	
60–64		
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено

При реализации дисциплины (модуля) в зависимости от уровня подготовленности обучающихся могут быть использованы иные формы, методы контроля и оценочные средства, исходя из конкретной ситуации.

8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Основная литература

1. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. М.: БИНОМ, 2015. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996330133.html (ЭБС «Консультант студента»).
2. Коломина М.В. Дифференциальные уравнения: курс лекций. Астрахань: Издат. Дом «Астраханский университет», 2007. 172 с. (45+10 (Зн) экз.).
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.-Ижевск : НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. 176 с. (26 экз.).

8.2. Дополнительная литература

1.Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107853.html (ЭБС «Консультант студента»).

2. Стеклов В.А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие для вузов. М.: Юрайт, 2019. URL: https://www.biblio-online.ru/bcode/438461 (ЭБС издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги»).
3. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Учебное пособие. Минск: Вышэйшая школа, 2011. URL: http://www.iprbookshop.ru/20274.html (ЭБС «IPRbooks»)

8.3. Интернет-ресурсы, необходимые для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронная библиотечная система (ЭБС) ООО «Политехресурс» «Консультант студента»: www.studentlibrary.ru
2. Электронная библиотечная система издательства ЮРАЙТ, раздел «Легендарные книги»: www.biblio-online.ru
3. Электронная библиотечная система IPRbooks: www.iprbookshop.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочая программа дисциплины (модуля) при необходимости может быть адаптирована для обучения (в том числе с применением дистанционных образовательных технологий) лиц с ограниченными возможностями здоровья, инвалидов. Для этого требуется заявление обучающихся, являющихся лицами с ограниченными возможностями здоровья, инвалидами, или их законных представителей и рекомендации психолого-медико-педагогической комиссии. Для инвалидов содержание рабочей программы дисциплины (модуля) может определяться также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).